THE

ELEMENTS OF MENSURATION

WITH NUMEROUS EXAMPLES

FOR THE USE OF NORMAL, VERNACULAR, AND MIDDLE-ENGLISH SCHOOLS.

BY

GOVINDA CHANDRA BASU.

Second Edition

(Thoroughly revised)

পরিমিতি

বহুল উদাহরণ সম্বলিত

নর্ম্মাল, বাঙ্গালা ছাত্রবৃত্তি, ও মধ্য-ইংরেজী স্কুলের ছাত্রদের ব্যবহারার্থ।

শ্রীগোবিন্দচন্দ্র বসু

প্রণীত।

দ্বিতীয় সংস্করণ।

(সংশোধিত ও পরিবর্দ্ধিত।)

Calcutta:

PRINTED AND PUBLISHED BY SANYAL & Co.,

AT THE BHARATMIHIR PRESS,

46, PANCHANONTOLAH LANE.

1891.

Price 10 Annas. মূল্য ॥৶০ আনা।

OPINIONS.

Babu Govinda Chandra Basu's Mensuration in Bengali will be found a most valuable work to those students who will prepare for the Vernacular scholarship Examination. Unlike the text-books in use, it contains proofs of the propositions which form the basis of Mensuration, and these are admirably given. The collection of examples which are partly original and partly taken from various examination papers will be of great help to the students. The book well deserves to be a text-book in our Vernacular schools.

CALCUTTA,
24th December,
1886.

GOURY SUNKER DAY, M. A.
Professor of Mathematics, The General Assembly's Institution : Member of the Board of Studies in Mathematics, Calcutta University.

Extract from a letter of BABU RAJ MOHAN SEN, M.A., Prof. of Mathematics, Rajshahye College.

"I have looked over the book (Parimiti by Govinda Chandra Basu) ; it has been very carefully and neatly written, and can be confidently introduced into our Vernacular Schools. Besides, it contains pretty large collection of examples which cannot but be of great use to the students."

Extract from a letter of BABU JADAV CHANDRA CHAKRAVARTI, M. A. Prof. of Mathematics, City College, Calcutta :—

"Your book appears to me to be a decided improvement on the existing treatises on the same subject both in respect of book-works and examples. The explanations of the rules of mensuration you have given are admirable and the collection of examples excellent. I can confidently recommend your book for introduction into the upper classes of our Vernacular Schools. The book ought to receive favourable consideration at the hands of the educational authorities."

I have much pleasure in recommending the use, in Vernacular schools, of the Elements of Mensuration by Babu Govinda Chandra Basu. The book is more ably written than any of the Bengali works I have seen. The questions for exercise are intelligently put, and as far as I could judge from a hasty glance at them, they furnish ample illustration of the methods of elementary Mensuration. The author has frequently attempted to be original and often happily. I hope the book will command a rapid sale.

SARADARANJAN RAY, M. A.
Senior Mathematical Lecturer, Dacca College.

I have looked through the book styled Parimiti or the translation of mensuration into Bengali. I have much pleasure in expressing my favourable opinion on its merits. The examples are numerous and well-chosen, and solutions are freely given. I have every reason to believe that it will materially assist the students of the Vernacular and Middle-English school. * * *

CALCUTTA,
6th January, 1887.

RAMA NATH CHATTERJEE, B. A.
Teacher of Mathematics, Metropolitan Institution, Shampooker Branch.

I have looked through the Elements of Mensuration in Bengali by Babu Govinda Chandra Basu. It gives fully and clearly all that is required to assist students to pass the Middle Examinations in mensuration. The examples are numerous and well-selected, and solutions are neatly and methodically worked out. A collection of examination papers renders it doubly valuable.

Dacca, 9th January, 1887.

RAJKUMAR SEN, M. A.
Professor of Mathematics, Dacca College.

THE

ELEMENTS OF MENSURATION

WITH NUMEROUS EXAMPLES

FOR THE USE OF NORMAL, VERNACULAR, AND MIDDLE-ENGLISH SCHOOLS.

BY

GOVINDA CHANDRA BASU.

Second Edition

(Thoroughly revised)

পরিমিতি

বহুল উদাহরণ সম্বলিত

নর্ম্মাল, বাঙ্গালা ছাত্রবৃত্তি, ও মধ্য-ইংরেজী স্কুলের ছাত্রদের ব্যবহারার্থ।

শ্রীগোবিন্দচন্দ্র বসু

প্রণীত।

দ্বিতীয় সংস্করণ।

(সংশোধিত ও পরিবর্দ্ধিত)

Calcutta:

PRINTED AND PUBLISHED BY SANYAL & CO.,

AT THE BHARATMIHIR PRESS,

46, PANCHANONTOLAH LANE.

1891.

বিজ্ঞাপন।

টড্‌হাণ্টার কৃত উৎকৃষ্ট ইংরেজী পরিমিতি গ্রন্থ প্রধানতঃ অবলম্বন করিয়া এই গ্রন্থ লিখিত হইল। ইহাতে মধ্য-ইংরেজী ও বাঙ্গালা ছাত্রবৃত্তি পরীক্ষার্থীদের শিক্ষোপযোগী বিষয়গুলি সন্নিবিষ্ট হইয়াছে। না বুঝিয়া কেবল মুখস্থ করিয়া গণিতশাস্ত্র শিক্ষা করা যায় না। কিন্তু অনেক পরিমিতি গ্রন্থেই এই স্থূল বাক্যটী উপেক্ষিত হইয়াছে। বাঙ্গালা ছাত্রবৃত্তির পাঠ্য পরিমিতিতে দুই চারিটী নিয়ম ভিন্ন আর সমস্ত নিয়মের প্রমাণই বুঝাইয়া দিলে পাঠার্থীরা বেশ বুঝিতে পারে। সপ্রমাণ করিতে পারিলে নিয়মগুলি অতি সহজেই আয়ত্ত করা ও স্মরণ রাখা যায়। নিয়মগুলির মূল-তত্ত্ব অবগত হইতে না পারায় পাঠার্থীরা স্মৃতি-শক্তির অতিরিক্ত চালনা করিতে বাধ্য হয় এবং গ্রন্থের সহিত সম্বন্ধবিচ্ছিন্ন হওয়া মাত্রই যাহা শিক্ষা করে তাহা ভুলিয়া যায়। এই জন্য নিয়মসমূহ বিশদরূপে বুঝাইয়া যাহাতে পাঠার্থীদের পরিমিতিতে স্থায়ী ব্যুৎপত্তি জন্মিতে পারে এই গ্রন্থে তদ্রূপ চেষ্টা করা হইয়াছে।

নিয়মসমূহের নানারূপ প্রয়োগ প্রদর্শনার্থ বিবিধ প্রকার উদাহরণ প্রচুর পরিমাণে প্রদত্ত হইয়াছে। উদাহরণগুলির অধিকাংশ স্বকল্পিত। কতকগুলি কেম্ব্রিজ ও অক্স্‌ফোর্ডের স্থানীয় পরীক্ষা, কুপাসহিল এঞ্জিনিয়ারিং কলেজের প্রবেশিকা পরীক্ষা, এবং অন্যান্য পরীক্ষার প্রশ্ন হইতে সংগৃহীত। আর কয়েকটী আদর্শ উদাহরণ লীলাবতী প্রভৃতি পরিমিতি গ্রন্থ হইতে অনুবাদিত। কলিকাতা বিশ্ববিদ্যালয়ের প্রবেশিকা পরীক্ষার এবং প্রেসিডেন্সি, পূর্ব্ব বঙ্গ প্রভৃতি বিভাগের বাঙ্গালা ছাত্রবৃত্তি পরীক্ষার প্রশ্ন হইতেও কতকগুলি উদাহরণ সংগৃহীত হইয়া পরি-শিষ্ট ভাগে সন্নিবিষ্ট হইয়াছে। গ্রন্থের স্থানে স্থানে কঠিন সহজ অনেকগুলি প্রশ্নের সমাধান করা হইয়াছে এবং উত্তরমালাতে

কঠিন কঠিন উদাহরণের সমাধান-আভাস (hints for solution) প্রদত্ত হইয়াছে।

এই পুস্তক প্রণয়নে যত্ন ও পরিশ্রমের ত্রুটি করি নাই। এখন ইহা দ্বারা শিক্ষার্থীদের কিয়ৎপরিমাণে উপকার হইলেও শ্রম সফল জ্ঞান করিব।

কলিকাতা।
২রা অগ্রহায়ণ ১২৯৩।

দ্বিতীয় সংস্করণের বিজ্ঞাপন।

পরিমিতি দ্বিতীয় বার মুদ্রিত ও প্রকাশিত হইল। এবারে অনেক অংশ পরিবর্ত্তন ও পরিবর্দ্ধন করা হইয়াছে। বৃত্তাভাসের ও ক্ষেপণীক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা এবং সিমসনের নিয়ম পূর্ব্ব সংস্করণে পরিত্যক্ত হইয়াছিল কিন্তু এবারে সেগুলি সন্নিবিষ্ট হইয়াছে। সুবিধার জন্য কোন কোন পরিচ্ছেদ দুইটী স্বতন্ত্র পরিচ্ছেদে বিভক্ত করা হইয়াছে। বিশেষ পরিশ্রম স্বীকারপূর্ব্বক গ্রন্থখানি আদ্যন্ত সংশোধন করিয়াছি। বাঙ্গালা ও মাইনর ছাত্রবৃত্তি পরীক্ষার পাঠ্য বিষয়গুলি যতদূর সম্ভব পূর্ব্ববার হইতে আরও সহজে এবং বিশদরূপে পাঠার্থীদিগকে বুঝাইতে চেষ্টা করা গিয়াছে। পূর্ব্ব সংস্করণের কোন কোন অংশ অত্যন্ত দুরূহ ও অনাবশ্যক বোধ হওয়াতে এবারে সেগুলি পরিত্যক্ত হইল। ভরসা করি এখন এই গ্রন্থদ্বারা বালকগণ শিক্ষকের অতি অল্পমাত্র সাহায্যেই দুরূহ পরিমিতি বিষয়টী আয়ত্ত করিতে সক্ষম হইবে। গ্রন্থখানি ছাত্রবৃত্তি পরীক্ষার্থীদের সুপাঠ্য ও সুখপাঠ্য করিতে যথেষ্ট চেষ্টা ও পরিশ্রম করিয়াছি কতদূর কৃতকার্য্য হইয়াছি কেবল অভিজ্ঞ শিক্ষক মহাশয়গণই বলিতে পারেন।

কলিকাতা।
১৫ই অগ্রহায়ণ ১২৯৮।

পরিমিতি।

উপক্রমণিকা।

১। গণিত শাস্ত্রের যে শাখা দ্বারা রৈখিক-পরিমাণ, বর্গ-পরিমাণ, এবং ঘন-পরিমাণের বিষয় অবগত হওয়া যায় তাহার নাম পরিমিতি।

কোন রেখার দৈর্ঘ্যের পরিমাণকে রৈখিক পরিমাণ বলে। কোন বস্তুর দৈর্ঘ্য, বা বিস্তার, বা বেধ, বা কোন দুই বিন্দুর দূরতার পরিমাণ রৈখিক পরিমাণের দৃষ্টান্ত।

কোন সীমাবদ্ধ ধরাতল ক্ষেত্রে যে পরিমাণ স্থান থাকে তাহাকে ঐ ক্ষেত্রের বর্গ-পরিমাণ, ক্ষেত্রফল, বা কালি বলা যায়।

দৈর্ঘ্য-বিস্তার-বেধ-বিশিষ্ট কোন পদার্থের মধ্যে যে পরিমাণ স্থান থাকে, অথবা একই কথা, দৈর্ঘ্য-বিস্তার-বেধ-বিশিষ্ট কোন পদার্থ যে পরিমাণ স্থান ব্যাপিয়া থাকে, তাহাকে ঐ পদার্থের ঘন-পরিমাণ বা ঘনফল বলা যায়।

২। উচ্চ গণিতের সাহায্য ভিন্ন পরিমিতিশাস্ত্র সম্যক্‌রূপে শিক্ষা করা যায় না। যাহা হউক, স্থূল স্থূল বিষয়গুলি সমগ্র পাটীগণিত ও কিয়ৎপরিমাণ জ্যামিতি-শাস্ত্র জানা থাকিলেই

বৃহত্তর সংখ্যা $= \frac{২৫+৬}{২} = \frac{৩১}{২} = ১৫\frac{১}{২}$।

লঘুতর সংখ্যা $= \frac{২৫-৬}{২} = \frac{১৯}{২} = ৯\frac{১}{২}$।

অথবা লঘুতর সংখ্যা $= ২৫ - ১৫\frac{১}{২} = ৯\frac{১}{২}$।

৭। কোন দুই রাশির গুণফল ও তাহাদের একটী রাশি জানা আছে অপর রাশিটী স্থির করিতে হইবে।

৬ এবং ৭ দুইটী রাশি। ইহাদের গুণফল ৪২। এখন ৪২ কে ৬ দিয়া ভাগ করিলে ৭ হয় এবং ৭ দিয়া ভাগ কবিলে ৬ হয়। অতএব দুইটী রাশির গুণফল ও তাহাদের একটী রাশি নির্দ্দিষ্ট থাকিলে গুণফলকে নির্দ্দিষ্ট রাশিটীর দ্বারা ভাগ করিলেই অপর রাশিটী পাওয়া যায়।

উদাহরণ :

(১) দুইটী রাশির গুণফল ৫০৪ এবং একটী রাশি ২৪, অপর রাশিটী কত ?

অপর রাশিটী $= \frac{৫০৪}{২৪} = ২১$।

(২) দুইটী রাশির গুণফল ২৫ এবং একটী রাশি ৬, অপর রাশিটী কত ?

অপর রাশিটী $= \frac{২৫}{৬} = ৪\frac{১}{৬}$।

৮। কোন দুই রাশির বর্গের অন্তর তাহাদের সমষ্টি ও অন্তরের গুণফলের সমান।

$$৯^২ - ৭^২ = ৮১ - ৪৯ = ৩২$$

এবং $(৯ + ৭) \times (৯ - ৭) = ১৬ \times ২ = ৩২$

$$\therefore \quad ৯^২ - ৭^২ = (৯ + ৭) \times (৯ - ৭)।$$

পুনশ্চ, $১৫^২ - ১২^২ = ২২৫ - ১৪৪ = ৮১$

এবং $(১৫ + ১২) \times (১৫ - ১২) = ২৭ \times ৩ = ৮১$

$$\therefore \quad ১৫^২ - ১২^২ = (১৫ + ১২) \times (১৫ - ১২)।$$

এইরূপ যে কোন দুই রাশি লওয়া যাউক না কেন সর্ব্বদাই দেখা যাইবে যে তাহাদের বর্গের অন্তর তাহাদের সমষ্টি এবং অন্তরের গুণফলের সমান।

অনুপাত।

৯। এক জাতীয় দুইটী রাশির মধ্যে একটীর অপরটীর সহিত যে সম্বন্ধ অর্থাৎ একটী অপরটীর যত গুণ বা যত অংশ তাহাকে শেষোক্ত রাশিটীর সহিত পূর্ব্বোক্ত রাশিটীর অনুপাত বলা যায়। যেমন ৬ এবং ৩এর মধ্যে ৬, ৩এর দ্বিগুণ অতএব ৬ এর ৩ এর সহিত অনুপাত ২। পুনরায়, ৩, ৬ এর অর্দ্ধ, অতএব ৩ এর, ৬ এর সহিত অনুপাত $\frac{১}{২}$। সাধারণতঃ রাশিদ্বয়ের মধ্যে : এই চিহ্নটী স্থাপন করিয়া অনুপাত প্রকাশ করা হয়। যথা, ২ : ৩ দ্বারা ২ এর, ৩ এর সহিত যে অনুপাত তাহা প্রকাশ করা হইতেছে।

যে হেতুক ২ : ৩ দ্বারা ২, ৩এর কত অংশ তাহা বুঝা যায়, অতএব ২ : ৩ = $\frac{২}{৩}$, কারণ ২, ৩এর $\frac{২}{৩}$। সুতরাং অনুপাতের প্রথম রাশিটীকে দ্বিতীয় রাশিটী দ্বারা ভাগ করিলেই অনুপাতের পরিমাণ পাওয়া যায়।

সমানুপাত।

১০। দুইটী অনুপাতের পরস্পর সমতাকে সমানুপাত কহে। যেমন, ২ : ৩ এবং ৪ : ৬ এই দুইটী অনুপাত সমান, কারণ উভয়ের পরিমাণই $\frac{২}{৩}$; অতএব এই দুই অনুপাতের সমতাকে সমা-

নুপাত কহা যাইতে পারে। এই সমানুপাতকে এইরূপ বলিয়া প্রকাশ করা হয় :—যেমন ২, ৩এর নিকট তেমন ৪, ৬এর নিকট এবং সাধারণতঃ ইহাকে এইরূপে লিখা হয় :—২ : ৩ : : ৪ : ৬।

দুইটী রাশির অনুপাত অপর দুইটী রাশির অনুপাতের তুল্য হইলে এই চারিটী রাশিকে সামানুপাতিক বলা যায়, অথবা একই কথা, যদি চারিটী রাশি এমত হয় যে, প্রথমটী দ্বিতীয়টীর যতগুণ বা যত অংশ, তৃতীয়টীও চতুর্থটীর ততগুণ বা তত অংশ তবে এই চারিটী রাশিকে সামানুপাতিক বলা যাইতে পারে।

সমানুপাতের প্রথম এবং চতুর্থ রাশিকে প্রান্তরাশি এবং দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশিকে মধ্যরাশি বলা যায়।

১১। ৩ : ৪ : : ৯ : ১২ একটী সমানুপাত। এই সমানুপাতের প্রান্তরাশিদ্বয়ের গুণফল মধ্যরাশিদ্বয়ের গুণফলের সমান, কারণ উভয়ই ৩৬। আরও, যে কোন সমানুপাত লওয়া যাউক না কেন দেখা যাইবে যে তাহার প্রান্তরাশিদ্বয়ের গুণফল সর্ব্বদাই মধ্যরাশিদ্বয়ের গুণফলের সমান। অতএব সমানুপাতের প্রান্তরাশিদ্বয়ের গুণফল মধ্যরাশিদ্বয়ের গুণফলের সমান।

উপরি উক্ত নিয়মটী জানা থাকাতে সমানুপাতের তিনটী রাশি নির্দ্দিষ্ট থাকিলে চতুর্থ রাশিটী অনায়াসেই স্থির করা যায়।

উদাহরণ :

(১) ২, ৩, ৬ এই তিনটী রাশির চতুর্থ সামানুপাতিক স্থির কর।

২ : ৩ : : ৬ : নির্ণেয় রাশি।

এখানে দেখা যায় নির্ণেয় রাশিকে ২ দিয়া গুণ করিলে

৩ এবং ৬ এর গুণফলের সমান হয়, কারণ প্রান্তরাশিদ্বয়ের গুণফল মধ্যরাশিদ্বয়ের গুণফলের সমান। অতএব, ৩×৬কে ২ দিয়া ভাগ করিলেই নির্ণেয় রাশিটী পাওয়া যাইতে পারে। কাজেই

$$\text{নির্ণেয় রাশি} = \frac{৩×৬}{২} = ৩×৩ = ৯।$$

(২) ৫ এর, ৬ এর সহিত যে অনুপাত ১৮ এর সহিত কোন রাশির সেই অনুপাত?

৫ : ৬ :: নির্ণেয় রাশি : ১৮।

এখানে দেখা যায় যে নির্ণেয় রাশিকে ৬ দিয়া গুণ করিলে ৫×১৮ হয়; অতএব নির্ণেয় রাশি $= \frac{৫×১৮}{৬} = ৫×৩ = ১৫$।

উদাহরণমালা।

নিম্নলিখিত উদাহরণগুলিতে দুইটী রাশির যোগফল ও বিয়োগফল দেওয়া আছে, রাশি দুইটী স্থির কর।

১। যোগফল ২৫; বিয়োগফল ৯।

২। ... ৩৮; ... ১৮।

৩। ... ১০২; ... ১১।

৪। ... ১১৭; ... ৫০।

৫। ... ৫·৬২; ... ২·৩।

৬। ২৫ হাত লম্বা একগাছ রশি ছিঁড়িয়া দুই খণ্ড করাতে এক খণ্ড অপর খণ্ড হইতে ৩ হাত অধিক লম্বা হইল; খণ্ডদ্বয়ের পরিমাণ স্থির কর।

৭। দুইটী সংখ্যার গুণফল ৩৯১। একটী সংখ্যা ১৭ হইলে অপর সংখ্যার পরিমাণ কত?

৮। দুইটী সংখ্যার গুণফল ২৭৩, একটী সংখ্যা ৬৩; অপর সংখ্যাটী কত?

৯। দুইটী সংখ্যার গুণফল ৯৫৬৩৪, একটী সংখ্যা ৩৭৮; সংখ্যা দুইটীর যোগফল ও বিয়োগফল কত?

১০। কোন্ সংখ্যাকে ৯৭ দিয়া গুণ করিলে গুণফল ২৬৭ ও ৩৮৮ এর গুণফলের সমান হইবে ?

১১। .০০১৪, ১.৪, .০২ এই তিনটী রাশির চতুর্থ সামানুপাতিক স্থির কর।

১২। ৯এর সহিত ২০ এর যে অনুপাত, কোন্ রাশির সহিত ১০০ এর সেই অনুপাত ?

প্রথম অধ্যায়।

কতিপয় জ্যামিতিক বিষয়।

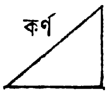
প্রথম পরিচ্ছেদ।

জ্যামিতিক পরিভাষা।

১২। জ্যামিতির প্রথম অধ্যায় পাঠার্থীদের জানা থাকাতে এই গ্রন্থে ব্যবহৃত অনেক পারিভাষিক শব্দও তাহাদের জানা আছে সুতরাং এস্থলে সে গুলির পুনরুল্লেখ নিষ্প্রয়োজন। যে গুলি তাহাদেব জানা নাই কেবলমাত্র সেই সকল পারিভাষিক শব্দেরই ব্যাখ্যা নিম্নে যথাযথ লিখিত হইল।

১৩। যে বহুভুজ ক্ষেত্রের পাঁচ বাহু থাকে তাহার নাম পঞ্চভুজ ক্ষেত্র, যাহার ছয় বাহু থাকে তাহার নাম ষড়্ভুজক্ষেত্র ইত্যাদি।

যে বহুভূজক্ষেত্রের বাহুগুলি পরস্পর সমান এবং কোণগুলিও পরস্পর সমান তাহাকে নিয়মিত বহুভুজক্ষেত্র কহে।



১৪। সমকোণী ত্রিভূজে সমকোণের পার্শ্বস্থ বাহুদ্বয়ের একটীকে কোটী এবং অপরটিকে ভূমি বলে; বাহু বলিলে কেবল এই দুইটীই বুঝায়। সমকোণের সম্মুখস্থ বাহুকে কর্ণ বলে।



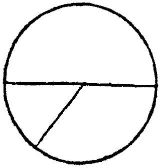
১৫। যে চতুর্ভুজের দুইটীমাত্র বাহু পরস্পর সমান্তরাল তাহাকে ট্র্যাপিজএড্ বলে।

১৬। ত্রিভুজের কোন এক বাহুকে ভূমি বলা যাইতে পারে; ভূমির সম্মুখস্থ কোণকে শীর্ষকোণ বলে এবং শীর্ষকোণ হইতে ভূমির উপর পাতিত লম্বকে ত্রিভুজের উন্নতি কহে।

সমান্তরাল ক্ষেত্রেরও যে কোন বাহুকে ভূমি বলিয়া নির্দ্দেশ করা যাইতে পারে; এবং এই ভূমির সম্মুখস্থ বাহুর কোন বিন্দু হইতে ইহার উপর পাতিত লম্বকে সমান্তরাল ক্ষেত্রটীর উন্নতি কহা যায়।

১৭। যে সরলরেখা কোন চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের পরস্পর সম্মুখীন কোণদ্বয়কে সংলগ্ন করে তাহাকে উক্ত চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের কর্ণ কহে।

যে সরলরেখা কোন বহুভুজ ক্ষেত্রের পরস্পর পাশাপাশি নয় এমন দুইটী কোণকে সংলগ্ন করে তাহাকে উক্ত বহুভুজ ক্ষেত্রের কর্ণ কহে।



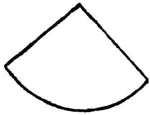
১৮। বৃত্তের সীমা-রেখার নাম পরিধি।

পরিধির যে কোন অংশকে চাপ, ধনু, বা থিলান কহে।

যে সরলরেখা বৃত্তের কোন চাপের প্রান্তদ্বয়কে সংযুক্ত করে তাহাকে উক্ত বৃত্তের জ্যা কহে।



কোন জ্যা এবং তৎকর্ত্তৃক অবচ্ছিন্ন চাপ এই উভয়ের অন্তর্গত যে ক্ষেত্র তাহাকে বৃত্তখণ্ড কহে।

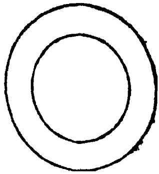


বৃত্তের দুইটী ব্যাসার্দ্ধ এবং তদন্তর্গত চাপ, এই সীমাত্রয়ের মধ্যে যে ক্ষেত্র থাকে তাহার নাম বৃত্তচ্ছেদক।

ব্যাসার্দ্ধদ্বয়ের মধ্যে যে কোণ থাকে তাহাকে বৃত্তচ্ছেদকের কোণ কহে।

১৯। যদি কোন সরলরেখা কোন বৃত্তে সংলগ্ন হইয়া বৃদ্ধি পাইলেও বৃত্তটীকে ছেদ না করে, তবে ঐ সরলরেখা বৃত্তটীকে স্পর্শ করে এমত বলা যায়। এইরূপ সরল রেখাকে বৃত্তের স্পর্শনী কহে।

২০। এক কেন্দ্র হইতে ভিন্ন ভিন্ন ব্যাসার্দ্ধ লইয়া যে সকল বৃত্ত অঙ্কিত করা যায়, তাহাদিগকে ঐককেন্দ্রিক বৃত্ত কহে।



দুইটী ঐককেন্দ্রিক বৃত্তের পরিধিদ্বয়ের মধ্যে যে ক্ষেত্র থাকে তাহাকে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্র কহে।

২১। যদি কোন বৃত্তের মধ্যে একটী সরলরৈখিক ক্ষেত্র এরূপ ভাবে অঙ্কিত হয় যে সরলরৈখিক ক্ষেত্রটীর কৌণিক বিন্দুগুলি পরিধির উপর থাকে তবে সরলরৈখিক ক্ষেত্রটী বৃত্তের মধ্যে অঙ্কিত হইয়াছে এরূপ বলা যায়। আরও, বৃত্তটী সরলরৈখিক ক্ষেত্রের বহির্দ্দেশে অঙ্কিত হইয়াছে এরূপও বলা হয়।

যদি কোন বৃত্তের বহির্দ্দেশে একটী সরলরৈখিক ক্ষেত্র এরূপ ভাবে অঙ্কিত হয় যে সরল রৈখিক ক্ষেত্রটীর প্রত্যেক বাহু বৃত্তের পরিধি স্পর্শ করে তবে সরলরৈখিক ক্ষেত্রটী বৃত্তের বহির্দ্দেশে

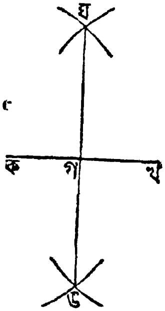
অঙ্কিত হইয়াছে এরূপ বলা যায়। আরও, বৃত্তটি সরলরৈখিক ক্ষেত্রের মধ্যে অঙ্কিত হইয়াছে এরূপও বলা হয়।

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ।

জ্যামিতিক ক্ষেত্রাঙ্কন।

২২। নিম্নে কয়েকটী সম্পাদ্যের ক্রিয়া সাধন করা গেল। কোন প্রতিকৃতি ঠিক করিয়া অঙ্কিত করিতে এগুলির ব্যবহার হইয়া থাকে। একটী রুল এবং একটী কাঁটাকম্পাস হইলেই নিম্নলিখিত সম্পাদ্যগুলির ক্রিয়াসাধন হইতে পারে।

২৩। কোন সরলরেখাকে সমদ্বিখণ্ডিত করিতে হইবে।

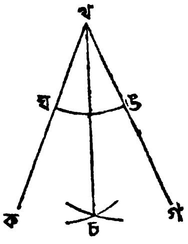


কখ একটী সরল রেখা। ইহাকে সমদ্বিখণ্ডিত করিতে হইবে।

ক এবং খকে কেন্দ্র করিয়া কখ রেখার অর্দ্ধেকের অধিক ব্যাসার্দ্ধ লইয়া দুইটী বৃত্ত অঙ্কিত কর। বৃত্ত দুইটী ঘ এবং ঙ বিন্দুতে পরস্পরকে যেন অবচ্ছিন্ন করিতেছে। ঘ ঙ বিন্দুদ্বয় সংযুক্ত কর। ঘঙ রেখা গ বিন্দুতে কখ রেখাকে সমদ্বিখণ্ডিত করিতেছে।

বৃত্ত দুইটী সম্পূর্ণরূপে অঙ্কিত করার কোনও প্রয়োজন নাই, কেবল তাহাদের অবচ্ছেদস্থানদ্বয়ে দুই দুইটী করিয়া চাপ আঁকিলেই যথেষ্ট হয়। ঘঙ রেখা কখ রেখার উপর লম্ব, অতএব কিরূপে কোন সরলরেখাকে সমদ্বিখণ্ডিত করিয়া তাহার উপর লম্বপাত করা যায় তাহাও এখানে দেখান গেল।

২৪। কোন নির্দ্দিষ্ট কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করিতে হইবে।

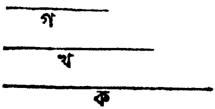


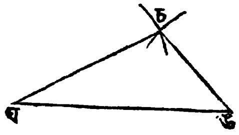
কখগ একটী নির্দ্দিষ্ট কোণ, ইহাকে সমদ্বিখণ্ডিত করিতে হইবে।

খ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া যে কোন দূরত্বকে ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটী চাপ অঙ্কিত কর। এই চাপটী খককে ঘ বিন্দুতে এবং খগকে ঙ বিন্দুতে ছেদ করিতেছে। ঘ এবং ঙ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া উপযুক্তরূপ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া পরস্পরকে চ বিন্দুতে ছেদ করিতেছে এমন দুইটী চাপ অঙ্কিত কর। খ চ সংযোগ কর। কখচ কোণ গখচ কোণের সমান।

২৫। এমত একটী ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে যে তাহার তিন বাহু যেন তিনটী নির্দ্দিষ্ট সরলরেখার সমান হয়।

ক, খ, গ তিনটী নির্দ্দিষ্ট সরলরেখা। এমত একটী ত্রিভুজ অঙ্কিত করিতে হইবে যে





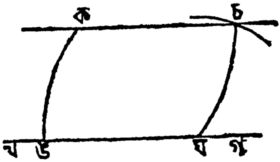
তাহার তিনটী বাহু যেন ক, খ, গ, এই তিনটী নির্দ্দিষ্ট সরলরেখার সমান হয়।

ক রেখার সমান করিয়া ঘঙ রেখা টান। ঘ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া খ-রেখার সমান ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটী চাপ অঙ্কিত কর; এবং ঙ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া গ-রেখার সমান ব্যাসার্দ্ধ লইয়া আর একটী চাপ অঙ্কিত কর। উভয় চাপ যেন চ বিন্দুতে পর-

স্পরকে ছেদ করিতেছে। চঘ এবং চঙ সংযুক্ত কর। চঘঙ এমত একটী ত্রিভুজ অঙ্কিত হইল যাহার বাহুত্রয় ক, খ, গ তিনটী নির্দ্দিষ্ট সরল রেখার সমান।

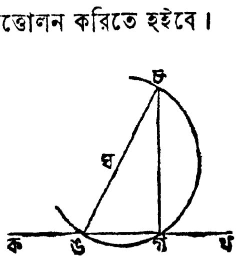
২৬। কোন নির্দ্দিষ্ট বিন্দু দিয়া কোন নির্দ্দিষ্ট সরলরেখার সমান্তরাল এক সরলরেখা টানিতে হইবে।

ক নির্দ্দিষ্ট বিন্দু; এবং খগ নির্দ্দিষ্ট সরল রেখা। ক বিন্দু দিয়া খগ এর সমান্তরাল এক সরল রেখা টানিতে হইবে।



খগ এর মধ্যে যে কোন বিন্দু ঘ লও। ঘ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া এবং ঘক দূরত্বকে ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটী চাপ অঙ্কিত কর। চাপটী খগকে যেন ঙ বিন্দুতে ছেদ করিতেছে। পুনরায়, ক বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া কঘ দূরত্বকে ব্যাসার্দ্ধ লইয়া আর একটী চাপ অঙ্কিত কর এবং ঘকে কেন্দ্র করিয়া কঙ দূরত্বের সমান ব্যাসার্দ্ধ লইয়া আরও একটী চাপ অঙ্কিত কর। শেষোক্ত চাপদ্বয় যেন চ বিন্দুতে পরস্পরকে ছেদ করিতেছে। এখন কচ সংযুক্ত কর। কচ, খগ এর সমান্তরাল।

২৭। কোন নির্দ্দিষ্ট সরলরেখার মধ্যস্থ কোন নির্দ্দিষ্ট বিন্দু হইতে উক্ত সরলরেখার উপর লম্ব উত্তোলন করিতে হইবে।

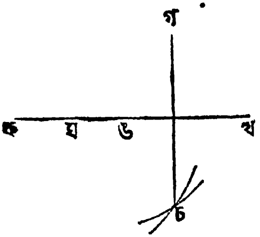


কখ একটী নির্দ্দিষ্ট সরলরেখা গ ইহার মধ্যে নির্দ্দিষ্ট কোন বিন্দু। গ বিন্দু হইতে কখ এর উপর লম্ব উত্তোলন করিতে হইবে।

কথ রেখার বহিঃস্থ কোন বিন্দু ঘকে কেন্দ্র করিয়া ঘগ দূরত্ব ব্যাসার্দ্ধ লইয়া একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর। বৃত্তটী যেন ঙ বিন্দুতে কখকে ছেদ করিতেছে। ঙব সংযুক্ত কর এবং ঙঘ রেখাকে বৃদ্ধি করিয়া চ বিন্দুতে পুনঃ পরিধি স্পর্শ করাও। চগ সংযুক্ত কর। চগ, কথ এর উপর লম্ব।

২৮। কোন নির্দ্দিষ্ট সরল রেখার উপর তাহার বহিঃস্থ কোন নির্দ্দিষ্ট বিন্দু হইতে লম্বপাত করিতে হইবে।

কথ একটী নির্দ্দিষ্ট সরল রেখা এবং গ ইহার বহিঃস্থ কোন নির্দ্দিষ্ট বিন্দু। গ বিন্দু হইতে কথ এর উপর লম্বপাত করিতে হইবে।

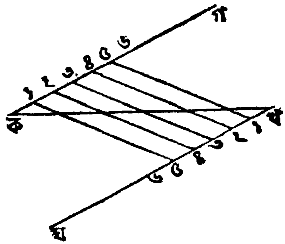


কথ রেখার মধ্যে ঘ এবং ঙ যে কোন দুই বিন্দু লও। ঘ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া ঘগ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া কথ রেখার অপর পার্শ্বে একটী চাপ অঙ্কিত কর এবং ঙ বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া ঙগকে ব্যাসার্দ্ধ লইয়া সেই পার্শ্বে আরও একটী চাপ অঙ্কিত কর। চাপদ্বয় যেন চ বিন্দুতে পরস্পরকে অবচ্ছেদ করিতেছে। চগ সংযুক্ত কর। চগ, কথ এর উপর লম্ব।

২৯। কোন নির্দ্দিষ্ট সরল রেখাকে যত ইচ্ছা সমান ভাগে বিভক্ত করিতে হইবে।

কথ একটী নির্দ্দিষ্ট সরলরেখা। মনে কর ইহাকে সমান ছয় ভাগে বিভক্ত করিতে হইবে। ক বিন্দু হইতে কগ কোন সরল রেখা টান ; কগ রেখাটী এরূপ ভাবে টানিতে হইবে যে কথএর

সহিত যেন একটী কোণ উৎপন্ন হয়। খ বিন্দু দিয়া খঘ রেখাকে কগ এর সমান্তরাল করিয়া টান।



কগ রেখার মধ্যে ক ১, ১ ২, ২ ৩, ৩ ৪, ৪ ৫, ৫ ৬ এই ছয়টী সমান অংশ লও। আরও খঘএর মধ্যেও পূর্ব্বোক্ত অংশ সমূহের সমান করিয়া খ ১, ১ ২, ২ ৩, ৩ ৪, ৪ ৫, ৫ ৬, এই ছয়টী সমান অংশ লও। এখন কগস্থ ১, ২, ৩, ৪, ৫ চিহ্নিত বিন্দুগুলিকে ক্রমান্বয়ে খঘস্থ ৫, ৪, ৩, ২, ১ চিহ্নিত বিন্দু গুলির সহিত সংযুক্ত কর। এই সংযোজক রেখাগুলিদ্বারা কখ সমান ছয় ভাগে বিভক্ত হইবে।

এইরূপে কখকে যত ইচ্ছা সমান অংশে বিভক্ত করা যাইতে পারে।

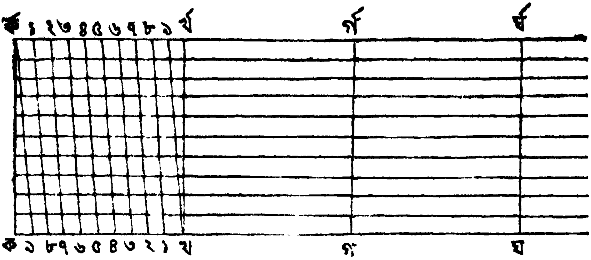
৩০। মনে কর কোন স্থান দৈর্ঘ্যে ২০০ গজ এবং প্রস্থে ১০০ গজ। ইহার একটী নক্‌সা প্রস্তুত করিতে হইবে। নক্‌সাটী স্থানটীর ঠিক সমান করিয়া অর্থাৎ ২০০ গজ দীর্ঘ এবং ১০০ গজ প্রস্থ করিয়া আঁকা অত্যন্ত অসুবিধাজনক, এমন কি সেরূপ করা একরূপ অসম্ভব। এই জন্য ক্ষুদ্রাকারে নক্‌সা প্রস্তুত করিতে হয়। স্থানের আকারের সহিত নক্‌সার আকারের সম্পূর্ণ সাদৃশ্য থাকিলেই হইল। স্থানটীর অন্তর্গত ভিন্ন ভিন্ন দূরতার মধ্যে যে যে অনুপাত, নক্‌সাতেও সেই সেই দূরতার মধ্যে ঠিক সেই সেই অনুপাত হইলেই নক্‌সাটী স্থানটীর ঠিক সদৃশ হয়। এই জন্য নক্‌সাতে কোন দূরতা ১ ইঞ্চ দীর্ঘ রেখায়

প্রকাশ করিলে তাহার অর্দ্ধ, দ্বিগুণ, ত্রিগুণ প্রভৃতি দূরতা, ½ ইঞ্চ দীর্ঘ, ২ ইঞ্চ দীর্ঘ, ৩ ইঞ্চ দীর্ঘ প্রভৃতি রেখায় প্রকাশ করিতে হয়।

৩১। ভিন্ন ভিন্ন দূরতার যে যে অনুপাত নক্সায় তৎজ্ঞাপক রেখাগুলিকে ঠিক সেই সেই অনুপাতে অঙ্কিত করিতে স্কেল অর্থাৎ মানদণ্ড ব্যবহৃত হইয়া থাকে। কোন সরল রেখার দৈর্ঘ্য নির্ণয় করিতেও ইহার ব্যবহার হয়। স্কেল দুই প্রকার হয়। এক প্রকার সোজা স্কেল ও অপর প্রকার টেরচা স্কেল। ইহাদের মধ্যে টেরচা স্কেলই অধিক প্রয়োজনীয়। এই টেরচা স্কেল কিরূপে প্রস্তুত ও ব্যবহার করিতে হয় তাহা নিম্নে লিখা গেল।

৩২। একটী দশমিক টেরচাস্কেল প্রস্তুত করিতে হইবে।

কখ কোন একটী সরল রেখা লও। কখকে এরূপ ভাবে বৃদ্ধি কর যেন সমস্ত রেখাটী কখএর দশগুণ হয় এবং খগ, গঘ প্রভৃতি কখএর সমান করিয়া লও। এখন এই সরল রেখার সমান্তরাল করিয়া আর একটী সরল রেখা টান। এই শেষোক্ত সরল রেখার মধ্যে কখ এর সমান করিয়া ক´খ´, খ´গ´, গ´ঘ´ প্রভৃতি দশটী অংশ লও। ক ক´, খ খ´, গ গ´, ঘ ঘ´ প্রভৃতি সরল রেখাগুলি টান। কক´কে দশ সমান ভাগে বিভক্ত কর, এবং বিভাজক বিন্দু ৯টার মধ্য দিয়া কখএর সমান্তরাল ৯টী সরল রেখা টান। কখকে দশ সমান ভাগে বিভক্ত কর এবং বিভাজক বিন্দুগুলিকে যথাক্রমে ৯, ৮, ৭, ৬, ৫, ৪, ৩, ২, ১ চিহ্নে চিহ্নিত কর। ক´খ´কেও দশ সমান ভাগে বিভক্ত কর এবং বিভাজক বিন্দুগুলিকে যথাক্রমে ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯



চিহ্নে চিহ্নিত কর। এখন, কখস্থ খ, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯ চিহ্নিত বিন্দুগুলিকে যথাক্রমে ক'খ'স্থ ৯, ৮, ৭, ৬, ৫, ৪, ৩, ২, ১, ক' চিহ্নিত বিন্দুগুলির সহিত সংযুক্ত কর অর্থাৎ খ চিহ্নিত বিন্দুকে ৯ চিহ্নিত বিন্দুর সহিত যোগ কর, ১ চিহ্নিত বিন্দুকে ৮ চিহ্নিত বিন্দুর সহিত যোগ কর ইত্যাদি। এই টেরচা স্কেল প্রস্তুত হইল। সাধারণতঃ কক' রেখাকে কখএর উপর লম্ব করিয়া লওয়াই রীতি। কিন্তু লম্ব করিয়া না লইলেও বিশেষ কোন ক্ষতি নাই।

৩৩। কিরূপে টেরচা স্কেল ব্যবহার করিতে হয়।

মনে কর উপরি উক্ত প্রকৃতিতে কখ যেন এক ইঞ্চ। তাহা হইলে ক'খ'ও এক ইঞ্চ এবং খ' ৯ রেখা এক ইঞ্চের ১০ ভাগের এক ভাগ অর্থাৎ খ' ৯ রেখা ·১ ইঞ্চ। আরও জ্যামিতির সাহায্যে প্রমাণ করা যাইতে পারে যে কখ রেখার প্রথম সমান্তরালের যে অংশ ৯খ ও খ'খ রেখার মধ্যে আছে তাহা ৯খ' রেখার দশ ভাগের এক ভাগ সুতরাং এই রেখা এক ইঞ্চের $\frac{1}{10}$এর $\frac{1}{10}$ অর্থাৎ এক ইঞ্চের $\frac{1}{100}$। তাহা হইলে এই রেখার পরিমাণ ·০১ ইঞ্চ। আরও প্রমাণ করা যায় যে কখএর দ্বিতীয়, তৃতীয় প্রভৃতি সমান্তরালের যে যে অংশ ৯খ ও খ'খ রেখাদ্বয়ের মধ্যে আছে

তাহারা ক্রমান্বয়ে ৯র্থএর $\frac{২}{১০}$, $\frac{৩}{১০}$, $\frac{৪}{১০}$, $\frac{৫}{১০}$, $\frac{৬}{১০}$, $\frac{৭}{১০}$, $\frac{৮}{১০}$, $\frac{৯}{১০}$। অতএব তাহাদের পরিমাণ যথাক্রমে এক ইঞ্চের $\frac{১}{১০}$এর $\frac{২}{১০}$, $\frac{১}{১০}$এর $\frac{৩}{১০}$, $\frac{১}{১০}$এর $\frac{৪}{১০}$, $\frac{১}{১০}$এর $\frac{৫}{১০}$, $\frac{১}{১০}$এর $\frac{৬}{১০}$, $\frac{১}{১০}$এর $\frac{৭}{১০}$, $\frac{১}{১০}$এর $\frac{৮}{১০}$, $\frac{১}{১০}$এ $\frac{৯}{১০}$ অর্থাৎ তাহাদের পরিমাণ যথাক্রমে •০২, •০৩, •০৪, •০৫, •০৬, •০৭, •০৮, •০৯ ইঞ্চ।

এখন এই স্কেল দ্বারা ১০ ইঞ্চ হইতে এক ইঞ্চের এক শত ভাগের এক ভাগ পর্য্যন্ত দীর্ঘ যে কোন সরল রেখা নির্ণয় করা যাইতে পারে। মনে কর, ১•৩৭ ইঞ্চ যে রেখায় প্রকাশ করে তাহা নির্ণয় করিতে হইবে। কাঁটা কম্পাসের এক পা গ বিন্দুতে এবং আর এক পা কখএর ৩ চিহ্নিত বিন্দুতে স্থাপন কর। তাহা হইলেই ১•৩ ইঞ্চ দীর্ঘ রেখা পাওয়া গেল। এখন কাঁটাকম্পাসের পদদ্বয় উপযুক্তরূপ বিস্তার করিতে করিতে গর্গ রেখা ও ৩৬ রেখার উপর দিয়া চালাইতে থাক। যখন কাঁটাকম্পাসের পদদ্বয় কখএর সপ্তম সমান্তরালের উপরে আসিবে তখন পদদ্বয়ের দূরতা ১•৩৭ ইঞ্চ প্রকাশ করিবে। কারণ, কখএর সপ্তম সমান্তরালের যে অংশ থ র্থ ও কখস্থ ৩চিহ্নিত বিন্দু হইতে যে টেরচা সরল রেখা আরম্ভ হইয়াছে সেই রেখার মধ্যে আছে তাহা .১+.১+.১+.০৭=.৩৭ ইঞ্চ।

আরও, এই স্কেলের সাহায্যে কোন সরল রেখার দৈর্ঘ্যও স্থির করা যাইতে পারে। যে সরল রেখার দৈর্ঘ্য স্থির করিতে হইবে তাহার প্রান্তদ্বয়ে কাঁটাকম্পাসের পদদ্বয় স্থাপন করিয়া তাহার পরিমাণ লও। তৎপরে পরীক্ষা করিয়া দেখ কখ এর কোন সমান্তরালের কোন্ বিভাজক বিন্দুদ্বয়ের উপরে এই পরিমাণ বিস্তৃত কাঁটাকম্পাসের পদদ্বয়

পতিত হয়। এখন এই বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্ত্তী রেখার যে দৈর্ঘ্য উক্ত সরলরেখাটারও সেই দৈর্ঘ্য। দৃষ্টান্তস্বরূপ, মনে কর কাঁটাকম্পাস বিস্তার করিয়া কোন সরল রেখার পরিমাণ লওয়ার পরে দেখা গেল যে কাঁটা কম্পাসের এক পা কখএর পঞ্চম সমান্তরাল ঘর্ঘ দ্বারা যে বিন্দুতে ছিন্ন হইয়াছে সেই বিন্দুর উপরে এবং অপর পা কখএর ৮ চিহ্নিত বিন্দু হইতে যে টেরচা সরল রেখা আরম্ভ হইয়াছে সেই সরল রেখা কখ এর পঞ্চম সমান্তরালকে যে বিন্দুতে ছিন্ন করিয়াছে সেই বিন্দুর উপরে পতিত হয়। তাহা হইলে সরল রেখাটার দৈর্ঘ্য কখএর ২.৮৫ গুণ। এখন, কখ এক ইঞ্চ হইলে রেখাটার দৈর্ঘ্য ২.৮৫ ইঞ্চ; কখ ১০ ইঞ্চ হইলে রেখাটার দৈর্ঘ্য ২৮.৫ ইঞ্চ; কখ ১০০ ইঞ্চ হইলে রেখাটার দৈর্ঘ্য ২৮৫ ইঞ্চ ইত্যাদি।

দ্বিতীয় অধ্যায়।

রৈখিক পরিমাণ।

তৃতীয় পরিচ্ছেদ।

রৈখিক মাপ-প্রণালী।

৩৪। রৈখিক পরিমাণে কোন দূরত্বকে একক স্বরূপ ধরিয়া তাহার সহিত তুলনা করিয়া অন্যান্য দূরত্বের পরিমাণ ব্যক্ত করা হয়। ইংলণ্ডদেশের কোষাগারে ধাতুনির্ম্মিত একটী দণ্ড আছে। (যখন দণ্ডটীর উত্তাপ ফারেণহাইটের তাপমান যন্ত্রের ৬২ তাপাংশ হয় তখন) তন্মধ্যস্থ দুইটী নির্দ্দিষ্ট বিন্দুর দূরত্বকে এক গজ ধরা হয়। ১০ গজ বলিলে এই দূরত্বের দশগুণ দূরত্ব বুঝায়; ১৬ গজ বলিলে এই দূরত্বের ষোলগুণ দূরত্ব বুঝায় ইত্যাদি। এই গজের তৃতীয়াংশকে এক ফুট এবং ফুটের দ্বাদশাংশকে এক ইঞ্চ বলে।

সম্প্রতি আমাদের দেশেও এই ইংলণ্ডীয় গজই রৈখিক পরিমাণের একক হইয়া উঠিয়াছে। আমরা এখন এই গজের অর্দ্ধকেই এক হাত এবং এই হাতের চব্বিশ ভাগের এক ভাগকেই এক অঙ্গুলি ধরিয়া থাকি।

দৈর্ঘ্যাদি মাপ করিতে এদেশে এখন দেশীয় এবং ইংলণ্ডীয় উভয় মাপ-প্রণালীই ব্যবহৃত হয়। এই উভয় প্রণালীই নিম্নে লিখিত হইল।

দেশীয় মাপ-প্রণালী।

২৪ অঙ্গুলিতে	...	১ হাত।
২ হাতে	...	১ গজ।
৪ হাতে	...	১ ধনু।
২০০০ ধনু বা ৮০০০ হাতে		১ ক্রোশ।
৪ ক্রোশে	...	১ যোজন।

ইংলণ্ডীয় মাপ-প্রণালী।

১২ ইঞ্চে	...	১ ফুট।
৩ ফুটে	...	১ গজ।
৬ ফুটে	...	১ ফ্যাদম।
১৬½ ফুট বা ৫½ গজে	..	১ রড বা পোল।
৪০ পোলে	...	১ ফার্লং।
৮ ফার্লংএ	...	১ মাইল।

এই হিসাব হইতে নিম্নলিখিত ফল পাওয়া যায়ঃ—

মাইল	ফার্লং	পোল	গজ	ফুট	ইঞ্চ
				১	১২
			১	৩	৩৬
		১	৫½	১৬½	১৯৮
	১	৪০	২২০	৬৬০	৭৯২০
১	৮	৩২০	১৭৬০	৫২৮০	৬৩৩৬০

উপরি উক্ত দুইটী মাপ-প্রণালী তুলনা করিলে দেখা যায় যে ইংলণ্ডীয় ১৮ ইঞ্চে দেশীয় ১ হাত হয়। আজ কাল ইংলণ্ডীয়

দুই মাইলে অর্থাৎ ৭০৪০ হাতে ১ ক্রোশ ধরার রীতি হইয়া উঠিয়াছে।

৩৫। জমীর দৈর্ঘ্য ও বিস্তার মাপ করিতে আরও একটী প্রণালী ব্যবহৃত হয় তাহা এই :—

৪ হাতে ... ১ রৈখিক কাঠা ... /১।

২০ রৈখিক কাঠায় বা ৮০ হাতে ১ রৈখিক বিঘা ১/।

৩৬। ইংরেজী মতে গাণ্টার্স চেইন অর্থাৎ গাণ্টারের শিকল দিয়া জমী মাপ করা হয়। এই শিকল ২২ গজ লম্বা এবং ১০০ সমান ভাগে বিভক্ত; এক এক ভাগকে এক এক লিঙ্ক কহে। অতএব দেখা যায় যে প্রত্যেক লিঙ্ক ·২২ গজ অর্থাৎ ৭·৯২ ইঞ্চ লম্বা। কাজেই, ২৫ লিঙ্কে ১ পোল হয়; ৪ পোলে ১ চেইন হয়; ১০ চেইনে বা ১০০০ লিঙ্কে ১ ফার্লং হয় এবং ৮০ চেইনে বা ৮০০০ লিঙ্কে ১ মাইল হয়।

চতুর্থ পরিচ্ছেদ।

সমকোণী ত্রিভুজের প্রথম নিয়ম।

৩৭। জ্যামিতির প্রথম অধ্যায়ের ৪৭শ প্রতিজ্ঞায় সপ্রমাণ করা হইয়াছে যে সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের পার্শ্বস্থ বাহুদ্বয়ের উপর অর্থাৎ ভূমি ও কোটীর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয় একত্রযোগে সমকোণের সম্মুখস্থ বাহুর উপর অর্থাৎ কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গ ক্ষেত্রের সমান। পরবর্ত্তী অধ্যায়ে দেখা যাইবে যে কোন সরল রেখার দৈর্ঘ্য-পরিমাণের বর্গই তদুপরি অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের পরিমাণ; অতএব সমকোণী ত্রিভুজের

$$\text{ভূমি}^2 + \text{কোটী}^2 = \text{কর্ণ}^2 \text{।}$$

এই সম্বন্ধ হইতে সমকোণী ত্রিভুজের নিয়মসমূহ স্থিরীকৃত হইয়াছে।

৩৮। সমকোণী ত্রিভুজের দুইটী বাহু অর্থাৎ ভূমি ও কোটী দেওয়া আছে, কর্ণ স্থির করিতে হইবে।

$$\text{যেহেতুক}\quad \text{কর্ণ}^2 = \text{ভূমি}^2 + \text{কোটী}^2$$

$$\text{অতএব}\quad \text{কর্ণ} = \sqrt{\text{ভূমি}^2 + \text{কোটী}^2}$$

নিয়ম। বাহুদ্বয়ের বর্গ নির্ণয় কর। বর্গদ্বয়ের যোগ ফলের বর্গমূল লইলেই কর্ণের পরিমাণ পাওয়া যাইবে।

উদাহরণ :

(১) কোন সমকোণী ত্রিভুজের বাহু দুইটীর পরিমাণ যথাক্রমে ৯ ফুট এবং ১২ ফুট, কর্ণের পরিমাণ কত ?

৯ এর বর্গ ৮১ ; ১২ এর বর্গ ১৪৪। ৮১+১৪৪=২২৫ ; ২২৫ এর বর্গমূল ১৫। অতএব কর্ণের পরিমাণ ১৫ ফুট।

(২) কোন সমকোণী ত্রিভুজের ভূমির পরিমাণ ২ ফুট এবং কোটীর পরিমাণ ১০ ইঞ্চ, উহার কর্ণের পরিমাণ কত ?

২ ফুট=২৪ ইঞ্চ ; ২৪এর বর্গ=৫৭৬ এবং ১০এর বর্গ ১০০। ৫৭৬+১০০=৬৭৬ ; ৬৭৬এর বর্গমূল ২৬। অতএব কর্ণের পরিমাণ ২৬ ইঞ্চ, বা ২ ফুট ২ ইঞ্চ।

৩৯। যদি কোন একটী পরিমাণ এক জাতীয় রাশিতে দেওয়া থাকে কিন্তু অপর পরিমাণ বা পরিমাণগুলি অন্য জাতীয় রাশিতে দেওয়া থাকে তবে প্রথমে সকলগুলি পরিমাণকেই এক জাতীয় রাশিতে পরিবর্ত্তন করিয়া পরে পরিমিতির নিয়মসমূহ প্রয়োগ করিতে হইবে। পূর্ব্বোক্ত ৩৮ অনুচ্ছেদের (২) উদাহরণে ভূমির পরিমাণ ফুটে দেওয়া হইয়াছে কিন্তু কোটীর

পরিমাণ ইঞ্চে দেওয়া আছে। এই নিমিত্ত ফুটকে প্রথম ইঞ্চ করিয়া পরে অঙ্কটী সমাধান করা হইয়াছে। অথবা ইঞ্চকে ফুটে পরিবর্ত্তিত করিয়া অঙ্ক করিলেও ফল পাওয়া যাইবে। কিন্তু পরিমাণগুলি এক জাতীয় রাশিতে পরিবর্ত্তিত না করিয়া পরিমিতির নিয়ম প্রয়োগ করিলে কখনই যথার্থ ফল পাওয়া যাইবে না।

৪০। পূর্ব্বোক্ত ৩৯ অনুচ্ছেদের উদাহরণদ্বয়ে ইষ্ট বর্গমূল ঠিক নিষ্কাশিত হইয়াছে। কিন্তু অনেক স্থলে বর্গমূল ঠিক বাহির হয় না। এরূপ স্থলে সচরাচর কয়েক দশমিক স্থান পর্য্যন্ত বর্গমূল আকর্ষণ করিয়া তাহাই আসন্নরূপে কর্ণের পরিমাণ ধরা হইয়া থাকে।

উদাহরণ :

(১) কোন সমকোণী ত্রিভুজের বাহুদ্বয় ১০ ফুট ৬ ইঞ্চ ও ৭ ফুট ৫ ইঞ্চ, কর্ণের পরিমাণ কত ?

১০ ফুট ৬ ইঞ্চ = ১২৬ ইঞ্চ ; ৭ ফুট ৫ ইঞ্চ = ৮৯ ইঞ্চ।

```
  ১২৬           ৮৯         ১৫৮৭৬
  ১২৬           ৮৯          ৭৯২১
 -----         ----        ------
  ৭৫৬          ৮০১         ২৩৭৯৭
 ২৫২          ৭১২
১২৬           ----
-----         ৭৯২১
১৫৮৭৬
```

```
        ২৩৭৯৭.০০০০ | ১৫৪.২৬
        ১          |
       -----
   ২৫ | ১৩৭
      | ১২৫
       -----
  ৩০৪ | ১২৯৭
      | ১২১৬
       ------
 ৩০৮২ | ৮১০০
      | ৬১৬৪
       -------
৩০৮৪৬ | ১৯৩৬০০
      | ১৮৫০৭৬
       -------
          ৮৫২৪
```

অতএব দুই দশমিক স্থান পর্য্যন্ত বর্গমূল আকর্ষণ করিলে কর্ণের পরিমাণ ১৫৪·২৬ ইঞ্চ।

(২) কোন সমকোণী ত্রিভুজের এক বাহুর পরিমাণ ৩·৫ গজ ও অপর বাহুর পরিমাণ ৪·৬ গজ; কর্ণের পরিমাণ কত?

```
  ৩·৫          ৪·৬
  ৩·৫          ৪·৬          ১২·২৫
 ────         ────          ২১·১৬
  ১৭৫          ২৭৬          ──────
 ১০৫          ১৮৪           ৩৩·৪১
 ─────        ─────
 ১২·২৫        ২১·১৬
```

```
        ৩৩·৪১ |৫·৭৮
        ২৫    |
       ───────
 ১০৭ |  ৮৪১
     |  ৭৪৯
       ──────
 ১১৪৮|  ৯২০০
     |  ৯১৮৪
       ──────
          ১৬
```

অতএব দুই দশমিক স্থান পর্য্যন্ত বর্গমূল বাহির করিলে কর্ণের পরিমাণ ৫·৭৮ গজ।

(৩) কোন সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণের পরিমাণ ১২ হাত, উহার এক বাহুর পরিমাণ কত?

এখানে বাহুদ্বয় পরস্পর সমান। সুতরাং কর্ণের বর্গ বাহুদ্বয়ের যে কোন একটীর বর্গের দ্বিগুণ। অতএব কর্ণের বর্গের অর্দ্ধেক লইয়া তাহার বর্গমূল লইলেই এক বাহুর পরিমাণ পাওয়া যাইতে পারে; এখন, ১২ × ১২ = ১৪৪; ১৪৪ ÷ ২ = ৭২।

```
        ৭২ |৮·৪৮
        ৬৪ |
       ───────
 ১৬৪ | ৮০০
     | ৬৫৬
       ──────
 ১৬৮৮| ১৪৪০০
     | ১৩৫০৪
       ──────
          ৮৯৬
```

∴ দুই দশমিক স্থান পর্য্যন্ত বর্গমূল বাহির করিলে এক বাহুর পরিমাণ ৮.৪৮ হাত।

চতুর্থ উদাহরণ-মালা।

নিম্নে যে সকল সমকোণী ত্রিভুজের বাহুদ্বয়ের পরিমাণ দেওয়া আছে তাহাদের কর্ণের পরিমাণ নির্ণয় কর।

১। ৭ ইঞ্চ, ২৪ ইঞ্চ। ২। ১১ ফুট, ৬০ ফুট।

৩। ১২ হাত, ৩৫ হাত ৪। ২৬১ ফুট, ৩৪৮ ফুট।

৫। ১৪৯১ফুট, ২৩০০ ফুট। ৬। ৩৩৮৭ গজ, ৪৫১৬ গজ।

৭। ২১৮৫ গজ, ৬৪৩২ গজ। ৮। ১৬০ ফুট ৫ ইঞ্চ, ১২৭১ ফুট।

৯। ৮৬ ফুট ৪ ইঞ্চ, ৬৪ ফুট ৯ ইঞ্চ।

১০। ১৩১ গজ ২ ফুট ৩ ইঞ্চ, ৩১১ গজ ২ ফুট ৪ ইঞ্চ।

১১। ৬৯ গজ ৬ ইঞ্চ, ১৮৫ গজ ৪ ইঞ্চ।

১২। ১ মাইল ১৭০৬ গজ ২ ফুট, ১ মাইল ৮৪০ গজ।

১৩। ৬২.৩২ ফুট, ১২৭.২৬ ফুট। ১৪। .৩৩ গজ, .৫৬ গজ।

১৫। ৩০৮ হাত, ৪২৪.৩২ হাত। ১৬। .৯৯ ফুট, .২ ফুট।

১৭। ২২$\frac{৬}{৭}$ ফুট, ২৩$\frac{৩}{৪}\frac{৭}{৪}$৬ ফুট।

নিম্নে যে সকল সমকোণী ত্রিভুজের কোটির ও ভূমির পরিমাণ দেওয়া আছে তাহাদের কর্ণের পরিমাণ দুই দশমিক স্থান পর্য্যন্ত ফুটে নির্ণয় কর।

১৮। ৯৩ ফুট, ১০২ ফুট। ১৯। ৪৮৫৬ ফুট, ৩৭১২ ফুট।

২০। ৪৩.৯ ফুট, ৯.৮ ফুট। ২১। ২৪৫ ফুট ৩ ইঞ্চ, ১৬৩ ফুট ৯ ইঞ্চ

২২। ২৮৯ ফুট, ১২০ ফুট ৮ ইঞ্চ। ২৩। $\frac{১}{৮}$ মাইল, ৩২০ গজ ১ ফুট।

২৪। যে সমকোণী ত্রিভুজের ভূমির ও কোটির বর্গের যোগফল .৪ তাহার কর্ণ কত?

২৫। কোন সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ও কোটির প্রত্যেকের পরিমাণ ৫২ ফুট; কর্ণের পরিমাণ কত?

২৬। কোন বর্গক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ ২০০ ফুট; কর্ণের পরিমাণ কত?

২৭। যে বর্গক্ষেত্রের কর্ণের পরিমাণ ৬০ ফুট তাহার বাহুর পরিমাণ কত?

২৮। কোন আয়তাকার মাঠের দৈর্ঘ্য ৭২ মাইল ও বিস্তার ৬৫ মাইল; উহার এক কোণ হইতে তৎসম্মুখস্থ কোণ পর্য্যন্ত রাস্তার পরিমাণ কত?

২৯। কোন একটী আয়ত ক্ষেত্র ৫৫ গজ দীর্ঘ ও ৪৮ গজ বিস্তৃত; উহার পার্শ্ববর্ত্তী রাস্তা দিয়া না যাইয়া কর্ণপথে গেলে কত পথ বাঁচিয়া যাইবে?

৩০। কোন রম্বস্ ক্ষেত্রের কর্ণদ্বয়ের পরিমাণ ৪০ ও ৪২ হাত; উহার বাহুর পরিমাণ কত?

৩১। কোন ত্রিভুজের শীর্ষকোণ হইতে ভূমির উপর লম্বপাত করা হইয়াছে। লম্বের পরিমাণ ৪ ফুট এবং লম্বদ্বারা ভূমি যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হইয়াছে তাহাদের পরিমাণ ৪ ফুট ৭ ইঞ্চ এবং ১ ফুট ৮ ইঞ্চ। ত্রিভুজটীর বাহুদ্বয় নির্ণয় কর।

৩২। কোন দেয়ালের উচ্চতা ৩৬ ফুট; ১০ হাত দূর হইতে দেয়ালটীর উপর উঠিতে কত লম্বা মইএর দরকার হইবে?

৩৩। রাম এবং শ্যাম উভয়ে এক স্থান হইতে যাত্রা করিল। রাম ঘণ্টায় ৮ মাইল করিয়া দক্ষিণ দিকে এবং শ্যাম ঘণ্টায় ১৫ মাইল করিয়া পূর্ব্ব দিকে চলিতে লাগিল। ৩২ ঘণ্টা পরে উভয়ের মধ্যে কত ব্যবধান হইবে?

৩৪। কলিকাতা হইতে রামনগর ২৮ মাইল উত্তরে এবং রামনগর হইতে কৃষ্ণপুর ৪৫ মাইল পশ্চিমে। কলিকাতা হইতে কৃষ্ণপুর কত দূর?

৩৫। কোন মইএর এক প্রান্ত ২৪ হাত উচ্চ কোন প্রাচীরের উপর আছে এবং অপর প্রান্ত প্রাচীর হইতে ৭ হাত দূরে আছে; মইটীর দৈর্ঘ্য কত?

৩৬। ১২ হাত, ২০ হাত, এবং ৮ হাত উচ্চ তিনটী স্তম্ভ এক সরল রেখাতে আছে। প্রথমটী হইতে দ্বিতীয়টীর দূরতা ১৫ হাত ও দ্বিতীয়টী হইতে তৃতীয়টীর দূরতা ৫ হাত। কত হাত দড়ি হইলে স্তম্ভ তিনটীর অগ্রভাগ সংলগ্ন করা যায়।

৩৭। পরস্পর হইতে ৯ ফুট ১ ইঞ্চ অন্তরে দণ্ডায়মান ১২ ফুট ও ১৩ ফুট উচ্চ দুইটী খুটীর অগ্রভাগে বদ্ধ হইয়া এক গাছ দড়ি ঝুলিতেছিল। কোন বাজি-কর ঐ দড়ির উপর নাচিতে নাচিতে দড়ি ছিঁড়িয়া দীর্ঘতর খুটী হইতে ৬ ফুট

৫ ইঞ্চ দূরে পড়িয়া গেল। যে স্থান হইতে সে পড়িয়াছিল সে স্থান ভূমি হইতে ১০ ফুট উচ্চ ছিল; দড়ির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

৩৮। যে সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের কর্ণের পরিমাণ ৩৮ হাত তাহার বাহুর পরিমাণ কত?

৩৯। কোন সমচতুর্ভুজাকার ক্ষেত্রের কোণাকুণি রাস্তা ৫ মাইল। এই রাস্তায় না যাইয়া ক্ষেত্রের পার্শ্ব ঘুরিয়া গেলে কত পথ অধিক যাওয়া হইবে?

৪০। একটী বৃত্তের কোন জ্যার পরিমাণ ৯৬ ফুট এবং কেন্দ্র হইতে ইহার দূরতা ২৮৬ ফুট; বৃত্তের ব্যাস কত?

৪১। লম্বভাবে দণ্ডায়মান কোন বাঁশ ১৬$\frac{1}{2}$ ফুট উর্দ্ধে ভগ্ন হওয়াতে তাহার অগ্রভাগ মূলদেশ হইতে ২৮ ফুট দূরে ভূমি স্পর্শ করিল; বাঁশটী কত উচ্চ ছিল?

পঞ্চম পরিচ্ছেদ।

সমকোণী ত্রিভুজের দ্বিতীয় নিয়ম।

৪১। সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ও এক বাহু জানা আছে, অপর বাহু নির্ণয় করিতে হইবে।

আমাদের জানা আছে, $\text{কোটি}^2 + \text{ভূমি}^2 = \text{কর্ণ}^2$। এখন এই উভয় পার্শ্ব হইতে যদি ভূমির বর্গ বিয়োগ করা যায় তবে, $\text{কোটি}^2 = \text{কর্ণ}^2 - \text{ভূমি}^2$ [কারণ সমান সমান বস্তু হইতে সমান সমান বস্তু বিয়োগ করিলে অবশিষ্টদ্বয়ও পরস্পর সমান হয়]

$$\therefore \text{কোটি} = \sqrt{\text{কর্ণ}^2 - \text{ভূমি}^2}$$

$$= \sqrt{(\text{কর্ণ} + \text{ভূমি}) \times (\text{কর্ণ} - \text{ভূমি})}$$ [৮ অনুচ্ছেদ দেখ]

পুনশ্চ, $\text{কোটি}^2 + \text{ভূমি}^2 = \text{কর্ণ}^2$।

এই উভয় পার্শ্ব হইতে কোটির বর্গ বিয়োগ করিলে

ভূমি^{২} = কর্ণ^২ − কোটি^{২} [কারণ সমান সমান বস্তু হইতে সমান সমান বস্তু বিয়োগ করিলে অবশিষ্টদ্বয়ও পরস্পর সমান হয়]

$$\therefore \quad \text{ভূমি} = \sqrt{\text{কর্ণ}^২ - \text{কোটি}^২}$$

$$= \sqrt{(\text{কর্ণ} + \text{কোটি}) \times (\text{কর্ণ} - \text{কোটি})}$$ [৮ অনুচ্ছেদ দেখ]

এখন দেখা যায় যে কর্ণ এবং ভূমি জানা থাকিলে কোটি যেরূপে স্থির করা যায়, কর্ণ এবং কোটি জানা থাকিলে ভূমিও ঠিক সেইরূপে স্থির করা যায়। অতএব কর্ণ এবং বাহুদ্বয়ের কোন একটী (অর্থাৎ ভূমিও কোটির কোন একটী) জানা থাকিলে অপর বাহুটী স্থির করার নিম্নলিখিত নিয়ম দুইটী দেওয়া গেল :

(১) কর্ণের বর্গ হইতে বাহুর বর্গ বিয়োগ করিয়া তাহার বর্গ মূল লও, উহা অপর বাহুর পরিমাণ হইবে। অথবা

(২) কর্ণ ও বাহুর সমষ্টিকে তাহাদের অন্তর দিয়া গুণ করিয়া গুণফলের বর্গমূল লও, উহা অপর বাহুর পরিমাণ হইবে।

উদাহরণ :

১। কোন সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ১৭ ফুট, এক বাহু ১৫ ফুট, অপর বাহু কত ?

১৭ এর বর্গ ২৮৯ এবং ১৫ এর বর্গ ২২৫ ; উভয়ের অন্তর ৬৪ ; ৬৪ এর বর্গমূল ৮ ; অতএব অপর বাহুর পরিমাণ ৮ ফুট। অথবা

১৭ এবং ১৫ এর যোগফল ৩২ ; তাহাদের অন্তর ২ ; ৩২ এবং ২ এর গুণ-ফল ৬৪ ; ৬৪ এর বর্গমূল ৮।

(২) কোন সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ২৯ হাত ও এক বাহুর পরিমাণ ২১ হাত, অপর বাহুর পরিমাণ কত ?

২৯ এর বর্গ ৮৪১, ২১ এর বর্গ ৪৪১; ৮৪১ হইতে ৪৪১ বিয়োগ করিলে ৪০০ অবশিষ্ট থাকে; ৪০০ এর বর্গমূল ২০; অতএব অপর বাহুর পরিমাণ ২০ হাত।

অথবা

২৯ এবং ২১ এর যোগফল ৫০; তাহাদের বিয়োগ ফল ৮; ৫০ এবং ৮ এর গুণ-ফল ৪০০; ৪০০ এর বর্গমূল ২০।

৪২। কর্ণ ও এক বাহুর পরিমাণ জানা থাকিলে অপর বাহু স্থির করার যে নিয়ম দুইটী ৪১ অনুচ্ছেদে লিখিত হইয়াছে তন্মধ্যে দ্বিতীয় নিয়মটী অঙ্কসমাধানের পক্ষে বিশেষ সুবিধা-জনক।

উদাহরণ :

(১) কোন সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ৮ গজ ২ ফুট ও এক বাহু ১১ ফুট, অপর বাহু কত?

৮ গজ ২ ফুট = ২৪ + ২ = ২৬ ফুট।

২৬ + ১১ = ৩৭
২৬ − ১১ = ১৫

```
  ৩৭
  ১৫
 ----
 ১৮৫
 ৩৭
 ----
 ৫৫৫
```

```
        ৫৫৫·১০০০ | ২৩·৫৫
        ৪        |
       ------
  ৪৩   | ১৫৫
       | ১২৯
       --------
  ৪৬৫  | ২৬০০
       | ২৩২৫
       ---------
  ৪৭০৫ | ২৭৫০০
       | ২৩৫২৫
       ---------
          ৩৯৭৫
```

এখানে বর্গমূল ঠিক নিষ্কাশিত হয় না কিন্তু যদি দুই দশমিক স্থান পর্য্যন্ত বর্গমূল বাহির করা যায় তবে অপর বাহুর পরিমাণ ২৩·৫৫ ফুট।

(২) কোন সমকোণী ত্রিভুজের এক বাহুর পরিমাণ ৩·৮ ইঞ্চ এবং কর্ণের পরিমাণ ·৪৫ ফুট, অপর বাহুর পরিমাণ কত?

·৪৫ ফুট = ·৪৫ × ১২ ইঞ্চ = ৫·৪ ইঞ্চ।

৫·৪ + ৩·৮ = ৯·২
৫·৪ − ৩·৮ = ১·৬

```
   ৯·২
   ১·৬
  ----
   ৫৫২
   ৯২
  ----
 ১৪·৭২
```

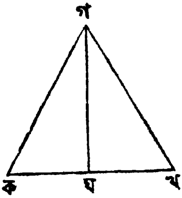
```
      ১৪·৭২০০ | ৩·৮৩
      ৯
     -----
  ৬৮ | ৫৭২
     | ৫৪৪
     -------
 ৭৬৩ | ২৮০০
     | ২২৮৯
     -------
        ৫১১
```

এখানেও পূর্ব্ব উদাহরণের ন্যায় বর্গমূল ঠিক বাহির হয় না। দুই দশমিক স্থান পর্য্যন্ত বর্গমূল বাহির করিলে অপর বাহুর পরিমাণ ৩·৮৩ ইঞ্চ।

৪৩। নিম্নে ৪১ অনুচ্ছেদের নিয়মসম্বন্ধীয় কয়েকটী বিবিধ প্রশ্নের সমাবেশ করা হইল।

(১) কোন সমবাহু ত্রিভুজের ভুজ পরিমাণ ১ ফুট, উহার উন্নতি কত?

কখগ একটী সমবাহু ত্রিভুজ। গঘ ইহার উন্নতি। অতএব কখ রেখা ঘ বিন্দুতে দুই সমান ভাগে বিভক্ত হইয়াছে অর্থাৎ কঘ, কখ এর অর্দ্ধ। তন্নিমিত্ত কঘ = ½ ফুট।



এখন, গঘ = $\sqrt{(\text{কগ}+\text{কঘ}) \times (\text{কগ}-\text{কঘ})}$

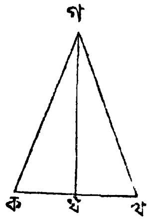
$= \sqrt{(১+\frac{১}{২}) \times (১-\frac{১}{২})} = \sqrt{\frac{৩}{২} \times \frac{১}{২}}$

$= \sqrt{\frac{৩}{৪}} = \sqrt{·৭৫} = ·৮৬৬\ldots$

∴ উন্নতি প্রায় ·৮৬৬ ফুট।

(২) কোন সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির পরিমাণ ৫৬ ফুট ও প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ ৫৩ ফুট, ত্রিভুজটীর উন্নতি কত ?

কখগ সমদ্বিবাহু ত্রিভুজটীর কগ বা খগ বাহু = ৫৩ ফুট, কখ ভূমি = ৫৬ ফুট; গঘ উন্নতি নির্ণয় করিতে হইবে। কখ ভূমি ঘ বিন্দুতে দুই সমান ভাগে বিভক্ত হইয়াছে (জ্যামিতি ১ম অঃ ২৬ প্রঃ)। ∴ কঘ = কখ এর অর্দ্ধ = ৫৬ ফুটের $\frac{১}{২}$ = ২৮ ফুট।

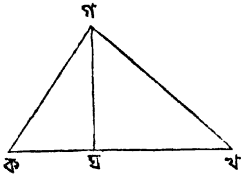


$$এখন,\ গঘ = \sqrt{(কগ + কঘ) \times (কগ - কঘ)}$$
$$= \sqrt{(৫৩ + ২৮) \times (৫৩ - ২৮)}$$
$$= \sqrt{৮১ \times ২৫} = \sqrt{৯ \times ৯ \times ৫ \times ৫} = ৯ \times ৫ = ৪৫।$$

∴ উন্নতি = ৪৫ ফুট।

(৩) কোন ত্রিভুজের উন্নতি ১২ ফুট, ভূমি ৪০ ফুট, এক বাহু ১৩ ফুট, অপর বাহুর পরিমাণ কত ?

মনে কর কখগ ত্রিভুজের গঘ উন্নতি ১২ ফুট; কখ ভূমি ৪০ ফুট; এবং কগ বাহু ১৩ ফুট; গখ বাহু নির্ণয় করিতে হইবে।



$$কঘ = \sqrt{(কগ + গঘ) \times (কগ - গঘ)} = \sqrt{(১৩ + ১২) \times (১৩ - ১২)}$$
$$= \sqrt{২৫ \times ১} = \sqrt{২৫} = ৫। \quad ∴ খঘ = ৪০ - ৫ = ৩৫।$$

$$এখন,\ গখ = \sqrt{গঘ^২ + খঘ^২} = \sqrt{১২^২ + ৩৫^২}$$
$$= \sqrt{১৪৪ + ১২২৫} = \sqrt{১৩৬৯} = ৩৭।$$

∴ অপর বাহু ৩৭ ফুট।

(৪) ৭৩ ফুট লম্বা একখানা মইএর অগ্রভাগ রাস্তার পার্শ্বস্থ ৪৮ ফুট উচ্চ কোন জানালা স্পর্শ করিয়া আছে। গোড়া ঠিক রাখিয়া মইখানা বিপরীত দিকে হেলাইলে উহার অগ্রভাগ রাস্তার অপর পার্শ্বস্থ ৪৩·৮ ফুট উচ্চ অন্য এক জানালায় যাইয়া পড়ে; রাস্তার পরিসর কত?

একটুকু অনুধাবন করিয়া দেখিলে সহজেই বুঝা যায় যে মই, জানালার উচ্চতা, ও জানালার দেয়াল হইতে মইএর গোড়ার দূরত্ব, এই তিনটী এক সমকোণী ত্রিভূজের তিন বাহু; ইহাদের মধ্যে মই কর্ণ। আর দুই পার্শ্বের দুই দেয়াল হইতে মইএর গোড়ার দূরতার সমষ্টি রাস্তার পরিসর।

এখন, প্রথম দেয়াল হইতে মইএর গোড়ার দূরতা

$$=\sqrt{(৭৩+৪৮)\times(৭৩-৪৮)}=\sqrt{১২১\times২৫}$$

$$=\sqrt{১১\times১১\times৫\times৫}=১১\times৫=৫৫ \text{ ফুট।}$$

দ্বিতীয় দেয়াল হইতে মইএর গোড়ার দূরতা

$$=\sqrt{(৭৩+৪৩·৮)\times(৭৩-৪৩·৮)}=\sqrt{১১৬·৮\times২৯·২}$$

$$=\sqrt{৩৪১০·৫৬}=৫৮·৪ \text{ ফুট।}$$

অতএব রাস্তার পরিসর $=৫৫+৫৮·৪=১১৩·৪$ ফুট।

পঞ্চম উদাহরণ-মালা।

নিম্নে যে সকল সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ও এক বাহুর পরিমাণ দেওয়া আছে তাহাদের অপর বাহু স্থির কর।

১। ৩৭ ফুট, ১২ ফুট।
২। ৮৯ ফুট, ৩৯ ফুট।
৩। ১৫৭ ফুট, ৮৫ ফুট।
৪। ২৩৩ ফুট, ১০৫ ফুট।
৫। ১৭৬৯ ফুট, ১৪৮০ ফুট।
৬। ৪৪৭১৩ গজ, ১৪৪৫৫ গজ।
৭। ৪৪৭ ফুট ১ ইঞ্চ, ৪৩৭ ফুট।

৮। ৫২৫ ফুট ৫ ইঞ্চ, ১৫৭ ফুট ৩ ইঞ্চ।

৯। ১ ফার্লং ১৮ পোল ২ গজ ২ ফুট, ১ ফার্লং ১৩ পোল ৩ গজ ½ ফুট।

১০। ৭ মাইল ১৫২৮ গজ, ৭ মাইল ১৪৮০ গজ।

নিম্নে যে সকল সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ও এক বাহুর পরিমাণ দেওয়া আছে তাহাদের অপর বাহুর পরিমাণ দুই দশমিক স্থান পর্য্যন্ত ফুটে স্থির কর।

১১। ৬৭৩ ফুট ও ৫৬৫ ফুট।   ১২। ৫৬২১ ফুট ও ৪৩৭৮ ফুট।

১৩। ২৩৪ ফুট ৬ ইঞ্চ ও ১৮৩ ফুট ৩ ইঞ্চ।

১৪। $\frac{১}{১১}$ মাইল ও ১০৮ গজ ১ ফুট।

১৫। কোন সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর পরিমাণ ২৪ হাত; উহার উন্নতি কত?

১৬। কোন সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের বাহুর পরিমাণ ৯১ হাত এবং ভূমির পরিমাণ ৭০ হাত; উহার উন্নতি কত?

১৭। কোন সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের উন্নতি ২৪ গজ এবং বাহুর পরিমাণ ৫১ গজ; উহার ভূমির পরিমাণ কত?

১৮। কোন ত্রিভুজের বাহুদ্বয় ১০০ ফুট ও ১০৪ ফুট এবং উন্নতি ৯৬ ফুট; ভূমির পরিমাণ নির্ণয় কর।

১৯। কোন ত্রিভুজের বাহুদ্বয় ৪৫২৫ ফুট ও ৬৫২৫ ফুট, উন্নতি ৪৫০০ ফুট; ত্রিভুজটীর ভূমির পরিমাণ কত?

২০। কোন ত্রিভুজের এক বাহুর পরিমাণ ১২৫ ফুট, ভূমির পরিমাণ ২০০ ফুট। যদি ত্রিভুজটীর উন্নতি ১১৭ ফুট হয় তবে তাহার অপর বাহুর পরিমাণ কত?

২১। কোন বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৭৪.৭৪ ফুট এবং কেন্দ্র হইতে কোন জ্যার উপর পতিত লম্বের পরিমাণ ৬৪.৫ ফুট; জ্যাটীর পরিমাণ স্থির কর।

২২। কোন বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৩৪ ইঞ্চ; ৬০ ইঞ্চ লম্বা জ্যা কেন্দ্র হইতে কত দূরে?

২৩। কোন বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৬ ফুট ২ ইঞ্চ। ৪ ফুট লম্বা জ্যার উপর কেন্দ্র হইতে পতিত লম্বের পরিমাণ কত?

২৪। কোন বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধকে সমান ছয় ভাগে বিভক্ত করিয়া বিভাজক পাঁচ বিন্দু হইতে তাহার উপর পরিধি পর্য্যন্ত পাঁচ লম্ব উত্তোলন করা হইয়াছে। ব্যাসার্দ্ধের পরিমাণ এক ফুট ধরিলে, তিন দশমিক স্থান পর্য্যন্ত ইঞ্চে এই লম্ব-রেখাগুলির পরিমাণ কত হইবে স্থির কর।

২৫। কেন্দ্রের ৬·২৫ ফুট অন্তরে অবস্থিত কোন বিন্দু হইতে বৃত্তের উপর এক স্পর্শনী (১৯ অনুচ্ছেদ দেখ) টানা হইয়াছে; বৃত্তের ব্যাস ৩·৫ ফুট হইলে স্পর্শনীর পরিমাণ কত? (স্পর্শনী যে বিন্দুতে পরিধি স্পর্শ করে সেই বিন্দু হইতে কেন্দ্র পর্য্যন্ত সরল রেখা টানিলে তাহা স্পর্শনীর উপর লম্ব হয়)।

২৬। ৬৫ ফুট লম্বা মইএর অগ্রভাগ রাস্তার পার্শ্বস্থ ৫৬ ফুট উচ্চ জানালার উপরে আছে। গোড়া ঠিক রাখিয়া বিপরীত দিকে হেলাইলে মইখানার অগ্রভাগ রাস্তার অপর পার্শ্বস্থ ৫২ ফুট উচ্চ জানালায় যাইয়া পড়ে; রাস্তার পরিসর নির্ণয় কর।

২৭। রাস্তার পার্শ্বস্থ কোন দালান হইতে ৩৬ ফুট দূরে গোড়া রাখিয়া এক খানা মই হেলাইলে তাহার অগ্রভাগ উক্ত দালানের ৭৭ ফুট উচ্চ কোন জানালায় যাইয়া পড়ে; আর বিপরীত দিকে হেলাইলে তাহা রাস্তার অপর পার্শ্বস্থ ৬৮ ফুট উচ্চ কোন জানালা স্পর্শ করে। রাস্তার পরিসর কত?

২৮। ১৩০ ফুট লম্বা মই দ্বারা ৩২ ফুট পরিসর বিশিষ্ট রাস্তার এক পার্শ্ব হইতে অপর পার্শ্বস্থ দালানের জানালায় উঠা যায়। জানালাটী দালানের অগ্রভাগ হইতে ৫ ফুট নিচে অবস্থিত হইলে দালানের উচ্চতা কত?

২৯। ৩৪½ ফুট লম্বা এক খানা মই কোন দেয়ালের গায়ে ঠিক খাড়া হইয়া লাগিয়া আছে। মই খানার গোড়া দেয়াল হইতে ২২ ফুট সরাইয়া নিলে তাহার অগ্রভাগ কত নামিয়া পড়িবে?

৩০। ২১ হাত অন্তর হইতে ৩৫ হাত মই দ্বারা কোন প্রাচীরে উঠা যায়। প্রাচীরটীর উচ্চতা কত?

৩১। কোন ব্যক্তি ৫ ফুট ৯ ইঞ্চ উচ্চ। তাহার পা ৩ ফুট ৩ ইঞ্চ দীর্ঘ। সে দুই পা ২ ফুট ৬ ইঞ্চ বিস্তার করিয়া দাঁড়াইলে কত খাট হইবে?

৩২। ৪১ ফুট লম্বা এক খানা মই কোন দেয়ালের গায়ে ঠিক খাড়া হইয়া

লাগিয়া আছে। মই খানার অগ্রভাগ ১ ফুট নামাইতে হইলে দেওয়াল হইতে কত দূরে তাহার গোড়া সরাইতে হইবে?

ষষ্ঠ পরিচ্ছেদ।

সমকোণী ত্রিভুজের তৃতীয় নিয়ম।

৪৪। সমকোণী ত্রিভুজের এক বাহু, এবং কর্ণ ও অপর বাহুর যোগ-ফল বা বিয়োগ-ফল জানা আছে, কর্ণ ও অপর বাহুর পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

৪১ অণুচ্ছেদে দেখা গিয়াছে যে সমকোণী ত্রিভুজের কোন বাহুর বর্গ, কর্ণ এবং অপর বাহুর সমষ্টি ও অন্তরের গুণফলের সমান। অতএব যে বাহুর পরিমাণ দেওয়া আছে সেই বাহুর বর্গকে, কর্ণ ও অনির্দ্দিষ্ট বাহুর সমষ্টি দ্বারা ভাগ করিলে তাহাদের অন্তর এবং অন্তর দ্বারা ভাগ করিলে তাহাদের সমষ্টি পাওয়া যাইবে। এখন কর্ণ ও অনির্দ্দিষ্ট বাহুর সমষ্টি এবং অন্তর উভয়ই জানা হইল। কাজেই এই সমষ্টি ও অন্তর যোগ করিয়া তাহার অর্দ্ধ হইলে কর্ণ, ও অন্তর করিয়া তাহার অর্দ্ধ লইলে অপর বাহু পাওয়া যাইবে।

উদাহরণ :

(১) কোন সমকোণী ত্রিভুজের এক বাহুর পরিমান ১৫ ফুট, কর্ণ ও অপর বাহুর সমষ্টি ২৫ ফুট; কর্ণ ও অপর বাহু নির্ণয় কর।

১৫ এর বর্গ, কর্ণ ও অপর বাহুর সমষ্টি ও অন্তরের গুণফলের সমান। কাজেই ১৫এর বর্গকে ২৫ দিয়া ভাগ করিলে ভাগফল

কর্ণ ও অপর বাহুর অন্তর হইবে। অতএব কর্ণ ও অপর বাহুর অন্তর $=১৫^২ \div ২৫ = \frac{১৫ \times ১৫}{২৫} = ৯$ ফুট।

অতএব কর্ণ $=(২৫+৯)$ এর $\frac{১}{২} = ৩৪$ এর $\frac{১}{২} = ১৭$ ফুট;

অপর বাহু $=(২৫-৯)$ এর $\frac{১}{২} = ১৬$ এর $\frac{১}{২} = ৮$ ফুট।

কর্ণ স্থির করিয়া কর্ণ ও অপর বাহুর সমষ্টি হইতে কর্ণ বাদ দিলেও অপর বাহু পাওয়া যাইতে পারে, যথা, অপর বাহু $=২৫-১৭=৮$ ফুট।

(২) কোন সমকোণী ত্রিভুজের এক বাহু ২১ হাত, কর্ণ ও অপর বাহুর অন্তর ৯ হাত; কর্ণ ও অপর বাহু নির্ণয় কর।

২১এর বর্গ, কর্ণ ও অপর বাহুর সমষ্টি ও অন্তরের গুণফলের সমান; সুতরাং ২১এর বর্গকে ৯ দিয়া ভাগ করিলে কর্ণ ও অপর বাহুর সমষ্টি পাওয়া যাইবে। অতএব কর্ণ ও অপর বাহুর সমষ্টি $= \frac{২১ \times ২১}{৯} = ৭ \times ৭ = ৪৯$।

$\therefore$ কর্ণ $=(৪৯+৯)$ এর $\frac{১}{২} = ৫৮$ এর $\frac{১}{২} = ২৯$ ফুট;

অপর বাহু $=(৪৯-৯)$ এর $\frac{১}{২} = ৪০$ এর $\frac{১}{২} = ২০$ ফুট।

(৩) ৪৯ ফুট লম্বা কোন বাঁশ লম্বভাবে ভূমির উপর দণ্ডায়মান ছিল। বায়ু বেগে ভগ্ন হওয়াতে তাহার অগ্রভাগ মূলদেশ হইতে ৩৫ ফুট দূরে ভূমি স্পর্শ করিল। ভূমি হইতে কত উচ্চে বাঁশটী ভাঙ্গিয়াছিল?

বাঁশটী ভাঙ্গিয়া তাহার অগ্রভাগ মূলদেশ হইতে ৩৫ ফুট দূরে ভূমি স্পর্শ করাতে একটী সমকোণী ত্রিভুজ উৎপন্ন হইল। বাঁশের এক খণ্ড এই সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ও অপর খণ্ড ইহার এক বাহু। এখন, এই সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ও এক বাহুর সমষ্টি অর্থাৎ বাঁশের খণ্ডদ্বয়ের সমষ্টি ৪৯ ফুট এবং অপর বাহুর পরি-

মাণ ৩৫ ফুট। সুতরাং বাঁশের খণ্ডদ্বয়ের অন্তর $= \frac{৩৫ \times ৩৫}{৪৯}$ $= ৫ \times ৫ = ২৫$ ফুট। বাঁশের বৃহত্তর খণ্ড অর্থাৎ যে খণ্ড এই সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ তাহা $= (৪৯ + ২৫)$ এর $\frac{১}{২} = ৭৪$ এর $\frac{১}{২} = ৩৭$ ফুট; এবং বাঁশের লঘুতর খণ্ড অর্থাৎ ভূমির উপর যে খণ্ড দণ্ডায়মান ছিল তাহার পরিমাণ $৪৯ - ৩৭ = ১২$ ফুট। অতএব ভূমি হইতে ১২ ফুট উচ্চে বাঁশটী ভাঙ্গিয়াছিল।

(৪) কোন দেওয়ালের উচ্চতা অপেক্ষা এক খানা মইএর দৈর্ঘ্য ৮ ফুট অধিক। দেওয়াল হইতে ২০ ফুট দূরে মইয়ের গোড়া রাখিয়া হেলাইলে তাহার অগ্রভাগ ঠিক দেওয়ালের অগ্রভাগে যাইয়া পড়ে। মইএর দৈর্ঘ্য ও দেওয়ালের উচ্চতা কত?

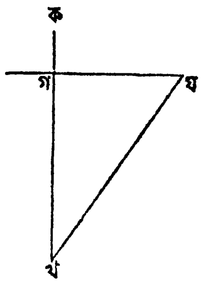
একটুকু অনুধাবন করিয়া দেখিলে সহজেই বুঝা যাইবে যে মই, দেওয়ালের উচ্চতা, এবং দেওয়াল হইতে মইএর গোড়ার দূরতা, এই তিনটীর দ্বারা একটী সমকোণী ত্রিভুজ উৎপন্ন হয়। মই এই সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ; এবং দেওয়ালের উচ্চতা, ও দেওয়াল হইতে মইএর গোড়ার দূরতা, ইহার বাহুদ্বয়। দেওয়াল হইতে মইএর গোড়ার দূরতা ২০ ফুট, সুতরাং এই সমকোণী ত্রিভুজের এক বাহু জানা আছে। আর মইএর দৈর্ঘ্য, দেওয়ালের উচ্চতা অপেক্ষা ৮ ফুট অধিক হওয়াতে কর্ণ ও অপর বাহুর অন্তরও জানা আছে। সুতরাং কর্ণ ও অপর বাহুর সমষ্টি অর্থাৎ মইএর দৈর্ঘ্য ও দেওয়ালের উচ্চতার সমষ্টি

$$= \frac{২০^২}{৮} = \frac{২০ \times ২০}{৮} = ৫ \times ১০ = ৫০।$$

$\therefore$ মইএর দৈর্ঘ্য $= (৫০ + ৮)$ এর $\frac{১}{২} = ৫৮$ এর $\frac{১}{২} = ২৯$ ফুট; এবং দেওয়ালের উচ্চতা $= ২৯ - ৮ = ২১$ ফুট।

(৫) কোন সরোবরে একটী কমলকলিকার অগ্রভাগ জল

হইতে $\frac{১}{৪}$ হস্ত উর্দ্ধে দেখা গেল। বায়ুবেগে ক্রমশঃ নত হইয়া $১\frac{৩}{৪}$ হস্ত দূরে যাইয়া তাহা জলমগ্ন হইল। কমলকলিকাটী যে স্থানে লম্বভাবে দণ্ডায়মান ছিল সেই স্থানের জলের গভীরতা কত?



মনে কর ক কমলকলিকার অগ্রভাগ এবং কখ কমল কলিকার ডাঁটা। গঘ জলের উপরিভাগ, সুতরাং গথ জলের গভীরতা। ঘ বিন্দুতে কমল কলিকাটী জলমগ্ন হইয়াছে। এখন ঘগখ একটী সমকোণী ত্রিভুজ। ইহার গঘ বাহু $= ১\frac{৩}{৪}$ হাত। কখ = ঘখ, কারণ কখ কমল কলিকার ডাঁটাই ঘখ অবস্থানে আছে। কখ ও গখ এর অন্তর কগ সুতরাং ঘখ ও গখ এর অন্তরও কগ $= \frac{১}{৪}$ হাত।

এখন ঘগখ সমকোণী ত্রিভুজের গঘ বাহু $= ১\frac{৩}{৪}$ হাত এবং ঘখ কর্ণ ও গখ অপর বাহুর অন্তর $\frac{১}{৪}$ হাত, অতএব ঘখ ও গখ এর সমষ্টি $= (১\frac{৩}{৪})^২ \div \frac{১}{৪} = (\frac{৭}{৪} \times \frac{৭}{৪}) \div \frac{১}{৪} = \frac{৭}{৪} \times \frac{৭}{৪} \times ৪ = \frac{৪৯}{৪}$ হাত। অতএব গখ $= (\frac{৪৯}{৪} - \frac{১}{৪})$ এর $\frac{১}{২} = \frac{৪৯-১}{৪}$ এর $\frac{১}{২} = \frac{৪৮}{৪}$ এর $\frac{১}{২} = ১২$ এর $\frac{১}{২} = ৬$ হাত। $\therefore$ জলের গভীরতা ৬ হাত।

ষষ্ঠ উদাহরণ-মালা।

নিম্নে যে সকল সমকোণী ত্রিভুজের এক বাহু, এবং কর্ণ ও অপর বাহুর সমষ্টি দেওয়া আছে তাহাদের কর্ণ ও অপর বাহু নির্ণয় কর।

১। এক বাহু ৪০ ফুট, কর্ণ ও অপর বাহুর সমষ্টি ৫০ ফুট।

২। ... ২০৮ ফুট, ... ৩৩৮ ফুট।

৩। এক বাহু ১২০ ফুট, কর্ণ ও অপর বাহুর সমষ্টি ৪৮০ ফুট।

৪। ... ১৬৫ গজ, ... ১০৮৯ গজ।

৫। ... ৮২২৫ গজ, ... ৩০৬২৫ গজ।

৬। ... ২০ ফুট, ... ৩২ ফুট ৬ ইঞ্চ।

৭। ... ৯৮ ফুট ৯ ইঞ্চ, ... ৫২০ ফুট ১ ইঞ্চ।

৮। ... ২১৪ গজ ২ ফুট, ... ৩৫২ গজ ২ ফুট।

নিম্নে যে সকল সমকোণী ত্রিভুজের এক বাহু এবং কর্ণ ও অপর বাহুর অন্তর দেওয়া আছে তাহাদের কর্ণ ও অপর বাহু স্থির কর।

৯। এক বাহু ৪৮ ফুট, কর্ণ ও অপর বাহুর অন্তর ১৮ ফুট।

১০। ... ১৪০ ফুট, ... ৯৮ ফুট।

১১। ... ৬০৪৯ ফুট, ... ৫২৯ ফুট।

১২। ... ৮৬ ফুট, ... ২৪ ফুট।

১৩। ... ২ ফুট ৪ ইঞ্চ, ... ১ ফুট ৪ ইঞ্চ।

১৪। ... ৩ হাত ৯ অঙ্গুলি, ... ১৲হাত ৩ অঙ্গুলি।

১৫। ... ১ মাইল ৮৪৮ গজ ১ ফুট, ... ½ মাইল ১৬৩ গজ ১ ফুট।

১৬। দেওয়াল হইতে ২৮ ফুট দূরে মইএর গোড়া রাখিয়া হেলাইলে তাহার অগ্রভাগ ঠিক দেওয়ালের অগ্রভাগে যাইয়া পড়ে। দেওয়ালের উচ্চতা হইতে মইএর দৈর্ঘ্য ৮ ফুট অধিক। দেওয়ালের উচ্চতা ও মইএর দৈর্ঘ্য স্থির কর।

১৭। রাস্তার বিস্তারের সমান লম্বা একখানা মই রাস্তার বিস্তার জুড়িয়া পড়িয়াছিল। তাহার এক প্রান্ত রাস্তার এক পার্শ্বস্থ ৮ ফুট জানালায় উঠানে অপর প্রান্ত অপর পার্শ্ব হইতে ২ ফুট সরিয়া আসিল। মইএর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

১৮। লম্বভাবে দণ্ডায়মান ৬৪ ফুট উচ্চ কোন বাঁশ বায়ুবেগে ভগ্ন হওয়াতে তাহার অগ্রভাগ মূলদেশ হইতে ২৪ ফুট দূরে ভূমি স্পর্শ করিল। যে অংশ ভগ্ন হইয়া পড়িয়াছিল তাহার পরিমাণ কত?

১৯। একটী সর্প গর্ত্তে আসিতেছিল। গর্ত্তটী যে স্তম্ভের নিচে ছিল সে স্তম্ভটী ৯ হাত উচ্চ, এবং তাহার উপরে একটী ময়ূর উপবিষ্ট ছিল। সর্প ময়ূরকে দেখিয়া ভয়ভীত হইয়া গর্ত্তাভিমুখে দৌড়িল। যে স্থানে সর্প ছিল সে স্থান হইতে

গর্ত্তের দূরতা ২৭ হাত। সর্পকে আসিতে দেখিয়া, ময়ূর স্তম্ভের উপর হইতে সর্পের গতিতে (অর্থাৎ সর্প প্রতি মুহূর্ত্তে যত চলিয়াছিল ময়ূরও প্রতি মুহূর্ত্তে তত চলিয়া) কর্ণপথে যাইয়া সর্পের উপর পড়িল। গর্ত্ত হইতে কত দূরে ময়ূর ও সর্পের মিলন হইয়াছিল ?—লীলাবতী।

২০। কোন সরোবরে এক কমলকলিকার অগ্রভাগ জল হইতে বিতস্তি প্রমাণ (বিঘত-প্রমাণ = $\frac{1}{2}$ হস্ত) উচ্চ ছিল। মন্দ মন্দ বায়ুভরে ক্রমশঃ নত হইয়া দুই হস্ত অন্তরে যাইয়া তাহা জলমগ্ন হইল। সরোবরের জলের গভীরতা নির্ণয় কর।—লীলাবতী।

২১। কোন বৃক্ষের উপরে ১৫ ফুট উচ্চে দুইটী বানর উপবিষ্ট ছিল। বৃক্ষের মূলদেশ হইতে ২০ ফুট দূরে কতকগুলি কমলা লেবু দেখিয়া একটী বানর বৃক্ষ হইতে অবতরণ করিয়া সে গুলির নিকট গেল এবং অপরটী আরও কিয়দ্দূর ঊর্দ্ধে উঠিয়া লম্ফ দিয়া কর্ণ পথে যাইয়া সে গুলির উপর পড়িল। উভয় বানরই সমান পথ অতিক্রম করিয়াছিল। শেষোক্ত বানরটী কত ঊর্দ্ধে উঠিয়াছিল ?

সপ্তম পরিচ্ছেদ।

সমকোণী ত্রিভুজের চতুর্থ নিয়ম।

৪৫। সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ও বাহুদ্বয়ের সমষ্টি বা অন্তর জানা আছে বাহুদ্বয় নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। কর্ণের বর্গের দ্বিগুণ হইতে বাহুদ্বয়ের সমষ্টি বা অন্তর যাহা দেওয়া থাকে তাহার বর্গ বিয়োগ করিয়া বিয়োগ-ফলের বর্গমূল লও, উহা বাহুদ্বয়ের অন্তর বা সমষ্টি হইবে অর্থাৎ বাহুদ্বয়ের সমষ্টি দেওয়া থাকিলে, উহা তাহাদের অন্তর হইবে এবং অন্তর দেওয়া থাকিলে, সমষ্টি হইবে। এখন বাহুদ্বয়ের সমষ্টি ও অন্তর জানা গেল সুতরাং এই সমষ্টি ও অন্তরের যোগ

ফলের অর্দ্ধেক লইলে বৃহত্তর ভুজ এবং বিয়োগফলের অর্দ্ধেক লইলে লঘুতর ভুজ পাওয়া যাইবে।*

উদাহরণ :

(১) কোন সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ১৭ ফুট এবং বাহুদ্বয়ের সমষ্টি ২৩ ফুট ; বাহুদ্বয় স্থির কর।

উপরের নিয়মানুসারে ১৭এর বর্গের দ্বিগুণ হইতে ২৩ এর বর্গ বিয়োগ করিয়া তাহার বর্গমূল লইলে বাহুদ্বয়ের অন্তর পাওয়া যাইবে।

১৭	২৩	৫৭৮
১৭	২৩	৫২৯
১১৯	৬৯	৪৯(৭
১৭	৪৬	৪৯
২৮৯	৫২৯	
২		
৫৭৮		

∴ বাহুদ্বয়ের অন্তর ৭ ; সুতরাং বৃহত্তর বাহু $=$ (২৩ $+$ ৭) এর $\frac{১}{২}$ $=$ ৩০ এর $\frac{১}{২}$ $=$ ১৫ ফুট।

লঘুতর বাহু $=$ (২৩ $-$ ৭) এর $\frac{১}{২}$ $=$ ১৬ এর $\frac{১}{২}$ $=$ ৮ ফুট।

(২) কোন সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণের পরিমাণ ২৬·৫ ফুট এবং বাহুদ্বয়ের সমষ্টি ৩৬·৫ ফুট ; বাহুদ্বয় স্থির কর।

২৬·৫	৩৬·৫	১৪০৪·৫০
২৬·৫	৩৬·৫	১৩৩২·২৫
১৩২৫	১৮২৫	৭২·২৫(৮·৫
১৫৯০	২১৯০	৬৪
৫৩০	১০৯৫	১৬৫ | ৮২৫
৭০২·২৫	১৩৩২·২৫	৮২৫
২		∴
১৪০৪·৫০		

* নিয়মটীর জ্যামিতিক প্রমাণ প্রথম পরিশিষ্টে দেখ।

∴ বাহুদ্বয়ের অন্তর ৮·৫, সুতরাং বৃহত্তর বাহু =(৩৬·৫ +৮·৫) এর $\frac{১}{২}$=৪৫ এর $\frac{১}{২}$=২২·৫ ফুট এবং লঘুতর বাহু =(৩৬·৫−৮·৫) এর $\frac{১}{২}$=২৮ এর $\frac{১}{২}$=১৪ ফুট।

(৩) কোন সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ৮৯ ফুট এবং বাহুদ্বয়ের অন্তর ৪১ ফুট ; বাহুদ্বয়ের পরিমাণ কত ?

```
     ৮৯             ৪১            ১৫৮৪২
     ৮৯             ৪১             ১৬৮১
   -----          -----          -----------
    ৮০১             ৪১           ১৪১৬১ | ১১৯
   ৭১২            ১৬৪             ১
   -----          -----        -----------
   ৭৯২১           ১৬৮১        ২১ | ৪১
      ২                          | ২১
   -----                         --------
  ১৫৮৪২                      ২২৯ | ২০৬১
                                 | ২০৬১
```

∴ বাহুদ্বয়ের সমষ্টি = ১১৯, সুতরাং বৃহত্তর বাহু =(১১৯+৪১) এর $\frac{১}{২}$=১৬০ এর $\frac{১}{২}$=৮০ ফুট এবং লঘুতর বাহু =(১১৯−৪১) এর $\frac{১}{২}$=৭৮ এর $\frac{১}{২}$=৩৯ ফুট।

(৪) কোন সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ১২ ফুট এবং অপর দুই বাহুর অন্তর ৫ ফুট ; বাহুদ্বয় নির্ণয় কর।

```
    ১২        ৫           ২৮৮
    ১২        ৫            ২৫
   ----      ----       ----------
    ২৪       ২৫          ২৬৩ | ১৬·২১৭
   ১২                    ১
   ----               ----------
   ১৪৪             ২৬ | ১৬৩
     ২                | ১৫৬
   ----              ----------
   ২৮৮             ৩২২ | ৭০০
                       | ৬৪৪
                      ----------
                  ৩২৪১ | ৫৬০০
                       | ৩২৪১
                      ----------
                 ৩২৪২৭ | ২৩৫৯০০
                       | ২২৬৯৮৯
                      ----------
                           ৮৯১১
```

∴ বাহুদ্বয়ের সমষ্টি প্রায় ১৬·২১৭ ফুট, ∴ বৃহত্তর বাহু প্রায় =(১৬·২১৭+৫) এর ½=২১·২১৭ এর ½=১০·৬০৮ ফুট এবং লঘুতর বাহু প্রায় = (১৬·২১৭−৫) এর ½=১১·২১৭ এর ½ =৫·৬০৮ ফুট।

সপ্তম উদাহরণ-মালা।

নিম্নে যে সকল সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ, ও বাহুদ্বয়ের সমষ্টি দেওয়া আছে তাহাদের বাহুদ্বয়ের পরিমাণ নির্ণয় কর।

১। কর্ণ ২৫ ফুট, বাহুদ্বয়ের সমষ্টি ৩৫ ফুট। ২। ...৩৪ হাত,...৪৬ হাত।

৩। ...৮৫ গজ,...১১৩ গজ। ৪। ...১০১৭ ফুট,...১১৪৩ ফুট।

৫। ...২৯·৩২ ফুট, ... ৪১·০৪৮ ফুট। ৬। ...৬ ফুট ১ইঞ্চ,...৮ ফুট ৭ ইঞ্চ।

৭। ...৩৮২ ফুট ১০ ইঞ্চ,...৫৪১ ফুট ২ ইঞ্চ।

নিম্নে যে সকল সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ, ও বাহুদ্বয়ের অন্তর দেওয়া আছে তাহাদের বাহুদ্বয় নির্ণয় কর।

৮। কর্ণ ৫২ ফুট, বাহুদ্বয়ের অন্তর ২৮ ফুট। ৯। ...৬১ ফুট, ... ৪৯ ফুট।

১০। ...১৪৭ ফুট ৫ ইঞ্চ, ... ৪২ ফুট ৭ ইঞ্চ।

১১। ...১·০১ গজ, ... ·৭৯ গজ।

১২। ...২৬৯ ফুট ৫ ইঞ্চ, ... ১৫১ ফুট ১১ ইঞ্চ।

১৩। দুই পথিক সমান বেগে একস্থান হইতে যাত্রা করিয়া একজন পূর্ব্বদিকে ও আর একজন উত্তরদিকে যাইতে লাগিল। কিছু কাল পরে একজন থামিল কিন্তু অন্য জন আরও ১৪ মাইল চলিয়া গেল। এখন তাহাদের মধ্যে ৩৪ মাইলের ব্যবধান হইল। ইহাদের কে কত মাইল পথ চলিয়াছিল ?

অষ্টম পরিচ্ছেদ।

সমকোণী ত্রিভুজের পঞ্চম নিয়ম।

৪৬। কোন সমকোণী ত্রিভুজের বাহুদ্বয়ের ভাগ ফল এবং কর্ণ দেওয়া আছে, বাহুদ্বয় নির্ণয় করিতে হইবে।

এরূপ স্থলে বাহুদ্বয় কিরূপে নির্ণয় করা যায় তাহা নিম্ন লিখিত অঙ্ক কয়েকটীর সমাধানে প্রদর্শন করা যাইতেছে।

(১) কোন সমকোণী ত্রিভুজের বাহুদ্বয়ের অর্থাৎ ভূমি ও কোটীর ভাগফল $\frac{৩}{৪}$ এবং কর্ণ ২৫ ফুট। বাহুদ্বয় নির্ণয় কর।

এখানে এক বাহুকে অপর বাহু দ্বারা ভাগ করাতে $\frac{৩}{৪}$ হইয়াছে। সহজেই প্রতিপন্ন হয় যে, যে বাহু দ্বারা ভাগ করা হইয়াছে সে বাহুকে সমান ৪ অংশে বিভক্ত করিলে অপর বাহু তাহার ৩ অংশের সমান। সুতরাং কর্ণ হবে তাহার $\sqrt{৩^২+৪^২}$ $=\sqrt{৯+১৬}=\sqrt{২৫}=৫$ অংশের সমান। কর্ণ ২৫ ফুট, অতএব ৫ অংশের পরিমাণ ২৫ ফুট। সুতরাং এক অংশের পরিমাণ ২৫ ÷ ৫ = ৫ ফুট। অতএব ৩ অংশের পরিমাণ ৩ × ৫ = ১৫ ফুট ও ৪ অংশের পরিমাণ ৪ × ৫ = ২০ ফুট।

∴ বাহুদ্বয়ের পরিমাণ ১৫ ফুট ও ২০ ফুট।

আর একটী দৃষ্টান্ত লওয়া যাউক।

(২) বাহুদ্বয়ের ভাগফল $\frac{১২}{৫}$ এবং কর্ণের পরিমাণ ৫২ ফুট; বাহুদ্বয় নির্ণয় কর।

এখানে যে বাহুদ্বারা ভাগ করা হইয়াছে তাহাকে সমান ৫ ভাগে বিভক্ত করিলে অপর বাহু তাহার ১২ ভাগের সমান। সুতরাং কর্ণ তাহার $\sqrt{১২^২+৫^২}=\sqrt{১৪৪+২৫}=\sqrt{১৬৯}=১৩$

ভাগের সমান। এখন, কর্ণ ৫২ ফুট হওয়াতে ১৩ ভাগের পরিমাণ ৫২ ফুট, সুতরাং এক ভাগের পরিমাণ ৫২ ÷ ১৩ = ৪ ফুট,
∴ ১২ ভাগের পরিমাণ ৪৮ ফুট ও ৫ ভাগের পরিমাণ ২০ ফুট।
∴ বাহুদ্বয়ের পরিমাণ ৪৮ ফুট ও ২০ ফুট।

(৩) কোন সমকোণী ত্রিভুজের এক বাহু অপর বাহুর তিন গুণ, কর্ণের পরিমাণ ১৭ ফুট, বাহুদ্বয়ের পরিমাণ কত?

এখানে বৃহত্তর বাহুটাকে সমান তিন অংশে বিভক্ত করিলে লঘুতর বাহুটা তাহার এক অংশের সমান। আর,

$১^২ + ৩^২ = ১ + ৯ = ১০$

```
 ১০ | ৩·১৬২              ৩·১৬২ ) ১৭·০০০ ( ৫·৩৭৬
  ৯ |                            ১৫৮১০
 ৬১ | ১০০                        ১১৯০০
    |  ৬১                         ৯৪৮৬
৬২৬ | ৩৯০০                       ২৪১৪০
    | ৩৭৫৬                       ২২১৩৪
৬৩২২| ১৪৪০০                      ২০০৬০
    | ১২৬৪৪                      ১৮৯৭২
       ১৭৫৬                       ১০৮৮
```

∴ কর্ণ = ৩·১৬২... অংশের সমান। প্রত্যেক অংশ = ৫·৩৭৬ ফুট। ∴ লঘুতর বাহু = ৫·৩৬৭ ফুট, এবং বৃহত্তর বাহু = ৫·৩৬৭ × ৩ = ১৬·১০১ ফুট।

অষ্টম উদাহরণ-মালা।

১। কর্ণ = ৩৪ ফুট, বাহুদ্বয়ের ভাগফল $\frac{৮}{১৫}$।
২। ... ৩৯ হাত, ... $\frac{৫}{১২}$।
৩। ... ৪০০ ফুট, ... $\frac{৭}{২৪}$।
৪। ... ১০ ফুট ... ... ২।

৫। ... ১৪ ফুট ... ... $\frac{৪}{৩}$।

৬। ... ১ ফুট ৬$\frac{১}{২}$ ইঞ্চ, ... $\frac{৫৭}{১৫৬}$।

৭। কোন সমকোণী ত্রিভুজের এক বাহু অপর বাহুর $\frac{৩}{৪}$, কর্ণ ৪৫ ফুট; বাহুদ্বয় স্থির কর।

৮। দুই ব্যক্তি অশ্বারোহণে একস্থান হইতে যাত্রা করিল। একজন দক্ষিণদিকে ও অপর জন পশ্চিমদিকে যাইতে লাগিল। কিছু কাল পরে দেখা গেল যে একজন অপর জনের চতুর্গুণ পথ গিয়াছে এবং তাহাদের মধ্যে ৪০ মাইলের ব্যবধান হইয়াছে; তাহাদের কে কত মাইল গিয়াছিল?

নবম পরিচ্ছেদ।

সমকোণী ত্রিভুজের ষষ্ঠ নিয়ম।

৪৭। কোন সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ও এক বাহুর ভাগফল এবং অপর বাহু জানা আছে কর্ণ ও অনির্দ্দিষ্ট বাহু নির্ণয় করিতে হইবে।

এরূপ স্থলে কর্ণ ও অনির্দ্দিষ্ট বাহু কিরূপে নির্ণয় করা যাইতে পারে তাহা নিম্নলিখিত অঙ্ক কয়েকটীর সমাধানে প্রদর্শন করা যাইতেছে।

(১) কোন সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ও এক বাহুর ভাগফল $\frac{৫}{৪}$, অপর বাহু ১৫ ফুট, কর্ণ ও অনির্দ্দিষ্ট বাহুর পরিমাণ কত?

এখানে ভাগফল $\frac{৫}{৪}$, সুতরাং কর্ণকে বাহু দ্বারা ভাগ করা হইয়াছে, কারণ সমকোণী ত্রিভুজের অন্য দুই বাহু হইতে কর্ণ বৃহত্তর (জ্যাঃ ১ম অঃ ১৯শ প্রঃ)। এখন এই ভাজক বাহুকে সমান ৪ অংশে বিভক্ত করিলে কর্ণ তাহার ৫ অংশের সমান, অতএব অপর বাহু তাহার $\sqrt{(৫+৪)\times(৫-৪)}$ =

$\sqrt{৯ \times ১} = \sqrt{৯} = ৩$ অংশের সমান। এখন, ৩ অংশের পরিমাণ ১৫ ফুট সুতরাং এক অংশের পরিমাণ ৫ ফুট। ∴ কর্ণের পরিমাণ $৫ \times ৫ = ২৫$ ফুট এবং বাহুর পরিমাণ $৪ \times ৫ = ২০$ ফুট।

(২) কোন সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ও এক বাহুর ভাগফল $\frac{২১}{২৯}$ এবং অপর বাহু ৫০ ফুট, কর্ণ ও পূর্ব্বোক্ত বাহুটীর পরিমাণ কত?

এখানে কর্ণ দ্বারা বাহুটীকে ভাগ করা হইয়াছে। কর্ণকে ২৯ সমান ভাগে বিভক্ত করিলে বাহুটী তাহার ২১ ভাগের সমান সুতরাং অপর বাহুটী তাহার $\sqrt{(২৯+২১) \times (২৯-২১)}$ $= \sqrt{৫০ \times ৮} = \sqrt{৪০০} = ২০$ ভাগের সমান। এখন, অপর বাহুর পরিমাণ ৫০ ফুট হওয়াতে ২০ ভাগের পরিমাণ ৫০ ফুট। সুতরাং এক ভাগের পরিমাণ $৫০ \div ২০ = \frac{৫}{২} = ২\frac{১}{২}$ ফুট। ∴ কর্ণের পরিমাণ $২৯ \times ২\frac{১}{২} = ৭২\frac{১}{২}$ ফুট এবং অপর বাহুর পরিমাণ $২১ \times ২\frac{১}{২} = ৫২\frac{১}{২}$ ফুট।

(৩) কোন সমকোণী ত্রিভুজের এক বাহুর পরিমাণ ১৩ ফুট এবং অপর বাহু কর্ণের $\frac{৪}{৭}$ অংশ; কর্ণ ও অপর বাহুর পরিমাণ স্থির কর।

যেহেতুক অপর বাহুটী কর্ণের $\frac{৪}{৭}$ অংশ, অতএব কর্ণকে সমান ৭ ভাগ করিলে বাহুটী তাহার ৪ ভাগের সমান এবং যে বাহুর পরিমাণ দেওয়া আছে সে বাহুটী $\sqrt{(৭+৪) \times (৭-৪)}$ $= \sqrt{১১ \times ৩} = \sqrt{৩৩} = ৫{\cdot}৭৪৪$ ভাগের সমান। এখন ৫·৭৪৪ ভাগ ১৩ ফুটের সমান, কাজেই প্রত্যেক ভাগ $১৩ \div ৫{\cdot}৭৪৫$ $= ২{\cdot}২৬৩$ ফুটের সমান। অতএব ৭ ভাগ অর্থাৎ কর্ণ

=৭×২.২৬৩=১৫.৮৪১ ফুট এবং ৪ ভাগ অর্থাৎ অপর বাহু =৪×২.২৬৩=৯.০৫২ ফুট।

নবম উদাহরণ-মালা।

নিম্নে যে সকল সমকোণী ত্রিভুজের এক বাহু, এবং কর্ণ ও অপর বাহুর ভাগফল দেওয়া আছে, তাহাদের কর্ণ ও অনির্দ্দিষ্ট বাহুটী নির্ণয় কর।

১। বাহু ১৫ ফুট, কর্ণ ও অপর বাহুর ভাগফল $\frac{৫}{৪}$।

২। ... ২০ হাত, ... $\frac{২২}{১৩}$।

৩। ... ২৮ গজ, ... $\frac{২৫}{১৭}$।

৪। ... ৪ ফুট ১ ইঞ্চ, ... $\frac{২৫}{২৪}$।

৫। ... ৩ ফুট, ... ৩।

৬। ... ১.২ ফুট, ... $\frac{৫}{৩}$।

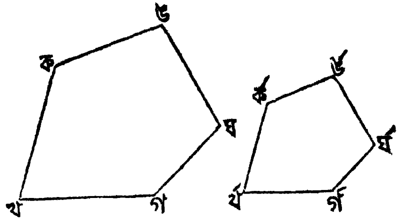
৭। কোন সমকোণী ত্রিভুজের এক বাহু ১৭ গজ এবং অপর বাহু কর্ণের $\frac{৮}{১৭}$ অংশ; কর্ণের পরিমাণ কত?

দশম পরিচ্ছেদ।

সদৃশ ক্ষেত্র।

৪৮। যে যে সরল রৈখিকক্ষেত্রের কোণগুলি পরস্পর সমান এবং সমান সমান কোণের পার্শ্বস্থ বাহুগুলি সামানুপাতীয় তাহাদিগকে সদৃশ সরল রৈখিক ক্ষেত্র কহে।

ক খ গ ঘ ঙ এবং ক´ খ´ গ´ ঘ´ ঙ´ দুইটী পঞ্চভুজ ক্ষেত্র। যদি ক কোণ, খ কোণ, গ কোণ, ঘ কোণ, এবং ঙ কোণ যথাক্রমে



ক´ কোণ, খ´ কোণ, গ´ কোণ, ঘ´ কোণ, এবং ঙ´ কোণের সমান হয় এবং এই সকল সমান সমান কোণের পার্শ্বস্থ বাহুগুলি যদি সামানুপাতীয় হয় অর্থাৎ কখএর সহিত খগএর যে অনুপাত ক´খ´এর সহিত খ´গ´এরও যদি সেই অনুপাত হয়, খগএর সহিত গঘএর যে অনুপাত খ´গ´এর সহিত গ´ঘ´এরও যদি সেই অনুপাত হয় এবং এইরূপ অবশিষ্ট বাহুগুলিও যদি সামানুপাতীয় হয় তবে ক খ গ ঘ ঙ এবং ক´ খ´ গ´ ঘ´ ঙ´ ক্ষেত্র দুইটী পরস্পর সদৃশ।

এখন দেখা যায় যে, দুইটী সরল রৈখিক ক্ষেত্র সদৃশ হইতে হইলে তাহাদের মধ্যে দুইটী সম্বন্ধ থাকা চাই :—(১) তাহাদের কোণগুলি পরস্পর সমান হওয়া চাই, (২) ঐ সকল সমান সমান কোণের পার্শ্বস্থ বাহুগুলি সামানুপাতীয় হওয়া চাই। জ্যামিতিতে (৬ষ্ঠ অধ্যায় ৪র্থ ও ৫ম্ প্রতিজ্ঞায়) প্রমাণ করা হইযাছে যে দুই ত্রিভূজের মধ্যে এই সম্বন্ধ দুইটীর কোন একটী বিদ্যমান থাকিলে অপরটীও বিদ্যমান থাকিবে। বালকগণ নিম্নলিখিতরূপে ইহা পরীক্ষা করিয়াও দেখিতে পারে। এক খণ্ড কাগজে যদি এরূপ দুইটী ত্রিভূজ অঙ্কিত করা যায় যে একটীর বাহু-গুলি অপরটীর বাহুগুলির দ্বিগুণ বা ত্রিগুণ তবে এই ত্রিভূজ দুইটীকে কাগজ হইতে কাটিয়া একটীকে অপরটীর উপর রাখিলে দেখা যাইবে যে ত্রিভুজ দুইটীর কোণগুলি পরস্পর সমান। কিন্তু তিনের অধিক ভুজ বিশিষ্ট সরলরৈখিক ক্ষেত্রের মধ্যে এই দুই

সম্বন্ধের কোন একটী অপরটী ব্যতীতও বিদ্যমান থাকিতে পারে; যেমন, একটী বর্গ ক্ষেত্রের এবং কোন আয়ত ক্ষেত্রের কোণগুলি পরস্পর সমান, কারণ সকলগুলি কোণই সমকোণ, কিন্তু বাহুগুলি সামানুপাতীয় নয়। পুনরায়, কোন বর্গক্ষেত্র ও রম্বসক্ষেত্রের মধ্যে বাহুগুলি সামানুপাতীয়, কারণ উভয় ক্ষেত্রই সমবাহুক, কিন্তু একটীর কোণগুলি অপরটীর কোণগুলির সমান নয়, কারণ বর্গ ক্ষেত্রের কোণগুলি সমকোণ কিন্তু রম্বসের কোণগুলি সমকোণ নয়।

৪৯। দুইটী সদৃশ ক্ষেত্রের সমান সমান কোণের পার্শ্বস্থ বাহুচতুষ্টয়ের কোন তিনটী জানা থাকিলে ত্রৈরাশিক বা সমানুপাত দ্বারা অপর বাহুটী অনায়াসেই স্থির করা যাইতে পারে।

উদাহরণ :

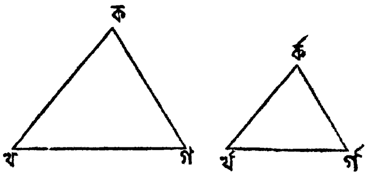
(১) ৪৮ অণুচ্ছেদের প্রতিকৃতিতে কখ=৫, খগ=৮, ক´খ´=৩; খ´গ´ স্থির কর।

যেহেতুক কখ : খগ :: ক´খ´ : খ´গ´

∴ ৫ : ৮ :: ৩ : খ´গ´

∴ খ´গ´ = $\frac{৮ \times ৩}{৫}$ = $\frac{২৪}{৫}$ = ৪$\frac{৪}{৫}$।

(২) কখগ এবং ক´খ´গ´ দুইটী সদৃশ ত্রিভুজ। ক, খ, গ কোণ যথাক্রমে ক´,খ´,গ´ কোণের সমান।



কখ = ১২, খগ = ৭, ক´খ´ = ৮; খ´গ´ স্থির কর।

কথ : থগ :: র্কর্থ : র্থর্গ।

$\therefore$ ১২ : ৭ :: ৮ : র্থর্গ।

$\therefore$ র্থর্গ $= \frac{৭\times৮}{১২} = \frac{৭\times২}{৩} = \frac{১৪}{৩} = ৪\frac{২}{৩}$।

(৩) পূর্ব্বোক্ত ত্রিভুজদ্বয়ে, কথ $=$ ২$\frac{১}{৪}$, কগ $=$ ১$\frac{৩}{৫}$, র্কর্গ $=$ ৭, র্ক র্থ স্থির কর।

কথ : কগ :: র্কর্থ : র্কর্গ।

$\therefore$ ২$\frac{১}{৪}$: ১$\frac{৩}{৫}$ :: র্কর্থ : ৭।

$\therefore$ র্কর্থ $= \frac{২\frac{১}{৪}\times ৭}{১\frac{৩}{৫}} = \frac{\frac{৯}{৪}\times ৭}{\frac{৮}{৫}} = \frac{৯}{৪}\times ৭\times\frac{৫}{৮} = \frac{৩১৫}{৩২} = ৯\frac{২৭}{৩২}$।

৫০। পরিমিতির অঙ্ক সমাধানে বহুল পরিমাণে সদৃশ ত্রিভুজের ব্যবহার হইয়া থাকে। ইহার সাহায্যে ছায়া মাপিয়া বৃক্ষ, স্তম্ভ প্রভৃতির উচ্চতা নির্ণয় করা যাইতে পারে।

উদাহরণ :

(১) ৪ ফুট লম্বা যষ্টি ভূমির উপর লম্বভাবে ধরাতে তাহার ছায়া ৩ ফুট হইল এবং সেই সময়ে কোন বৃক্ষের ছায়া মাপিয়া দেখা গেল যে তাহা ২৫ ফুট; বৃক্ষটীর উচ্চতা নির্ণয় কর।

যষ্টির ছায়া : যষ্টির উচ্চতা :: বৃক্ষের ছায়া : বৃক্ষের উচ্চতা।

৩ : ৪ :: ২৫ : বৃক্ষের উচ্চতা।

$\therefore$ বৃক্ষের উচ্চতা $= \frac{৪\times ২৫}{৩} = \frac{১০০}{৩} =$ ৩৩$\frac{১}{৩}$ ফুট।

মন্তব্য। যষ্টির অগ্রভাগ তাহার ছায়ার অগ্রভাগের সহিত সরলরেখা দ্বারা সংযুক্ত হইলে এবং বৃক্ষের অগ্রভাগও তাহার ছায়ার অগ্রভাগের সহিত তদ্রূপে সংযুক্ত হইলে যে দুইটী ত্রিভুজ উৎপন্ন হইবে সে দুইটী ত্রিভুজ পরস্পর সদৃশ; আর যষ্টি ও তাহার ছায়া এবং বৃক্ষ ও তাহার ছায়া উক্ত সদৃশ ত্রিভুজদ্বয়ের সমান সমান কোণের পার্শ্বস্থ বাহু। এই হেতু উপরোক্ত সমানুপাত ধরা হইয়াছে।

৫১। সদৃশ ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে সমান সমান কোণ হইতে তাহাদের সম্মুখস্থ বাহুর উপর লম্ব পাত করিলে একটীর বাহুর সহিত তদুপরি পতিত লম্বের যে অনুপাত হইবে অপরটীর বাহুর সহিতও তদুপরি পতিত লম্বের সেই অনুপাত হইবে।

উদাহরণ :

(১) ক খ গ ও র্ক র্খ র্গ দুইটী সদৃশ ত্রিভুজ। ক-কোণ= র্ক-কোণ এবং খ-কোণ=র্খ-কোণ। খগ=১২ ফুট ; র্খ র্গ=১৫ ফুট ; ক হইতে খগ এর উপর পতিত কঘ লম্ব ৮ ফুট ; র্ক হইতে র্খ র্গ এর উপর পতিত র্ক র্ঘ লম্ব কত ?

প্রতিকৃতি অঙ্কিত কর।

এখন, কঘ : খগ :: র্ক র্ঘ : র্খ র্গ।

∴ ৮ : ১২ :: র্ক র্ঘ : ১৫।

∴ র্ক র্ঘ $=\frac{৮\times১৫}{১২}=২\times৫=১০$।

∴ নির্ণেয় লম্ব ১০ ফুট।

৫২। ৪৩ অণুচ্ছেদের (১) উদাহরণে দেখা গিয়াছে যে সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর পরিমাণ ১ ফুট হইলে তাহার উন্নতির পরিমাণ ·৮৬৬···ফুট হয়। যেহেতুক সকল সমবাহু ত্রিভুজই সদৃশ, কাজেই কোন সমবাহু ত্রিভুজের বাহু দেওয়া থাকিলে তাহার উন্নতি এবং উন্নতি দেওয়া থাকিলে তাহার বাহু সমানুপাত দ্বারা অনায়াসেই বাহির করা যাইতে পারে।

উদাহরণ :

(১) কোন সমবাহু ত্রিভুজের বাহু ১৫ ফুট তাহার উন্নতি কত ?

আমাদের জানা আছে বাহু ১ হইলে উন্নতি ·৮৬৬ হয়,

∴ ১ : ·৮৬৬ :: ১৫ : নির্ণেয় উন্নতি।

∴ নির্ণেয় উন্নতি = .৮৬৬ × ১৫ = ১২.৯৯ ফুট।

(২) কোন সমবাহু ত্রিভুজের উন্নতি ১০ ফুট তাহার বাহু স্থির কর।

আমাদের জানা আছে উন্নতি ·৮৬৬ হইলে বাহু ১ হয়,

∴ ·৮৬৬ : ১ :: ১০ : নির্ণেয় বাহু।

$$\therefore \text{ নির্ণেয় বাহু} = \frac{১০}{·৮৬৬} = ১১.৫৪৭... \text{ফুট।}$$

নিয়ম। সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর পরিমাণকে ·৮৬৬ দ্বারা গুণ করিলে উন্নতি পাওয়া যায়; এবং উন্নতিকে ·৮৬৬ দ্বারা ভাগ করিলে বাহু পাওয়া যায়।

৫৩। কোন সরল রেখার প্রান্ত বিন্দুদ্বয় হইতে একই পার্শ্বে দুইটী লম্ব উত্তোলন করিয়া প্রত্যেকটীর অগ্রভাগ অপরটীর মূলদেশের সহিত সংযোগ করা হইয়াছে। লম্বদ্বয়ের পরিমাণ জানা আছে; সংযোজক সরল রেখাদ্বয়ের সম্পাত বিন্দু হইতে উক্ত সরল রেখার উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। লম্ব দুইটীর পরিমাণ পরস্পর গুণ করিয়া গুণফলকে তাহাদের সমষ্টি দ্বারা ভাগ কর, ভাগফল নির্ণেয় লম্বের পরিমাণ হইবে। *

উদাহরণ :

(১) ক খ রেখার একই পার্শ্বে ক গ ও খ ঘ দুইটী লম্ব উত্তোলন

* নিয়মটীর প্রমাণ প্রথম পরিশিষ্টে দেখিতে পার।

করা হইয়াছে। কগ=২৮, এবং খঘ=২১; কখ ও গঘ সরল রেখাদ্বয়ের সম্পাত বিন্দু ঙ হইতে কখ এর উপর ঙচ লম্ব পাত করিলে তাহার পরিমাণ কত হইবে?

নির্ণেয় ঙচ লম্বের পরিমাণ $= \frac{২৮ \times ২১}{২৮ + ২১} = \frac{২৮ \times ২১}{৪৯}$

$= ৪ \times ৩ = ১২$।

(২) (১) উদাহরণে কখ$=১৭\frac{১}{২}$; ঙচ লম্ব দ্বারা কখ যে দুই ভাগে বিভক্ত হয় তাহাদের পরিমাণ নির্ণয় কর।

প্রতিকৃতি অঙ্কিত কর।

সহজেই দেখা যায় যে ঘখক ও ঙচক ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সদৃশ

∴ ঘখ : খক :: ঙচ : চক।

∴ ২১ : $১৭\frac{১}{২}$ :: ১২ : চক।

$\therefore$ চক $= \frac{১৭\frac{১}{২} \times ১২}{২১} = \frac{৩৫ \times ১২}{২ \times ২১} = ৫ \times ২ = ১০$।

$\therefore$ চখ $= ১৭\frac{১}{২} - ১০ = ৭\frac{১}{২}$।

∴ কখ এর খণ্ডদ্বয়ের পরিমাণ ১০ ও $৭\frac{১}{২}$।

(৩) ৩৬ ও ৪৫ হস্ত দীর্ঘ দুইটী বাঁশ ভূমির উপর লম্ব ভাবে দণ্ডায়মান আছে। প্রত্যেকের অগ্রভাগ রজ্জু দ্বারা অপরের মূলদেশের সহিত সংযুক্ত করিলে ভূমি হইতে কত উচ্চে রজ্জু-দ্বয়ের পরস্পর সম্পাত হইবে?

নির্ণেয় উচ্চতা $= \frac{৩৬ \times ৪৫}{৩৬ + ৪৫} = \frac{৩৬ \times ৪৫}{৮১} = ৪ \times ৫ = ২০$ হাত।

৫৪। সরলরেখাবেষ্টিত ক্ষেত্র যেমন সদৃশ হয় তেমন আংশিক সরলরেখা, আংশিক বক্ররেখা, বা সম্পূর্ণরূপে বক্ররেখা দ্বারা বেষ্টিত ক্ষেত্রও সদৃশ হইতে পারে। কোন দেশের ভিন্ন

ভিন্ন আয়তনের দুইটী মানচিত্র সদৃশ। অ্যাটলাসে ভারতবর্ষের যে মানচিত্র আছে তাহা ভারতবর্ষের বড় মানচিত্রের (অর্থাৎ যাহা দেওয়ালের গায়ে লটকাইয়া দেখা যায় তাহার) সদৃশ। যদি কোন দেশের একখানা মানচিত্র, এক মাইলকে এক ইঞ্চ ধরিয়া আঁকা যায় এবং (সেই দেশেরই) অপর একখানা মানচিত্র, এক মাইলকে অর্দ্ধ ইঞ্চ ধরিয়া আঁকা যায় তবে উক্ত দেশের কোন দুই স্থানের দূরত্ব প্রথম মানচিত্রে যত হইবে দ্বিতীয় মানচিত্রে তাহার অর্দ্ধেক হইবে।

উদাহরণ :

(১) কোন দুই নগরের দূরতা ৪৫ মাইল এবং মানচিত্রে তাহাদের দূরতা $৩\frac{৩}{৪}$ ইঞ্চ; কিরূপ স্কেলে মানচিত্রটী অঙ্কিত হইয়াছে অর্থাৎ মানচিত্রটী অঙ্কিত করিতে এক মাইলকে কত ধরা হইয়াছে ?

এখানে দেখা যায় যে ৪৫ মাইলকে $৩\frac{৩}{৪}$ ইঞ্চ ধরা হইয়াছে

অতএব ৪৫ : $৩\frac{৩}{৪}$: : ১ : নির্ণেয় পরিমাণ।

$$\therefore \text{ নির্ণেয় পরিমাণ} = \frac{৩\frac{৩}{৪} \times ১}{৪৫} = \frac{\frac{১৫}{৪}}{৪৫} = \frac{১৫}{৪} \times \frac{১}{৪৫}$$

$$= \frac{১}{৪} \times \frac{১}{৩} = \frac{১}{১২} \text{ ইঞ্চ।}$$

∴ এক মাইলকে $\frac{১}{১২}$ ইঞ্চ ধরিয়া মানচিত্রটী অঙ্কিত করা হইয়াছে।

(২) কোন দুই নগরের দূরতা ৭০ মাইল, মানচিত্রে তাহাদের দূরতা $৮\frac{৩}{৪}$ ইঞ্চ। অন্য দুইটী স্থানের কত দূরতা হইলে মানচিত্রে তাহাদের দূরতা $৬\frac{১}{২}$ ইঞ্চ হইবে।

সমানুপাত দ্বারা

$৮\frac{৩}{৪}$: ৭০ : : $৬\frac{১}{২}$: নির্ণেয় পরিমাণ।

$$\therefore \text{ নির্ণেয় পরিমাণ} = \frac{৭০ \times ৬\frac{১}{২}}{৮\frac{৩}{৪}} = \frac{৭০ \times \frac{১৩}{২}}{\frac{৩৫}{৪}}$$

$$= ৭০ \times \frac{১৩}{২} \times \frac{৪}{৩৫} = ১৩ \times ৪ = ৫২ \text{ মাইল।}$$

৫৫। সদৃশ ক্ষেত্র সকল আয়তনে ছোট বড় হইলেও অবিকল এক আকার বিশিষ্ট। সকল বৃত্তক্ষেত্রই পরস্পর সদৃশ।

এক প্রকারের নিয়মিত সরল রৈখিক ক্ষেত্র সকলও পরস্পর সদৃশ। সকল সমবাহু ত্রিভুজ পরস্পর সদৃশ, সকল বর্গক্ষেত্র পরস্পর সদৃশ, সকল নিয়মিত পঞ্চভুজ ক্ষেত্র পরস্পর সদৃশ ইত্যাদি।

সংজ্ঞা। কোন নিয়মিত সরল রৈখিক ক্ষেত্রের মধ্যস্থ যে বিন্দুকে উহার প্রত্যেক কৌণিক বিন্দুর সহিত সংযুক্ত করিলে সংযোজক সরল রেখা গুলি পরস্পর সমান হয় সেই বিন্দুকে উক্ত ক্ষেত্রের কেন্দ্র কহে।

উপরি উক্ত সংজ্ঞা হইতে স্পষ্টই দেখা যায় যে কোন নিয়মিত সরল রৈখিক ক্ষেত্রের কৌণিক বিন্দুগুলি কেন্দ্রের সহিত সংযুক্ত করিলে ক্ষেত্রটী, উহার যত বাহু আছে তত সংখ্যক সমান সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে বিভক্ত হয়। অতএব কেন্দ্র হইতে বাহুগুলির উপর লম্ব পাত করিলে সে লম্বগুলিও পরস্পর সমান।

কোন নিয়মিত সরল রৈখিক ক্ষেত্রের কেন্দ্রই ক্ষেত্রটীর মধ্যে এবং বহির্দ্দেশে অঙ্কিত বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্র। কেন্দ্র হইতে বাহুর উপর লম্ব অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ এবং কেন্দ্র হইতে কৌণিক বিন্দুর দূরতা বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ।

৫৬। কোন নিয়মিত সরল রৈখিক ক্ষেত্রের বাহু, তাহার মধ্যে অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ, এবং তাহার বহির্দ্দেশে অঙ্কিত বৃত্তের

ব্যাসার্দ্ধ এই তিনটীর কোন একটী দেওয়া আছে অপর দুইটী নির্ণয় করিতে হইবে।

নিম্নলিখিত তালিকায় সমবাহু ত্রিভুজ হইতে নিয়মিত দ্বাদশ ভুজ ক্ষেত্র পর্য্যন্ত সকল প্রকার নিয়মিত সরল রৈখিক ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ ১ ধরিয়া তাহাদের অন্তর্বৃত্ত ও বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ এবং ক্ষেত্রফলের পরিমাণ চারি দশমিক স্থান পর্য্যন্ত দেওয়া গিয়াছে। এখন দ্বাদশ ভুজ পর্য্যন্ত কোন নিয়মিত ক্ষেত্রের বাহু, অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ, বা বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ এই তিনটীর কোন একটী দেওয়া থাকিলে তালিকায় লিখিত তদ্রূপ ক্ষেত্রের উক্ত পরিমাণ গুলির সহিত সমানুপাত ধরিয়া অপর দুইটীকে অনায়াসেই নির্ণয় করা যাইতে পারে।

নিয়মিত-সরল-রৈখিক-ক্ষেত্র-সংক্রান্ত তালিকা।

ক্ষেত্রের নাম	বাহুর পরিমাণ	কেন্দ্র হইতে বাহুর উপর লম্ব অর্থাৎ অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ	কেন্দ্র হইতে কৌণিক বিন্দুর দূরত্ব অর্থাৎ বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ	ক্ষেত্রফল
সমবাহু ত্রিভুজ	১	·২৮৮৭	·৫৭৭৩	·৪৩৩০
সমচতুর্ভুজ	১	·৫০০০	·৭০৭১	১·০০০০
নিয়মিত পঞ্চভুজ	১	·৬৮৮২	·৮৫০৬	১·৭২০৫
নিয়মিত ষড়্ভুজ	১	·৮৬৬০	১·০০০০	২·৫৯৮০
নিয়মিত সপ্তভুজ	১	১·০৩৮৩	১·১৫২৪	৩·৬৩৩৯
নিয়মিত অষ্টভুজ	১	১·২০৭১	১·৩০৬৬	৪·৮২৮৪
নিয়মিত নবভুজ	১	১·৩৭৩৭	১·৪৬১৯	৬·১৮১৮
নিয়মিত দশভুজ	১	১·৫৩৮৮	১·৬১৮০	৭·৬৯৪২
নিয়মিত একাদশভুজ	১	১·৭০২৮	১·৭৭৪৭	৯·৩৬৫৬
নিয়মিত দ্বাদশভুজ	১	১·৮৬৬০	১·৯৩১৯	১১·১৯৬২

উদাহরণ :

(১) কোন-নিয়মিত অষ্টভুজ ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ ১০ফুট; ক্ষেত্রটীর অন্তর্বৃত্তের ও বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ নির্ণয় কর।

তালিকায় অষ্টভুজ ক্ষেত্রের অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১·২০৭১, অতএব

১ : ১·২০৭১ :: ১০ : নির্ণেয় অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ।

∴ নির্ণেয় অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ = ১·২০৭১ × ১০ = ১২·০৭১ ফুট।

পুনশ্চ, তালিকায় অষ্টভুজ ক্ষেত্রের বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১·৩০৬৬, অতএব

১ : ১·৩০৬৬ :: ১০ : নির্ণেয় বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ।

∴ নির্ণেয় বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ = ১·৩০৬৬ × ১০ = ১৩·০৬৬ ফুট।

(২) কোন নিয়মিত একাদশভুজ ক্ষেত্রের অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৮৫·১৪ ফুট; ক্ষেত্রটীর বাহু ও বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ নির্ণয় কর।

তালিকায় একাদশভুজের অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের পরিমাণ ১·৭০২৮, অতএব

১·৭০২৮ : ১ :: ৮৫·১৪ : নির্ণেয় বাহু।

$$\therefore \text{ নির্ণেয় বাহু} = \frac{৮৫·১৪}{১·৭০২৮} = ৫০ \text{ ফুট।}$$

পুনশ্চ তালিকায় একাদশভুজ ক্ষেত্রের বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১·৭৭৪৭ অতএব

১ : ১·৭৭৪৭ :: ৫০ :: নির্ণেয় বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ।

∴ নির্ণেয় বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ = ১·৭৭৪৭ × ৫০ = ৮৮·৭৩৫ ফুট।

৫৭। নিম্নে সদৃশ ক্ষেত্র সম্বন্ধে কতকগুলি বিবিধ প্রশ্নের সমাবেশ করা গেল।

(১) ক খ গ একটী ত্রিভুজ; কখ বাহুস্থ ঘ নামক কোন বিন্দু হইতে ঘঙ রেখা খগ এর সমান্তরাল করিয়া টানা হইয়াছে। ঘঙ, ঙ বিন্দুতে কগ এর সহিত মিলিত হইয়াছে। কখ=৫ ফুট, খগ=৬ ফুট, কঘ=$১\frac{২}{৩}$, ঘঙ নির্ণয় কর।

প্রতিকৃতি অঙ্কিত কর।

এখন দেখ, কখগ ও কঘঙ ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে কখগ ত্রিভুজের কখগ কোণ ও কগখ কোণ ক্রমান্বয়ে কঘঙ ত্রিভুজের কঘঙ কোণ ও কঙঘ কোণের সমান (জ্যামিতি ১ম্ অঃ ২৯শ প্রঃ)। আরও ক-কোণ উভয় ত্রিভুজেই আছে। সুতরাং কখগ ও কঘঙ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ; অতএব

$$\text{কখ} : \text{খগ} :: \text{কঘ} : \text{ঘঙ}।$$

$$\therefore \; ৫ : ৬ :: ১\frac{২}{৩} : \text{ঘঙ}।$$

$$\therefore \; \text{ঘঙ} = \frac{৬ \times ১\frac{২}{৩}}{৫} = \frac{৬ \times \frac{৫}{৩}}{৫} = ৬ \times \frac{৫}{৩} \times \frac{১}{৫} = ২ \text{ ফুট}।$$

(২) কখগ একটী সমকোণী ত্রিভুজ। ইহার ক-কোণ সমকোণ; ক হইতে খগ এর উপর কঘ লম্ব পাত করা হইয়াছে। খগ=২০ ফুট এবং খক=১৪ ফুট; খঘ এর পরিমাণ নির্ণয় কর।

প্রতিকৃতি অঙ্কিত কর।

এখন, কখগ এবং ঘখক দুইটী ত্রিভুজ। প্রথমটীর গকখ কোণ দ্বিতীয়টীর কঘখ কোণের সমান, কারণ উভয়ই সমকোণ। আর প্রথমটীর কখগ কোণ দ্বিতীয়টীর ঘখক কোণের সমান

কারণ এই দুইটী কোণ একই কোণ; অতএব প্রথমটীর অবশিষ্ট কগখ কোণ দ্বিতীয়টীর অবশিষ্ট ঘকখ কোণের সমান (জ্যামিতি ১ম অঃ ৩২শ প্রঃ); অতএব কখগ ত্রিভুজ ঘখক ত্রিভুজের সদৃশ। এই হেতু

খগ : খক :: খক : খঘ।

∴ ২০ : ১৪ :: ১৪ : খঘ।

∴ খঘ $= \frac{১৪ \times ১৪}{২০} = \frac{৭ \times ৭}{৫} = \frac{৪৯}{৫} = \frac{৪}{৫}$।

মন্তব্য। (২) উদাহরণের প্রতিকৃতিতে পূর্ব্বোল্লিখিত প্রকারে আরও সপ্রমাণ করা যাইতে পারে যে ঘকগ ত্রিভুজটীও কখগ ত্রিভুজের সদৃশ। অতএব সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ হইতে কর্ণের উপর লম্ব পাত করিলে লম্বের দুই দিকে যে দুইটী ত্রিভুজ হয় তাহারা উভয়েই সমকোণী ত্রিভুজটীর সদৃশ এবং কাজেই, তাহারা পরস্পরও সদৃশ।

(৩) (২) উদাহরণের প্রতিকৃতিতে যদি কগ ১৩ ফুট হয় এবং কঘ ১২ ফুট হয় তবে কখগ ত্রিভুজের গখ কর্ণ নির্ণয় কর।

কগ = ১৩, কঘ = ১২ ফুট, ∴ ঘগ $= \sqrt{(১৩ + ১২) \times (১৩ - ১২)}$

$= \sqrt{২৫ \times ১} = \sqrt{২৫} = ৫$ ফুট।

এখন, কগঘ এবং খগক ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সদৃশ,

∴ ঘগ : কগ :: কগ : গখ।

∴ ৫ : ১৩ :: ১৩ : গখ।

∴ গখ $= \frac{১৩ \times ১৩}{৫} = \frac{১৬৯}{৫} = ৩৩\frac{৪}{৫}$ ফুট।

(৪) (২) উদাহরণের প্রতিকৃতিতে খঘ ২৮$\frac{৪}{৫}$ ফুট ও কঘ ১৫ ফুট; কখগ ত্রিভুজের তিনটী বাহু নির্ণয় কর।

খঘক ত্রিভুজ ও কঘগ ত্রিভুজ পরস্পর সদৃশ,

$$\therefore \text{খঘ} : \text{কঘ} :: \text{কঘ} : \text{ঘগ}।$$

$$\therefore ২৮\tfrac{১}{৮} : ১৫ :: ১৫ : \text{ঘগ}।$$

$$\therefore \text{ঘগ} = \frac{১৫ \times ১৫}{২৮\frac{১}{৮}} = \frac{১৫ \times ১৫}{\frac{২২৫}{৮}} = \frac{১৫ \times ১৫ \times ৮}{২২৫} = ৮।$$

$$\text{কগ} = \sqrt{\text{কঘ}^২ + \text{ঘগ}^২} = \sqrt{১৫^২ + ৮^২} = \sqrt{২২৫ + ৬৪}$$

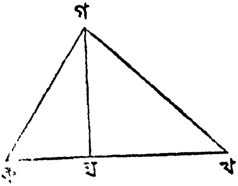
$$= \sqrt{২৮৯} = ১৭ \text{ ফুট}।$$

$$\text{কখ} = \sqrt{\text{কঘ}^২ + \text{ঘখ}^২} = \sqrt{১৫^২ + (২৮\tfrac{১}{৮})^২} = \sqrt{২২৫ + \tfrac{৫০৬২৫}{৬৪}}$$

$$= \sqrt{\frac{১৪৪০০ + ৫০৬২৫}{৬৪}} = \sqrt{\frac{৬৫০২৫}{৬৪}} = \frac{২৫৫}{৮} = ৩১\tfrac{৭}{৮} \text{ ফুট}।$$

$$\text{খগ} = \text{খঘ} + \text{ঘগ} = ২৮\tfrac{১}{৮} + ৮ = ৩৬\tfrac{১}{৮}।$$

(৫) কগখ ত্রিভুজের গ-কোণ সমকোণ এবং গঘ, কখ এর উপর লম্ব। কঘ = ৯ এবং ঘখ = ১৬; গক ও গখ বাহু নির্ণয় কর।



কঘগ ও গঘখ ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সদৃশ (পূর্ববর্ত্তী (২) উদাহরণের মন্তব্য দেখ)।

$$\therefore \text{কঘ} : \text{গঘ} :: \text{গঘ} : \text{ঘখ}।$$

$$\therefore ৯ : \text{গঘ} :: \text{গঘ} : ১৬।$$

$$\therefore \text{গঘ} \times \text{গঘ} = ৯ \times ১৬। \quad \therefore \text{গঘ}^২ = ৯ \times ১৬।$$

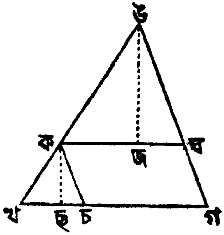
$$\therefore \text{গঘ} = \sqrt{৯ \times ১৬} = ৩ \times ৪ = ১২।$$

$$\text{এখন } \text{গক} = \sqrt{\text{গঘ}^২ + \text{কঘ}^২} = \sqrt{১২^২ + ৯^২} = \sqrt{১৪৪ + ৮১}$$

$$= \sqrt{২২৫} = ১৫।$$

$$\text{গখ} = \sqrt{\text{গঘ}^2 + \text{ঘখ}^2} = \sqrt{১২^2 + ১৬^2} = \sqrt{১৪৪ + ২৫৬}$$
$$= \sqrt{৪০০} = ২০।$$

(৬) কখগঘ একটী ট্র্যাপিজএড্। কঘ ও খগ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দূরতা ৫ ফুট; খগ = ১৫ ফুট; কঘ = ৯ ফুট। খক এবং গঘ বর্দ্ধিত হইয়া ঙ বিন্দুতে মিলিত হইয়াছে। কঘ হইতে ঙ বিন্দুর দূরতা অর্থাৎ ঙ বিন্দু হইতে কঘএর উপর ঙজ লম্ব পাত করিলে তাহার পরিমাণ কত হইবে?

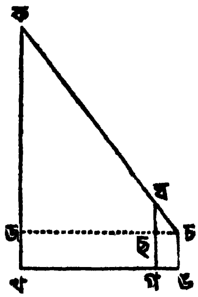


ক বিন্দু হইতে ঘগএর সমান্তরাল করিয়া কচ রেখা টান এবং খগএর উপর কছ লম্ব পাত কর। এখন কচগঘ একটী সমান্তরাল ক্ষেত্র হওয়াতে কঘ = চগ; সুতরাং খচ = ১৫ − ৯ = ৬ ফুট। কছ = ৫ ফুট। আর সহজেই দেখান যাইতে পারে যে কখচ ও ঙকঘ ত্রিভুজ দুইটী সদৃশ, অতএব ৫১ অণুচ্ছেদানুসারে,

$$\text{খচ} : \text{কছ} :: \text{কঘ} : \text{ঙজ}।$$
$$৬ : ৫ :: ৯ : \text{ঙজ}।$$
$$\therefore \quad \text{ঙজ} = \frac{৫ \times ৯}{৬} = \frac{১৫}{২} = ৭\tfrac{১}{২} \text{ ফুট}।$$

(৭) কোন বৃক্ষের মূলদেশ হইতে ৩৩ হাত দূরে একটী বাঁশ পুঁতিয়া বৃক্ষ ও বাঁশের সমসূত্রে (অর্থাৎ বৃক্ষের ও বাঁশের মূলদেশ-সংযোজক সরলরেখায়) বাঁশের ২ হাত অন্তর হইতে দৃষ্টি করায় বৃক্ষের ও বাঁশের অগ্রভাগ এক সরল রেখাতে দেখা

গেল। বাঁশের উচ্চতা ৬ হাত ও দর্শকের চক্ষুর উচ্চতা ৩$\frac{1}{2}$ হাত। বৃক্ষটীর উচ্চতা নির্ণয় কর।



মনে কর, কখ যেন বৃক্ষ, ঘগ বাঁশ, এবং চঙ দর্শকের চক্ষুর উচ্চতা। খগ = ৩৩, গঙ = ২, গঘ = ৬, ঙচ = ৩$\frac{1}{2}$। চ বিন্দু দিয়া চছজ রেখাকে ঙগখ রেখার সমান্তরাল করিয়া টান।

এখন, চছ = ঙগ = ২ হাত। ঘছ = ঘগ − ছগ = ঘগ − চঙ = ৬ − ৩$\frac{1}{2}$ = ২$\frac{1}{2}$ হাত। আর চজ = ঙখ = ঙগ + গখ = ২ + ৩৩ = ৩৫ হাত। চছঘ এবং চজক ত্রিভুজ দুইটী পরস্পর সদৃশ,

∴ চছ : ঘছ :: চজ : কজ।

∴ ২ : ২$\frac{1}{2}$ :: ৩৫ : কজ।

$$\therefore \text{ কজ} = \frac{২\frac{1}{2} \times ৩৫}{২} = \frac{৮ \times ৩৫}{৩ \times ২} = \frac{১৪১}{৩} = ৪৬\frac{1}{2} \text{ হাত।}$$

কখ = কজ + জখ = কজ + চঙ = ৪৬$\frac{1}{2}$ + ৩$\frac{1}{2}$ = ৫০ হাত।

∴ বৃক্ষের উচ্চতা ৫০ হাত।

দশম উদাহরণ-মালা।

১। কখগ একটী ত্রিভুজ ; কখ বাহুস্থ কোন বিন্দু ঘ হইতে ঘঙ রেখা খগ ভূমির সমান্তরাল করিয়া টানা হইয়াছে ; ঘঙ, ঙ বিন্দুতে কগকে স্পর্শ করে, কঘ = ৬ ফুট, ঘঙ = ৫ ফুট, কখ = ১১ ফুট, খগ স্থির কর।

২। প্রথম প্রশ্নের প্রতিকৃতিতে কঘ = ১২ ফুট, ঘঙ = ৭ ফুট, এবং ঘখ = ৪ ফুট, খগ নির্ণয় কর।

৩। ৬ ফুট উচ্চ কোন ব্যক্তির ছায়া মাপাতে ৯ ফুট ৪ ইঞ্চ হইল ; সেই সময়ে কোন বৃক্ষের ছায়া মাপিয়া দেখা গেল যে তাহা ৩৫ ফুট ; বৃক্ষের উচ্চতা নির্ণয় কর।

৪। ৪ ফুট লম্বা কোন যষ্টি লম্বভাবে ভূমির উপর ধরাতে ৫ ফুট ৬ ইঞ্চ দীর্ঘ ছায়া পড়িল ; যে বৃক্ষের উচ্চতা ২৮ ফুট ৯ ইঞ্চ, সেই সময়ে, সে বৃক্ষের কত লম্বা ছায়া পড়িয়াছিল ?

৫। প্রথম প্রশ্নের প্রতিকৃতিতে কচছ সরল রেখাকে ঘঙ এবং খগএর উপর লম্ব পাত করা হইয়াছে। খগ = ২১$\frac{২}{৩}$, কছ = ১৫$\frac{২}{৬}$ এবং ঘঙ = ৫$\frac{২২}{২১}$; চছ নির্ণয় কর।

৬। যে সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর পরিমাণ ৩ ফুট ৪ইঞ্চ, তাহার উন্নতি কত ?

৭। কোন সমবাহু ত্রিভুজের উন্নতি ২৫ হাত, তাহার বাহুর পরিমাণ কত ?

৮। কোন নিয়মিত নবভুজ ক্ষেত্রের বাহু ১৩ ফুট তাহার অন্তর্বৃত্তের ও বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ নির্ণয় কর।

৯। কোন নিয়মিত দ্বাদশভুজ ক্ষেত্রের অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৬·৫৩১ ইঞ্চ, ক্ষেত্রটীর বাহু এবং বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ নির্ণয় কর।

১০। ভারতবর্ষের দৈর্ঘ্য ২০০০ মাইল এবং বিস্তার ১৮০০ মাইল। যদি এক মাইলকে এক ইঞ্চের ৩৬ ভাগের এক ভাগ ধরিয়া ইহার একখানা মানচিত্র অঙ্কিত করা যায় তবে মানচিত্রটীর দৈর্ঘ্য ও বিস্তার কত হইবে ?

১১। কোন দুইটী নগরের দূরতা ৪২ মাইল এবং মানচিত্রে তাহাদের দূরতা ১$\frac{৩}{৪}$ ইঞ্চ ; কিরূপ স্কেলে (অর্থাৎ এক মাইলকে কত ধরিয়া) মানচিত্রটী অঙ্কিত করা হইয়াছে ?

১২। কোন দুই নগরের দূরতা ৮০ মাইল এবং মানচিত্রে তাহাদের দূরতা ৬$\frac{২}{৩}$ ইঞ্চ ; মানচিত্রে অন্য দুই নগরের দূরতা ৫$\frac{১}{২}$ ইঞ্চ ; এই দুই নগরের প্রকৃত দূরতা কত ?

১৩। কোন অট্টালিকার দৈর্ঘ্য ১৫৬ ফুট ও বিস্তার ৫৪ ফুট। এই অট্টালিকাটীর নক্সায়, ইহার দৈর্ঘ্য ৬$\frac{১}{২}$ ইঞ্চ হইলে বিস্তার কত হইবে ?

১৪। প্রথম প্রশ্নের প্রতিকৃতিতে খগ = ২৪ফুট, ঘঙ = ১৫ ফুট, খঘ = ৮ ফুট, খক নির্ণয় কর।

১৫। প্রথম প্রশ্নের প্রতিকৃতিতে ঘঙ = ১০ফুট, খগ = ১৪ ফুট, খঘ = ৫ ফুট, ঘক নির্ণয় কর।

১৬। প্রথম প্রশ্নের প্রতিকৃতিতে খগ = ৫০ ফুট, ঘঙ = ৪৩$\frac{3}{4}$ ফুট, ঘঙ ও খগএর দূরতা = ৩$\frac{1}{2}$ ফুট, ক বিন্দু হইতে খগ ভূমির উপরে লম্ব পাত করিলে তাহার পরিমাণ কত হইবে?

১৭। কোন ট্রাপিজএড্ ক্ষেত্রের সমান্তরাল বাহুদ্বয় ১২ ফুট ও ২১ ফুট। তাহাদের দূরত্বকে সমান তিন ভাগে বিভক্ত করিয়া বিভাজক বিন্দুদ্বয়ের মধ্য দিয়া তাহাদের সমান্তরাল দুই সরল রেখা এই ক্ষেত্রে অঙ্কিত হইয়াছে; এই সরল রেখা দুইটীর পরিমাণ স্থির কর।

১৮। তিনটী বাঁশ এক সরল রেখাতে দণ্ডায়মান আছে। প্রথমটীর পরিমাণ ২০ ফুট, দ্বিতীয়টীর ১৫ ফুট, এবং তৃতীয়টীর ১৭ ফুট। প্রথমটী হইতে দ্বিতীয়টীর দূরতা ১২ ফুট ৬ ইঞ্চ। বাঁশ তিনটীর অগ্রভাগ এক সরল রেখাতে আছে; দ্বিতীয়টী হইতে তৃতীয়টীর দূরতা কত ?

১৯। কখগ ত্রিভুজের ক-কোণ সমকোণ এবং কঘ, খগএর উপর লম্ব। খঘ = ৭ ফুট, কঘ = ২৪ ফুট; কখগ ত্রিভুজের বাহুত্রয় নির্ণয় কর।

২০। উনবিংশ প্রশ্নের প্রতিকৃতিতে কখ = ১৫ ফুট, কগ = ২০ ফুট; কঘ নির্ণয় কর।

২১। উনবিংশ প্রশ্নের প্রতিকৃতিতে খঘ = ১.৯৬ ফুট, ঘগ = ২৩.০৪ ফুট; কখ ও কগ নির্ণয় কর।

২২। উনবিংশ প্রশ্নের প্রতিকৃতিতে খঘ = ১৪.৪ ফুট, ঘগ = ২৫.৬ ফুট; কখ ও কগ নির্ণয় কর।

২৩। কোন মন্দির হইতে ৬৪.৮ হাত দূরে ৬ হাত লম্বা যষ্টি ভূমির উপর লম্বভাবে দণ্ডায়মান রাখিয়া সেই সমসূত্রে যষ্টির ৩ হাত অন্তরে দাঁড়াইয়া দৃষ্টি করাতে মন্দিরের ও যষ্টির অগ্রভাগ এক সরল রেখাতে দেখা গেল। দর্শকের চক্ষুর উচ্চতা ৩$\frac{1}{2}$ হাত; মন্দিরটীর উচ্চতা নির্ণয় কর?

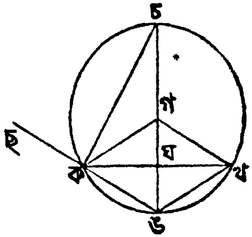
২৪। ৫০ ও ৭৫ ফুট লম্বা দুইটী বাঁশ ভূমির উপর দণ্ডায়মান আছে। তাহাদের প্রত্যেকের অগ্রভাগ অপরের মূলের সহিত রজ্জু দ্বারা সংযুক্ত করা

হইয়াছে। রজ্জুদ্বয়ের সম্পাত বিন্দুর উচ্চতা কত? বাঁশ দুইটীর ব্যবধান ৪২½ ফুট হইলে সম্পাত বিন্দু হইতে পতিত লম্ব দ্বারা তাহা যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হয়, তাহাদের পরিমাণ নির্ণয় কর।

একাদশ পরিচ্ছেদ।

বৃত্তের জ্যা।

৫৮। চকঙখ একটী বৃত্ত। কখ ইহার কোন জ্যা, গ বিন্দু ইহার কেন্দ্র; গ বিন্দু হইতে কখএর উপর গঘ লম্বপাত কর এবং গঘকে উভয় দিকে বৃদ্ধি করিয়া ঙ ও চ বিন্দুতে পরিধি স্পর্শ করাও। কঙ সংযোগ কর।



কখ সরল রেখাকে সাধারণতঃ কঙখ চাপের জ্যা বলে, কিন্তু উহা কচখ চাপেরও জ্যা। কঙখ চাপ ঙ বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হইয়াছে সুতরাং কঙ বা খঙ চাপ কঙখ চাপের অর্দ্ধ। এরূপ স্থলে সংক্ষেপে কঙ বা খঙকে চাপার্দ্ধ কহে। কঙ সরল রেখা কঙ চাপের জ্যা; ইহাকে চাপার্দ্ধের জ্যা বলা হয়। ঙঘকে কঙখ চাপের উন্নতি বা শর কহে।

৫৯। ৫৮ অণুচ্ছেদের প্রতিকৃতিতে চক, ঙখ, খগ, ও গক সংযোগ কর। ঙককে ছবিন্দু পর্য্যন্ত বৃদ্ধি কর।

এখন দেখ, গক = গখ, কারণ উভয়েই বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ।

∴ গকখ একটী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ; এই জন্য ∠ গকখ = ∠ গখক

(জ্যাঃ ১ম অঃ ৫ম প্রঃ)। এখন গঘক ও গঘখ দুইটী ত্রিভুজ। ইহাদের মধ্যে গক বাহু গখ বাহুর সমান; ∠ গকঘ = ∠ গখঘ; এবং ∠ গঘক = ∠ গঘখ, কারণ ইহারা উভয়েই লম্বের পার্শ্বস্থ সমকোণ। অতএব কঘ = ঘখ (জ্যাঃ ১ম অঃ ২৬শ প্রঃ)। ইহা হইতে দেখা যায় যে কেন্দ্র হইতে কোন জ্যার উপর লম্ব পাত করিলে সেই লম্ব দ্বারা জ্যাটী সমদ্বিখণ্ডিত হয়।

আরও, চগ = কগ, ∴ ∠ গচক অর্থাৎ ∠ ঙচক = ∠গকচ। পুনরায়, ঙগ = কগ, ∴ ∠ গঙক অর্থাৎ ∠ চঙক = ∠গকঙ। ∴ ঙচক ও চঙক কোণদ্বয় একত্রযোগে চকঙ কোণের সমান। পুনশ্চ, চঙক ত্রিভুজের ঙক বাহু বৃদ্ধি করা হইয়াছে, সুতরাং ঙচক ও চঙক কোণদ্বয় চকছ কোণের সমান (জ্যাঃ ১ম অঃ ৩২শ প্রঃ)। অতএব ∠ চকঙ = ∠চকছ (১ম সতঃসিদ্ধ)। সুতরাং ইহাদের প্রত্যেকে সমকোণ (জ্যাঃ ১ম অঃ ১০ম সংজ্ঞা)। এই হেতু চঙক একটী সমকোণী ত্রিভুজ।

এখন চঙক সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ হইতে চঙ কর্ণের উপর কঘ লম্ব পাত করা হইয়াছে, অতএব ৫৭ অণুচ্ছেদের (২) উদাহরণের মন্তব্যানুসারে চঙক ও কঙঘ ত্রিভুজ দুইটী পরস্পর সদৃশ; সুতরাং,

চঙ : ঙক :: ঙক : ঙঘ।

∴ ১১ অণুচ্ছেদানুসারে চঙ × ঙঘ = ঙক × ঙক = ঙক^2 অর্থাৎ

ব্যাস × চাপের উন্নতি = (চাপার্দ্ধে জ্যা)^2 ... (১)।

৫৭ অণুচ্ছেদের (২) উদাহরণের মন্তব্য অনুসারে ঘঙক ও ঘকচ ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সদৃশ এবং ∠ ঘকঙ = ∠ঘচক। আরও অতি সহজেই প্রমাণ করা যাইতে পারে যে ∠ঘকঙ = ∠ঘখঙ।

∴ ∠ ঘখঙ = ∠ ঘচক। এখন চঘক ও খঘঙ ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে

∠ চঘক = ∠ খঘঙ ; ∠ ঘচক = ∠ ঘখঙ ;

∴ ∠ ঘকচ = ∠ ঘঙখ (জ্যাঃ ১ম অঃ ৩২শ প্রঃ)। সুতরাং

চঘক এবং খঘঙ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ, কাজেই

ঘচ : কঘ :: ঘখ : ঘঙ।

∴ ঘচ × ঘঙ = কঘ × ঘখ (১১ অনুচ্ছেদ মতে)।

কিন্তু কঘ = ঘখ = $\frac{\text{কখ}}{২}$; এবং ঘচ = চঙ − ঘঙ

∴ (চঙ − ঘঙ) × ঘঙ = $\frac{\text{কখ}}{২} \times \frac{\text{কখ}}{২} = \left(\frac{\text{কখ}}{২}\right)^2$ অর্থাৎ

(ব্যাস—চাপের উন্নতি) × চাপের উন্নতি = $\left(\frac{\text{চাপের জ্যা}}{২}\right)^2$ ... (২)

এই (১ ও ২) চিহ্নিত ফলদ্বয় অতীব প্রয়োজনীয়। এই দুইটী ফল দ্বারা এই পরিচ্ছেদের সকল অঙ্কেরই সমাধান হইবে। এই দুইটী ফলে বিশেষরূপ অধিকার জন্মিলে নিম্নে যে সকল নিয়ম লিখিত হইল সে সকল মুখস্থ করা নিষ্প্রয়োজন।

৬০। বৃত্তের কোন চাপের উন্নতি এবং চাপার্দ্ধের জ্যা দেওয়া আছে বৃত্তের ব্যাস নির্ণয় করিতে হইবে।

যে হেতু ৫৯ অনুচ্ছেদে সপ্রমাণ করা হইয়াছে যে

ব্যাস × চাপের উন্নতি = (চাপার্দ্ধের জ্যা)^2

∴ ব্যাস = $\frac{(\text{চাপার্দ্ধের জ্যা})^2}{\text{চাপের উন্নতি}}$।

নিয়ম। চাপার্দ্ধের জ্যার বর্গকে চাপের উন্নতি দ্বারা ভাগ করিলে ভাগফল বৃত্তের ব্যাস হইবে।

উদাহরণ :

(১) বৃত্তের কোন চাপের উন্নতি ৩ ফুট এবং চাপার্দ্ধের জ্যা ৪ ফুট ৬ ইঞ্চ ; বৃত্তের ব্যাস কত ?

৪ ফুট ৬ ইঞ্চ = $৪\frac{১}{২}$ ফুট = $\frac{৯}{২}$ ফুট। নিয়মানুসারে,

$$\text{ব্যাস} = \frac{\frac{৯}{২} \times \frac{৯}{২}}{৩} = \frac{৯}{২} \times \frac{৯}{২} \times \frac{১}{৩} = \frac{২৭}{৪} = ৬\frac{৩}{৪} \text{ ফুট} = ৬ \text{ ফুট } ৯ \text{ ইঞ্চ।}$$

(২) বৃত্তের কোন চাপের উন্নতি ১ ফুট ৮ ইঞ্চ এবং চাপার্দ্ধের জ্যা ৫ ফুট, ব্যাস কত ?

১ ফুট ৮ ইঞ্চ = $১\frac{২}{৩}$ ফুট = $\frac{৫}{৩}$ ফুট।

$$\therefore \quad \text{ব্যাস} = \frac{৫ \times ৫}{\frac{৫}{৩}} = ৫ \times ৫ \times \frac{৩}{৫} = ৫ \times ৩ = ১৫ \text{ ফুট।}$$

৬১। চাপার্দ্ধের জ্যা এবং বৃত্তের ব্যাস দেওয়া আছে, চাপের উন্নতি নির্ণয় করিতে হইবে।

যে হেতু ব্যাস × চাপের উন্নতি = (চাপার্দ্ধের জ্যা)^{২}

$$\therefore \text{ চাপের উন্নতি} = \frac{(\text{চাপার্দ্ধের জ্যা})^{২}}{\text{ব্যাস}} \text{।}$$

নিয়ম। চাপার্দ্ধের জ্যার বর্গকে বৃত্তের ব্যাস দিয়া ভাগ করিলে ভাগফল চাপের উন্নতি হইবে।

উদাহরণ :

(১) চাপার্দ্ধের জ্যা ৮ ফুট, এবং ব্যাস ৩২ ফুট, চাপের উন্নতি কত ?

$$\text{চাপের উন্নতি} = \frac{৮ \times ৮}{৩২} = ২ \text{ ফুট।}$$

(২) চাপার্দ্ধের জ্যা ৫ ফুট ৬ ইঞ্চ এবং ব্যাস ৩৩ ফুট, চাপের উন্নতি কত ?

চাপের উন্নতি $= \frac{৫\frac{১}{২} \times ৫\frac{১}{২}}{৩৩} = \frac{১১}{২} \times \frac{১১}{২} \times \frac{১}{৩৩} = \frac{১১}{১২}$ ফুট $=$ ১১ ইঞ্চ।

৬২। চাপের উন্নতি এবং বৃত্তের ব্যাস দেওয়া আছে, চাপার্দ্ধের জ্যা নির্ণয় করিতে হইবে।

যে হেতু ব্যাস $\times$ চাপের উন্নতি $=$ (চাপার্দ্ধের জ্যা $)^২$

$\therefore$ চাপার্দ্ধের জ্যা $= \sqrt{\text{ব্যাস} \times \text{চাপের উন্নতি}}$

নিয়ম। চাপের উন্নতি ও ব্যাসের গুণফলের বর্গমূল লও, উহা চাপার্দ্ধের জ্যা হইবে।

উদাহরণ :

(১) চাপের উন্নতি ২ ফুট এবং ব্যাস ১৮ ফুট; চাপার্দ্ধের জ্যা কত ?

চাপার্দ্ধের জ্যা $= \sqrt{২ \times ১৮} = \sqrt{৩৬} = ৬$ ফুট।

(২) চাপের উন্নতি ২ ফুট ৪ ইঞ্চ এবং ব্যাস ২১ ফুট; চাপার্দ্ধের জ্যার পরিমাণ কত ?

২ ফুট ৪ ইঞ্চ $= ২\frac{১}{৩} = \frac{৭}{৩}$ ফুট।

$\therefore$ চাপার্দ্ধের জ্যা $= \sqrt{\frac{৭}{৩} \times ২১} = \sqrt{৭ \times ৭} = ৭$ ফুট।

৬৩। চাপের জ্যা এবং উন্নতি জানা আছে, বৃত্তের ব্যাস নির্ণয় করিতে হইবে।

যে হেতু ৫৯ অণুচ্ছেদে সপ্রমাণ করা হইয়াছে যে

$$(\text{ব্যাস}—\text{চাপের উন্নতি}) \times \text{চাপের উন্নতি} = \left(\frac{\text{চাপের জ্যা}}{২}\right)^২$$

$$\therefore \text{ব্যাস}—\text{চাপের উন্নতি} = \frac{\left(\frac{\text{চাপের জ্যা}}{২}\right)^২}{\text{চাপের উন্নতি}}।$$

$$\therefore \quad \text{ব্যাস} = \frac{\left(\frac{\text{চাপের জ্যা}}{২}\right)^{২}}{\text{চাপের উন্নতি}} + \text{চাপের উন্নতি।}$$

নিয়ম। (১) চাপের জ্যার অর্দ্ধেকের বর্গকে চাপের উন্নতি দিয়া ভাগ করিয়া ভাগ ফলে উন্নতি যোগ করিলেই ব্যাস পাওয়া যায়।

অথবা

(২) চাপের জ্যার অর্দ্ধেকের বর্গের সহিত উন্নতির বর্গ যোগ করিলে চাপার্দ্ধের জ্যার বর্গ পাওয়া যায়। এখন ৬০ অণুচ্ছেদের নিয়মে এই চাপার্দ্ধের জ্যার বর্গকে উন্নতি দ্বারা ভাগ করিলেই ব্যাস পাওয়া যায়।

উদাহরণ :

(১) চাপের জ্যা ১২ ফুট ও উন্নতি ৪ ফুট ; বৃত্তের ব্যাস কত?

প্রথম নিয়মে, ১২এর $\frac{১}{২}$ = ৬। $৬^২ \div ৪ = \frac{৬ \times ৬}{৪} = ৯$।

$\therefore$ ব্যাস = ৯ + ৪ = ১৩ ফুট।

অথবা দ্বিতীয় নিয়মে, ১২ এর $\frac{১}{২}$ = ৬ ;

$$\therefore \text{ব্যাস} = \frac{৬^২ + ৪^২}{৪} = \frac{৩৬ + ১৬}{৪} = \frac{৫২}{৪} = ১৩ \text{ ফুট।}$$

(২) চাপে জ্যা ২৭ ফুট, উন্নতি ৩ ফুট ; ব্যাস নির্ণয় কর।

২৭এর $\frac{১}{২} = \frac{২৭}{২}$,

$$\frac{\frac{২৭}{২} \times \frac{২৭}{২}}{৩} = \frac{২৭}{২} \times \frac{২৭}{২} \times \frac{১}{৩} = \frac{২৪৩}{৪} = ৬০\frac{৩}{৪}$$

$\therefore$ ব্যাস = ৩ + ৬০$\frac{৩}{৪}$ = ৬৩$\frac{৩}{৪}$ ফুট।

৬৪। চাপের উন্নতি এবং বৃত্তের ব্যাস জানা আছে, চাপের জ্যা নির্ণয় করিতে হইবে।

যে হেতু (ব্যাস—চাপের উন্নতি) $\times$ চাপের উন্নতি $= \left(\frac{\text{চাপের জ্যা}}{২}\right)$

$$\therefore \frac{\text{চাপের জ্যা}}{২} = \sqrt{(\text{ব্যাস—চাপের উন্নতি}) \times \text{চাপের উন্নতি}}$$

$$\therefore \text{চাপের জ্যা} = ২ \times \sqrt{(\text{ব্যাস—চাপের উন্নতি}) \times \text{চাপের উন্নতি}}$$

নিয়ম। ব্যাস হইতে চাপের উন্নতি বাদ দিলে যাহা থাকে তাহা ও চাপের উন্নতি এই উভয়ের গুণফলের বর্গমূল চাপের জ্যার অর্দ্ধেক হয়। এখন এই অর্দ্ধকে দ্বিগুণ করিলেই চাপের জ্যা পাওয়া যায়।

উদাহরণ :

(১) চাপের উন্নতি ৩ ফুট এবং বৃত্তের ব্যাস ১৫ ফুট, জ্যা কত ?

১৫ — ৩ = ১২। $\therefore$ চাপের জ্যার অর্দ্ধ $= \sqrt{১২ \times ৩} = \sqrt{৩৬} = ৬$।

$\therefore$ চাপের জ্যা = ২ × ৬ = ১২ ফুট।

(২) চাপের উন্নতি ২ ফুট ৩ ইঞ্চ এবং বৃত্তের ব্যাস ৮·০১ ফুট, চাপের জ্যা কত ?

২ ফুট ৩ ইঞ্চ = ২¼ ফুট = ২·২৫ ফুট ; ৮·০১ — ২·২৫ = ৫·৭৬।

$\therefore$ চাপের জ্যার অর্দ্ধ $= \sqrt{৫·৭৬ \times ২·২৫} = \sqrt{১২·৯৬} = ৩·৬$।

$\therefore$ চাপের জ্যা = ২ × ৩·৬ = ৭·২ ফুট।

৬৫। চাপের জ্যা এবং বৃত্তের ব্যাস জানা আছে চাপের উন্নতি স্থির করিতে হইবে।

৫৮ অণুচ্ছেদের প্রতিকৃতি দেখ।

এখানে ব্যাস জানা থাকায় কগও জানা আছে, কারণ কগ ব্যাসার্দ্ধ, এবং কখ জানা থাকায় কঘও জানা আছে কারণ কঘ কখএর অর্দ্ধ। অতএব কগঘ সমকোণী ত্রিভুজের কগ কর্ণ ও

কঘ বাহু জানা আছে সুতরাং ৪১ অণুচ্ছেদের নিয়ম দ্বারা গঘ বাহু নির্ণয় করা যায়। এখন গঙ ব্যাসার্দ্ধ হইতে গঘ বিয়োগ করিলেই চাপের উন্নতি ঘঙ পাওয়া যাইতে পারে।

উদাহরণ :

(১) চাপের জ্যা ৩৫ ফুট ও ব্যাস ৩৭ ফুট, চাপের উন্নতি নির্ণয় কর।

এখানে কগ $=$ ১৮$\frac{১}{২}$ ফুট, এবং কঘ $=$ ১৭$\frac{১}{২}$ ফুট।

$$\therefore \text{গঘ} = \sqrt{(১৮\tfrac{১}{২}+১৭\tfrac{১}{২})\times(১৮\tfrac{১}{২}-১৭\tfrac{১}{২})} = \sqrt{৩৬\times ১} = ৬।$$

$$\therefore \text{চাপের উন্নতি ঘঙ} = ১৮\tfrac{১}{২} - ৬ = ১২\tfrac{১}{২} \text{ ফুট।}$$

(২) চাপের জ্যা ২৮ ফুট এবং বৃত্তের ব্যাস ৫৩ ফুট, চাপের উন্নতি কত?

এখানে কগ $= \frac{৫৩}{২} =$ ২৬$\frac{১}{২}$ ফুট, এবং কঘ $=$ ১৪ ফুট।

$$\therefore \text{গঘ} = \sqrt{(২৬\tfrac{১}{২}+১৪)\times(২৬\tfrac{১}{২}-১৪)} = \sqrt{৪০\tfrac{১}{২}\times ১২\tfrac{১}{২}}$$

$$= \sqrt{\tfrac{৮১}{২}\times\tfrac{২৫}{২}} = \sqrt{\tfrac{৮১}{৪}\times ২৫} = \tfrac{৯}{২}\times ৫ = \tfrac{৪৫}{২} = ২২\tfrac{১}{২}।$$

$$\therefore \text{চাপের উন্নতি ঘঙ} = ২৬\tfrac{১}{২} - ২২\tfrac{১}{২} = ৪ \text{ ফুট।}$$

৬৬। চাপের জ্যা এবং বৃত্তের ব্যাস দেওয়া আছে, চাপার্দ্ধের জ্যা নির্ণয় করিতে হইবে।

৫৮ অণুচ্ছেদের প্রতিকৃতি দেখ।

এখানে কগ ও কঘ জানা আছে। সুতরাং গঘ নির্ণয় করিয়া গঙ হইতে বাদ দিলে ঘঙ পাওয়া যায়। এখন (১) কঘঙ সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের পার্শ্বস্থ কঘ ও ঘঙ বাহুদ্বয় জানা আছে সুতরাং সমকোণী ত্রিভুজের নিয়ম দ্বারা কঙ কর্ণ বাহির করা যাইতে পারে। অথবা (২) ব্যাস জানা আছে এবং ঘঙ

চাপের উন্নতি জানা আছে সুতরাং ৬২ অণুচ্ছেদের নিয়মানুসারে কঙ বাহির করা যাইতে পারে।

উদাহরণ :

(১) চাপের জ্যা ৪৮ ফুট এবং বৃত্তের ব্যাস ৫০ ফুট, চাপার্দ্ধের জ্যা কত ?

এখানে কগ = ২৫ ফুট, এবং কঘ = ২৪ ফুট।

$\therefore$ গঘ $= \sqrt{(২৫+২৪)\times(২৫-২৪)} = \sqrt{৪৯} = ৭$ ফুট।

$\therefore$ ঘঙ $= ২৫ - ৭ = ১৮$ ফুট।

এখন কঙ $= \sqrt{২৪^২ + ১৮^২} = \sqrt{৫৭৬ + ৩২৪} = \sqrt{৯০০} = ৩০$ফুট।

অথবা কঙ $= \sqrt{ঘঙ \times চঙ} = \sqrt{১৮ \times ৫০} = \sqrt{৯০০} = ৩০$ ফুট।

(২) চাপের জ্যা ১৬ ফুট এবং বৃত্তের ব্যাস ২৮ ফুট, চাপার্দ্ধের জ্যা নির্ণয় কর।

কগ $= ১৪$ ফুট, কঘ $= ৮$ফুট।

$\therefore$ গঘ $= \sqrt{(১৪+৮)\times(১৪-৮)} = \sqrt{২২ \times ৬} = \sqrt{১৩২}$

$= ১১\cdot৪৮৯১$ ফুট। $\therefore$ ঘঙ $= ১৪ - ১১\cdot৪৮৯১ = ২\cdot৫১০৯$ ফুট।

কঙ $= \sqrt{২\cdot৫১০৯^২ + ৮^২} = \sqrt{৬\cdot৩০৪৬১৮৮১ + ৬৪}$

$= \sqrt{৭০\cdot৩০৪৬১৮৮১} = ৮\cdot৩৮৪৭...$ফুট।

অথবা কঙ $= \sqrt{২\cdot৫১০৯ \times ২৮} = \sqrt{৭০\cdot৩০৫২} = ৮\cdot৩৮৪৮...$ফুট।

মন্তব্য। গঘ ঠিক নির্ণয় না হইলে প্রথম ও দ্বিতীয় নিয়মে লব্ধ ফলদ্বয় কিঞ্চিৎ বিভিন্ন হইবে। এরূপ স্থলে দ্বিতীয় নিয়মে অঙ্ক সমাধান করাই সুবিধাজনক।

৬৭। চাপার্দ্ধের জ্যা এবং বৃত্তের ব্যাস দেওয়া আছে, চাপের জ্যা নির্ণয় করিতে হইবে।

৫৮ অণুচ্ছেদের প্রতিকৃতি দেখ।

এখানে কঙ এবং ঙচ জানা আছে। অতএব ৬১ অণুচ্ছেদের নিয়মে কঙএর বর্গকে ঙচ দ্বারা ভাগ করিয়া ঘঙ নির্ণয় পূর্ব্বক ৪১ অণুচ্ছেদের নিয়মে কঘ বাহির করা যায়। এখন কঘ এর দ্বিগুণই চাপের জ্যা

উদাহরণ :

(১) চাপার্দ্ধের জ্যা ১৩ ফুট, ব্যাস ৩৩·৮ ফুট, চাপের জ্যার পরিমাণ কত ?

এখানে কঙ $=$ ১৩ ফুট এবং ঙচ $=$ ৩৩·৮ ফুট।

$$\therefore \quad \text{ঘঙ} = \frac{১৩ \times ১৩}{৩৩·৮} = \frac{১৩ \times ১৩ \times ১০}{৩৩৮} = \frac{১৩ \times ১০}{২৬} = ৫ \text{ ফুট।}$$

$$\text{এখন কঘ} = \sqrt{(১৩+৫) \times (১৩-৫)} = \sqrt{১৮ \times ৮}$$
$$= \sqrt{৯ \times ১৬} = ৩ \times ৪ = ১২ \text{ ফুট।}$$

$$\therefore \text{ চাপের জ্যা} = ২ \times ১২ = ২৪ \text{ ফুট।}$$

(২) চাপার্দ্ধের জ্যা ৫ ফুট এবং বৃত্তের ব্যাস ২০ ফুট, চাপের জ্যা কত ?

এখানে কঙ $=$ ৫ফুট, ঙচ $=$ ২০ফুট। $\therefore$ ঘঙ $= \frac{৫ \times ৫}{২০} = \frac{৫}{৪} = ১\frac{১}{৪}$ ফুট।

$$\therefore \quad \text{কঘ} = \sqrt{(৫ + ১\tfrac{১}{৪}) \times (৫ - ১\tfrac{১}{৪})} = \sqrt{৬\tfrac{১}{৪} \times ৩\tfrac{৩}{৪}} = \sqrt{\tfrac{২৫}{৪} \times \tfrac{১৫}{৪}}$$

$$= \sqrt{\frac{৩৭৫}{১৬}} = \frac{১৯·৩৬৪}{৪} = ৪·৮৪১ \text{ ফুট।}$$

$$\therefore \text{ চাপের জ্যা} = ২ \times ৪·৮৪১ = ৯·৬৮২ \text{ ফুট।}$$

৬৮। চাপের জ্যা ও চাপার্দ্ধের জ্যা জানা আছে বৃত্তের ব্যাস নির্ণয় করিতে হইবে।

৫৮ অণুচ্ছেদের প্রতিকৃতি দেখ।

এখানে কঙ জানা আছে এবং কখ জানা থাকাতে কঘও জানা আছে; সুতরাং ঘঙ বাহির করা যায়। এখন কঙ ও ঘঙ

জানা আছে সুতরাং ৬০ অণুচ্ছেদের নিয়ম দ্বারা কঙএর বর্গকে ঘঙ দিয়া ভাগ করিলেই চঙ অর্থাৎ বৃত্তের ব্যাস পাওয়া যায়।

উদাহরণ :

(১) চাপের জ্যা ৪২ ফুট এবং চাপার্দ্ধের জ্যা ২৯ ফুট; বৃত্তের ব্যাস কত?

এখানে কঘ = ২১ ফুট, কঙ = ২৯ ফুট।

$$\therefore \quad ঘঙ = \sqrt{(২৯+২১)\times(২৯-২১)} = \sqrt{৫০\times৮} = \sqrt{৪০০}$$

$$= ২০। \quad \therefore \; ঙচ \; ব্যাস = \frac{২৯\times২৯}{২০} = \frac{৮৪১}{২০} = ৪২\cdot০৫ \; ফুট।$$

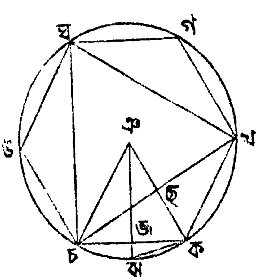
(২) চাপের জ্যা ১২ ফুট এবং চাপার্দ্ধের জ্যা ৬½ ফুট; বৃত্তের ব্যাস কত?

এখানে কঘ = ৬ ফুট এবং কঙ = ৬½ ফুট।

$$\therefore \quad ঘঙ = \sqrt{(৬\tfrac{১}{২}+৬)\times(৬\tfrac{১}{২}-৬)} = \sqrt{১২\tfrac{১}{২}\times\tfrac{১}{২}} = \sqrt{\tfrac{২৫}{৪}} = \tfrac{৫}{২} \; ফুট।$$

$$\therefore \; ঙচ \; ব্যাস = \frac{৬\frac{১}{২}\times৬\frac{১}{২}}{\frac{৫}{২}} = \frac{১৩}{২}\times\frac{১৩}{২}\times\frac{২}{৫} = \frac{১৬৯}{১০} = ১৬\cdot৯ \; ফুট।$$

৬৯। বৃত্তের মধ্যে অঙ্কিত সমবাহু ত্রিভুজ, নিয়মিত দ্বাদশ-ভুজ ক্ষেত্র, নিয়মিত চতুর্বিংশভুজ ক্ষেত্র প্রভৃতির বাহু কিরূপে নির্ণয় করা যায় তাহা নিম্নে প্রদর্শিত হইতেছে।



একটী বৃত্ত অঙ্কিত কর। এখন এই বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের সমান করিয়া যদি কখ, খগ, গঘ প্রভৃতি জ্যা ক্রমান্বয়ে টানা যায় তবে দেখা যাইবে যে এমন ছয়টী জ্যা সমগ্র পরিধিতে স্থাপন করা যাইতে পারে, অর্থাৎ কোন বৃত্তে নিয়মিত ষড়-ভুজ ক্ষেত্র অঙ্কিত করিলে তাহার বাহু ঠিক ব্যাসার্দ্ধের সমান হয়।

কখগঘঙচ নিয়মিত ষড়্‌ভুজ ক্ষেত্রটী বৃত্তের মধ্যে অঙ্কিত হইয়াছে। ঘচ, চখ, এবং খঘ সংযোগ কর। সহজেই প্রমাণ করা যাইতে পারে যে ঘচখ একটী সমবাহু ত্রিভুজ। ঞ বিন্দু বৃত্তটীর কেন্দ্র। ঞচ ও ঞক সংযোগ কর। ঞক চখকে ছ বিন্দুতে ছেদন করিতেছে। সহজেই প্রমাণ করা যাইতে পারে যে ঞছ চখকে সমদ্বিখণ্ডিত করিয়া তাহার উপর লম্ব হইয়াছে।

মনে কর বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১ ইঞ্চ, চখ নির্ণয় করিতে হইবে।

যেহেতু ব্যাসার্দ্ধ = ১ ইঞ্চ, ∴ ব্যাস = ২ ইঞ্চ এবং

চক = ব্যাসার্দ্ধ = ১ ইঞ্চ।

∴ ৬১ অণুচ্ছেদের নিয়মে কছ = ½ ইঞ্চ। অতএব

$$চছ = \sqrt{(১+\tfrac{১}{২})\times(১-\tfrac{১}{২})} = \sqrt{১\tfrac{১}{২}\times\tfrac{১}{২}} = \sqrt{\tfrac{৩}{৪}} = \frac{\sqrt{৩}}{২}।$$

$$এখন,\ চখ = ২\times চছ = ২\times\frac{\sqrt{৩}}{২} = \sqrt{৩}।$$

অতএব বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১ ইঞ্চ হইলে তন্মধ্যে অঙ্কিত সমবাহু ত্রিভুজের বাহু $= \sqrt{৩} = ১\cdot৭৩২০৫০৮$ ইঞ্চ।

পুনরায়, চকএর উপর ঞজ লম্ব পাত কর এবং ঞজকে বৃদ্ধি করিয়া ঝ বিন্দুতে পরিধি স্পর্শ করাও। ঝক সংযোগ কর। অতএব ঝক এই বৃত্তে অঙ্কিত নিয়মিত দ্বাদশ ভুজ ক্ষেত্রের বাহু।

এখন, চক জ বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত হইয়াছে। অতএব কজ $= \tfrac{১}{২}$ইঞ্চ; ঞক = ১ইঞ্চ। অতএব ঞজ $= \sqrt{(১+\tfrac{১}{২})\times(১-\tfrac{১}{২})} = \sqrt{\tfrac{৩}{৪}}$ $= \sqrt{\cdot৭৫} = \cdot৮৬৬০২৫৪$। ∴ জঝ $= ১ - \cdot৮৬৬০২৫৪ = \cdot১৩৩৯৭৪৬$।

এখন ৬২ অণুচ্ছেদের নিয়ম দ্বারা ঝক $= \sqrt{\text{বৃত্তের ব্যাস} \times \text{জঝ}}$ $= \sqrt{২\times\cdot১৩৩৯৭৪৬} = \sqrt{\cdot২৬৭৯৪৯২} = \cdot৫১৭৬৪\cdots$ইঞ্চ।

∴ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১ ইঞ্চ হইলে তন্মধ্যে অঙ্কিত নিয়মিত দ্বাদশভুজ ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ প্রায় ·৫১৭৬৪ ইঞ্চ।

ঞ বিন্দু হইতে ঝকএর উপর লম্ব পাত করিয়া সেই লম্বকে বর্দ্ধিত করিলে যে বিন্দুতে পরিধি স্পর্শ করিবে সেই বিন্দুকে ক বিন্দুর সহিত যোগ করিলে বৃত্তে অঙ্কিত নিয়মিত চতুর্ব্বিংশ-ভুজ ক্ষেত্রের বাহু পাওয়া যায়। এখন আমরা ঝক জানি সুতরাং পূর্ব্বরূপ প্রক্রিয়া দ্বারা এই নিয়মিত চতুর্ব্বিংশভুজ ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ নির্ণয় করিতে পারি। ইহা প্রায় ·২৬১০৫২৩ ইঞ্চ।

একাদশ উদাহরণ-মালা।

১। চাপের উন্নতি ১৬ ফুট এবং চাপার্দ্ধের জ্যা ২৮ ফুট, বৃত্তের ব্যাসের পরিমাণ স্থির কর।

২। চাপের উন্নতি ১·৫২ ইঞ্চ এবং চাপর্দ্ধের জ্যা ০·৩ ইঞ্চ; বৃত্তের ব্যাস নির্ণয় কর।

৩। চাপার্দ্ধের জ্যা ১২ ফুট এবং বৃত্তের ব্যাস ৭২ ফুট; চাপের উন্নতি কত?

৪। চাপার্দ্ধের জ্যা ২·৩ ফুট এবং বৃত্তের ব্যাস ৮·৭২ ফুট; চাপের উন্নতি কত?

৫। চাপের উন্নতি ৫ ফুট এবং বৃত্তের ব্যাস ৪৫ ফুট; চাপার্দ্ধের জ্যা নির্ণয় কর।

৬। চাপের উন্নতি ৯ ফুট এবং বৃত্তের ব্যাস ৪২ ফুট; চাপার্দ্ধের জ্যা নির্ণয় কর।

৭। চাপের জ্যা ৫২ ফুট ও উন্নতি ৬ ফুট ৬ ইঞ্চ, বৃত্তের ব্যাস নির্ণয় কর।

৮। চাপের জ্যা ১২·৫৫ ইঞ্চ এবং উন্নতি ১·৫২ ইঞ্চ বৃত্তের ব্যাস কত?

৯। চাপের উন্নতি ৪ ফুট এবং বৃত্তের ব্যাস ১৬ ফুট ৩ ইঞ্চ; চাপের জ্যার পরিমাণ কত?

১০। চাপের উন্নতি ৭ ফুট ৩ ইঞ্চ এবং বৃত্তের ব্যাস ২৭ ফুট ৯ ইঞ্চ; চাপের জ্যার পরিমাণ কত?

১১। বৃত্তের ব্যাস ৫৮ ফুট এবং চাপের জ্যা ৪২ ফুট; চাপের উন্নতি কত?

১২। বৃত্তের ব্যাস ৩৭ ফুট এবং চাপের জ্যা ২৫ ফুট; চাপের উন্নতি কত?

১৩। চাপের জ্যা ১৩.৪৪ ফুট এবং বৃত্তের ব্যাস ২৫ ফুট; চাপার্দ্ধের জ্যা কত?

১৪। চাপের জ্যা ২৪ ফুট এবং বৃত্তের ব্যাস ৭৪ ফুট; চাপার্দ্ধের জ্যা কত?

১৫। চাপার্দ্ধের জ্যা ১৭ ফুট এবং বৃত্তের ব্যাস ৩৬$\frac{১}{৮}$ ফুট; চাপের জ্যা বাহির কর।

১৬। চাপার্দ্ধের জ্যা ১২ ফুট এবং বৃত্তের ব্যাস ২৫ ফুট; চাপের জ্যা বাহির কর।

১৭। চাপের জ্যা এবং চাপার্দ্ধের জ্যা ক্রমান্বয়ে ৭০ ও ৩৭ ফুট; বৃত্তের ব্যাস কত?

১৮। চাপের জ্যা ৯৬ ফুট এবং চাপার্দ্ধের জ্যা ৬০ ফুট; বৃত্তের ব্যাস বাহির কর।

১৯। ১০ ফুট ব্যাসবিশিষ্ট কোন বৃত্তের মধ্যে দুইটী জ্যা আছে। প্রথমটীর পরিমাণ ৫ ফুট এবং কেন্দ্র হইতে দ্বিতীয়টীর দূরতা ৪ ফুট; ইহাদের মধ্যে কোন্‌টী বৃহত্তর?

২০। চাপের জ্যা ২৪ ফুট এবং চাপের উন্নতি ৪ ফুট; বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ স্থির কর।

২১। বৃত্তের ব্যাস ৫৮ ফুট এবং চাপের জ্যা ৪০ ফুট; এই চাপের দ্বিগুণ চাপের জ্যা নির্ণয় কর।

২২। কোন বৃত্ত ২৪০ ফুট পরিমাণ জ্যা দ্বারা দুই চাপে বিভক্ত হইয়াছে। বৃত্তের ব্যাস ২৮৯ ফুট হইলে লঘুতর চাপের উন্নতি এবং বৃহত্তর চাপের অর্দ্ধেকের জ্যার পরিমাণ কত হইবে?

২৩। কোন বৃত্ত ৮৪০ ফুট পরিমাণ জ্যা দ্বারা দুই চাপে বিভক্ত হইয়াছে। বৃত্তের ব্যাস ১৩৬৯ ফুট হইলে লঘুতর চাপের চতুর্থাংশের জ্যার পরিমাণ কত হইবে?

২৪। বৃত্তের ব্যাস ৫৪০.৮ ফুট, চাপের উন্নতি ২০.৮ ফুট; এই চাপের দ্বিগুণের উন্নতি কত?

২৫। কোন বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের পরিমাণ ১ ইঞ্চ; তন্মধ্যে অঙ্কিত নিয়মিত অষ্টভুজ ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ পাঁচ দশমিক স্থান পর্য্যন্ত স্থির কর। (বৃত্তে অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের কর্ণদ্বয়ের সম্পাত বিন্দুই বৃত্তের কেন্দ্র)।

দ্বাদশ পরিচ্ছেদ।

বৃত্তের পরিধি।

৭০। ৫৫ অণুচ্ছেদে উল্লেখ করা হইয়াছে যে, সকল বৃত্ত-ক্ষেত্রই পরস্পর সদৃশ। এই হেতু সকল বৃত্ত ক্ষেত্রেই পরিধির ও ব্যাসের অনুপাত এক, অর্থাৎ কোন বৃত্তে পরিধি ব্যাসের যত গুণ অন্যান্য বৃত্তেও পরিধি ব্যাসের তত গুণ। পরিধি ব্যাসের যত গুণ তাহা ঠিক নির্ণয় হয় না। মোটামুটি রকমে পরিধিকে ব্যাসের ৩$\frac{১}{৭}$ গুণ ধরা যায় অর্থাৎ ব্যাসকে ১ ধরিলে পরিধিকে ৩$\frac{১}{৭}$ ধরিতে হয়, অথবা ব্যাসকে ৭ ধরিলে পরিধিকে ২২ ধরিতে হয়। ১১৩ : ৩৫৫ এই অনুপাত দ্বারা ব্যাস ও পরিধির সম্বন্ধ পূর্ব্বোক্ত অনুপাত অপেক্ষা অধিকতর সূক্ষ্মরূপে প্রকাশিত হয়, এবং ১ : ৩.১৪১৫৯২৬৫৩৫৮৯৭৯৩... এই অনুপাত দ্বারা সর্ব্বা-পেক্ষা অধিক সূক্ষ্মরূপে ব্যাস ও পরিধির সম্বন্ধ স্থিরীকৃত হয়। এই অনুপাত ছয় শত দশমিক স্থান পর্য্যন্ত স্থির করা হইয়াছে। সাধারণতঃ স্থূল গণনায় পরিধিকে ব্যাসের ৩$\frac{১}{৭}$ গুণ, এবং সূক্ষ্ম গণনায়, ৩.১৪১৬ গুণ ধরা হইয়া থাকে। পরিধি ও ব্যাসের মধ্যে ১ : ৩.১৪১৬ এই অনুপাত ধরিলে ৭৫ মাইলের মধ্যে এক ফুটেরও কম ভুল হয়।

৭১। বৃত্তের ব্যাস জানা আছে পরিধি নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। স্থূল গণনায় $৩\frac{১}{৭}$ দিয়া, এবং সূক্ষ্ম গণনায় ৩·১৪১৬ দিয়া ব্যাসকে গুণ কর, গুণফল পরিধি হইবে।

উদাহরণ :

(১) বৃত্তের ব্যাস ৬৩ ফুট, পরিধি কত ?

স্থূল গণনায়, পরিধি $= ৬৩ \times ৩\frac{১}{৭} = ৬৩ \times \frac{২২}{৭} = ৯ \times ২২ = ১৯৮$ ফুট।

সূক্ষ্ম গণনায়, পরিধি $= ৬৩ \times ৩·১৪১৬ = ১৯৭·৯২০৮$ ফুট।

(২) বৃত্তের ব্যাস ২৩৫·৭৩ ফুট, পরিধি কত ?

স্থূল গণনায়, পরিধি $= ২৩৫·৭৩ \times ৩\frac{১}{৭} = ২৩৫·৭৩ \times \frac{২২}{৭}$

$= \frac{৫১৮৬·০৬}{৭} = ৭৪০·৮৬\cdots$ ফুট।

সূক্ষ্ম গণনায়,

```
      ২৩৫·৭৩
      ৩·১৪১৬
    ---------
      ১৪১৪৩৮
      ২৩৫৭৩
     ৯৪২৯২
    ২৩৫৭৩
   ৭০৭১৯
   ------------
   ৭৪০·৫৬৯৩৬৮
```

∴ পরিধি $= ৭৪০·৫৬৯৩৬৭$ ফুট।

৭২। বৃত্তের পরিধি জানা আছে, ব্যাস নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। স্থূল গণনায় $৩\frac{১}{৭}$ দিয়া এবং সূক্ষ্ম গণনায় ৩·১৪১৬ দিয়া পরিধিকে ভাগ কর, ভাগফল বৃত্তের ব্যাস হইবে।

উদাহরণ :

(১) বৃত্তের পরিধি ৫৬ ফুট, ব্যাস কত ?

$৫৬ \div ৩\frac{১}{৭} = ৫৬ \div \frac{২২}{৭} = ৫৬ \times \frac{৭}{২২} = \frac{১৯৬}{১১} = ১৭\frac{৯}{১১}$ ফুট।

∴ স্থূল গণনায় ব্যাস $= ১৭\frac{৯}{১১}$ ফুট।

পুনশ্চ,

```
৩·১৪১৬ ) ৫৬·০০০ ( ১৭·৮২
         ৩১৪১৬
         ------
         ২৪৫৮৪০
         ২১৯৯১২
         ------
          ২৫৯২৮০
          ২৫১৩২৮
          ------
            ৭৯৫২০
            ৬২৮৩২
            -----
            ১৬৬৮৮
```

∴ সূক্ষ্ম গণনায় ব্যাস = ১৭·৮২ ··· ফুট।

(২) পরিধি ৫০০০০ মাইল, বৃত্তের ব্যাস কত ?

```
৩·১৪১৬ ) ৫০০০০ ( ১৫৯১৫·৪৫
         ৩১৪১৬
         ------
         ১৮৫৮৪০
         ১৫৭০৮০
         ------
         ২৮৭৬০০
         ২৮২৭৪৪
         ------
           ৪৮৫৬০
           ৩১৪১৬
           ------
           ১৭১৪৪০
           ১৫৭০৮০
           ------
            ১৪৩৬০০
            ১২৫৬৬৪
            ------
             ১৭৯৩৬০
             ১৫৭০৮০
             ------
              ২২২৮০
```

∴ ব্যাস = ১৫৯১৫·৪৫ ··· মাইল।

৭৩। কোন বৃত্তের ব্যাস ও পরিধির সমষ্টি জানা আছে ব্যাস ও পরিধির পরিমাণ পৃথক পৃথক নির্ণয় করিতে হইবে।

উদাহরণ :

(১) কোন বৃত্তের ব্যাস ও পরিধির সমষ্টি ২৬ ফুট ; ব্যাস ও পরিধির পরিমাণ কত ?

আমাদের জানা আছে যে ব্যাস ১ হইলে পরিধি ৩·১৪১৬ হয়। অতএব ব্যাস ও পরিধির সমষ্টি ১+৩·১৪১৬ অর্থাৎ ৪·১৪১৬ হইলে ব্যাস ১ ও পরিধি ৩·১৪১৬ হয়। কাজেই নিম্নলিখিত সমানুপাত ধরিয়া আমরা প্রথমতঃ ব্যাস স্থির করিতে পারি :

৪·১৪১৬ : ১ : : ২৬ : নির্ণেয় ব্যাস।

∴ নির্ণেয় ব্যাস $=\frac{২৬}{৪·১৪১৬}=$ ৬·২৭৭৭৬··· ফুট। এখন সমষ্টি হইতে ব্যাস বাদ দিলেই পরিধি পাওয়া যায়।

∴ পরিধি = ২৬ − ৬·২৭৭৭৬ = ১৯·৭২২২৪ ফুট।

৭৪। বৃত্তের ব্যাস ও পরিধির অন্তর জানা আছে, ব্যাস ও পরিধি নির্ণয় করিতে হইবে।

উদাহরণ :

(১) কোন বৃত্তের ব্যাস ও পরিধির অন্তর ২৮ ফুট; ব্যাস ও পরিধি নির্ণয় কর্।

ব্যাস ১ হইলে পরিধি ৩·১৪১৬ হয়, ∴ পরিধি ও ব্যাসের অন্তর ৩·১৪১৬—১ অর্থাৎ ২·১৪১৬ হইলে ব্যাস ১ হয়; সুতরাং

২·১৪১৬ : ১ :: ২৮ : নির্ণেয় ব্যাস।

∴ নির্ণেয় ব্যাস $=\frac{২৮}{২·১৪১৬}=$ ১৩·০৭৪৩ ··ফুট। এখন এই ব্যাসকে অন্তরের সহিত যোগ করিলেই পরিধি পাওয়া যায় :

∴ পরিধি = ২৮ + ১৩·০৭৪৩ = ৪১·০৭৪৩ ফুট।

৭৫। নিম্নে ব্যাস-পরিধি-বিষয়ক কয়েকটী বিবিধ উদাহরণের সমাবেশ করা গেল।

(১) কোন গাড়ির চাকার ব্যাস ৩ ফুট; ৫ মাইল পথ যাইতে চাকাটী কত বার ঘুরিবে?

চাকার ব্যাস = ৩ ফুট, ∴ চাকার পরিধি = ৩ × ৩·১৪১৬ = ৯·৪২৪৮ ফুট।

এখন দেখ, ৯·৪২৪৮ ফুট পথ যাইতে চাকা একবার ঘোরে, অতএব ৫ মাইল পথ যাইতে চাকা কত বার ঘোরে তাহা, ৫ মাইলকে ৯·৪২৪৮ ফুট দিয়া ভাগ করিলেই পাওয়া যাইতে পারে :

৫ মাইল = ৫ × ১৭৬০ × ৩ ফুট = ২৬৪০০ ফুট।

```
৯·৪২৪৮ ) ২৬৪০০·০০০০ ( ২৮০১·১২
          ১৮৮৪৯৬
          -------
           ৭৫৫০৪০
           ৭৫৩৯৮৪
           -------
             ১০৫৬০০
              ৯৪২৪৮
              ------
             ১১৩৫২০
              ৯৪২৪৮
             -------
              ১৯২৭২০
              ১৮৮৪৯৬
              ------
                ৪২২৪
```

∴ চাকাটী প্রায় ২৮০১·১২ বার ঘুরিবে।

(২) সূর্য্য হইতে পৃথিবীর দূরতা ৯৫০০০০০০ মাইল। ৩৬৫ দিন ৬ ঘণ্টায় পৃথিবী সূর্য্যের চতুর্দ্দিক্ প্রদক্ষিণ করে। এক সেকেণ্ডে পৃথিবী কত মাইল যায় ?

সূর্য্যকে কেন্দ্র করিয়া, সূর্য্য হইতে পৃথিবীর দূরতা ব্যাসার্দ্ধ লইয়া বৃত্ত অঙ্কিত করিলে, তাহার পরিধি পৃথিবীর পথ হইবে। এখন, এই বৃত্তের ব্যাস = ২ × ৯৫০০০০০০ = ১৯০০০০০০০ মাইল; অতএব পরিধি ১৯০০০০০০০ × ৩·১৪১৬ = ৫৯৬৯০৪০০০ মাইল।

৩৬৫ দিন ৬ ঘণ্টা = ৩১৫৫৭৬০০ সেকেণ্ড। পৃথিবী ৩১৫৫৭৬০০ সেকেণ্ডে ৫৯৬৯০৪০০০ মাইল যায়, অতএব এক সেকেণ্ডে,

$\frac{৫৯৬৯০৪০০০}{৩১৪১৬০০০}$ = ১৮·৯... মাইল, অথবা মোটামুটি রকমে, ১৯ মাইল যায়।

(৩) কোন বৃত্তাকার বাগানের চতুর্দ্দিকে একটী পথ আছে, পথের বহির্বৃত্ত ও অন্তর্বৃত্তের পরিধি যথাক্রমে ৬৬৬·০১৯২ ও ৬৩৪·৬০৩২ ফুট; পথের বিস্তার কত?

প্রতিকৃতি অঙ্কিত কর। বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ হইতে অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ বাদ দিলেই রাস্তার পরিসর পাওয়া যাইবে।

এখন, বহির্বৃত্তের ব্যাস = $\frac{৬৬৬·০১৯২}{৩·১৪১৬}$ = ২১২; ∴ বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ = ১০৬। অন্তর্বৃত্তের ব্যাস = $\frac{৬৩৪·৬০৩২}{৩·১৪১৬}$ = ২০২; ∴ অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ = ১০১। ∴ রাস্তার পরিসর = ১০৬ − ১০১ = ৫ফুট।

দ্বাদশ উদাহরণ-মালা।

পরিধিকে ব্যাসের ৩$\frac{১}{৭}$ গুণ ধরিয়া নিম্ন লিখিত ব্যাস বিশিষ্ট বৃত্তগুলির পরিধি নির্ণয় কর।

১। ২১ ফুট।
২। ২৯ ফুট ২ ইঞ্চ।
৩। ৪০ গজ ১ ফুট ১১ ইঞ্চ।
৪। ১ মাইল ৬০ গজ।
৫। ৭ মাইল ৭৪ গজ ২ ফুট।

পরিধিকে ব্যাসের ৩·১৪১৬ গুণ ধরিয়া নিম্নলিখিত ব্যাসবিশিষ্ট বৃত্তগুলির পরিধি নির্ণয় কর।

৬। ৩২ ফুট।
৭। ৮৫ গজ ১ ফুট।
৮। ৪৫৬ গজ ২ ফুট ৬ ইঞ্চ।
৯। ২ ফার্লং ৫ গজ।
১০। ১ মাইল ২৪০ গজ।

পরিধিকে ব্যাসের ৩$\frac{১}{৭}$ গুণ ধরিয়া নিম্ন লিখিত পরিধি বিশিষ্ট বৃত্তগুলির ব্যাস নির্ণয় কর।

১১। ৮৮ ফুট। ১২। ২৫ চেইন।

১৩। ৩ ফার্লং ৯ চেইন। ১৪। ১০ মাইল।

১৫। ১ মাইল ১ ফার্লং ১ চেইন।

পরিধিকে ব্যাসের ৩·১৪১৬ গুণ ধরিয়া নিম্ন লিখিত পরিধি বিশিষ্ট বৃত্তগুলির ব্যাস নির্ণয় কর।

১৬। ১ ফুট। ১৭। ৩০ ফুট ১ ইঞ্চ। ১৮। ৭৮৫৪ মাইল।

১৯। পৃথিবীর পরিধি ২৫০০০ মাইল, স্থূল গণনায় ব্যাস নির্ণয় কর।

২০। সূর্য্যের ব্যাস ৮৮৩২২০ মাইল, স্থূল গণনায় তাহার পরিধি কত ?

২১। চন্দ্রের পরিধি ৬৮৫০ মাইল, স্থূল গণনায় তাহার ব্যাসার্দ্ধ কত ?

২২। সূর্য্য হইতে বুধ গ্রহের দূরতা ৩৫০০০০০০ মাইল এবং ৮৪ দিনে বুধ গ্রহ সূর্য্যমণ্ডল প্রদক্ষিণ করে; সূক্ষ্ম গণনায় এক মিনিটে বুধগ্রহ কত মাইল পথ অতিক্রম করে ?

২৩। কোন বৃত্তাকার বাগানের ব্যাসার্দ্ধ ৫০০০ হাত; ১ গজ বেড়ায় এক আনা করিয়া ব্যয় হইলে, স্থূল গণনায় বাগানটীর চতুর্দ্দিকে বেড়া দিতে কত ব্যয় পড়িবে ?

২৪। কোন গাড়ির চাকার ব্যাস ৫ ফুট; ১০ মাইল পথ অতিক্রম করিতে সূক্ষ্ম গণনায় চাকাটা কত বার ঘুরিবে ?

২৫। যে রাস্তা অতিক্রম করিতে ১$\frac{১}{২}$ ফুট ব্যাস বিশিষ্ট চাকার ১৫০ বার ঘুরিতে হয় সূক্ষ্ম গণনায় সে রাস্তার দৈর্ঘ্য কত ?

২৬। যে চাকা ১ মাইল পথ যাইতে ১২৬০ বার ঘোরে, স্থূল গণনায়, সে চাকার ব্যাস কত ?

২৭। কোন বৃত্তাকার বাগানের চতুর্দ্দিকে একটী রাস্তা আছে। রাস্তার বহির্বৃত্ত ও অন্তর্বৃত্তের পরিধি যথাক্রমে ৬২৮৩·২ ফুট ও ৬২০৭·৮০১৬ ফুট; সূক্ষ্ম গণনায় রাস্তার পরিসর স্থির কর।

২৮। যে বৃত্তের ব্যাস ও পরিধির যোগফল ১০০ ফুট সূক্ষ্ম গণনায় তাহার পরিধির পরিমাণ কত ?

২৯। যে বৃত্তের পরিধি ও ব্যাসের অন্তর ৫০ ফুট সূক্ষ্ম গণনায় তাহার ব্যাস কত ?

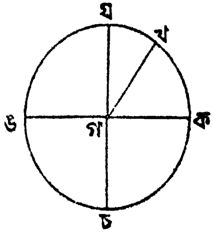
৩০। অর্দ্ধ ক্রাউন মুদ্রার ব্যাস, শিলিং মুদ্রার ব্যাস অপেক্ষা ·৩২ ইঞ্চ অধিক লম্বা। আর, ৭ ইঞ্চ পরিধি বিশিষ্ট কোন মুদ্রার ব্যাস অর্দ্ধ ক্রাউন মুদ্রা ও শিলিং মুদ্রার ব্যাসদ্বয়ের সমষ্টির সমান; স্থূল গণনায়, অর্দ্ধ ক্রাউন মুদ্রার পরিধি কত?

৩১। লম্বভাবে দণ্ডায়মান ২৪ হাত উচ্চ এক খণ্ড বাঁশের অগ্রভাগে ২৫ হাত দীর্ঘ রজ্জু বন্ধন করিয়া ভূপৃষ্ঠে চতুর্দ্দিকে ঘুরাইলে যত বড় বৃত্ত অঙ্কিত হইতে পারে, স্থূল গণনায়, তাহার পরিধি কত?

ত্রয়োদশ পরিচ্ছেদ।

বৃত্তের চাপ।

৭৬। সমকোণকে ৯০ সমান অংশে বিভক্ত করিয়া তাহার এক এক ভাগকে এক এক ডিগ্রী বা অংশ বলা হয়। প্রত্যেক ডিগ্রী বা অংশ ৬০ কলায় বিভক্ত এবং প্রত্যেক কলা ৬০ বিকলায় বিভক্ত। অতএব ৬০ বিকলায় এক কলা, ৬০ কলায় এক ডিগ্রী বা অংশ এবং ৯০ ডিগ্রীতে এক সমকোণ হয়। ডিগ্রী, কলা, এবং বিকলা ক্রমান্বয়ে $^\circ$, $'$, $''$, এইরূপ চিহ্নে ব্যক্ত হয়। যথা—$২৪^\circ ২' ৩৭''$ এর দ্বারা ২৪ ডিগ্রী ২ কলা এবং ৩৭ বিকলা বুঝা যায়।



ক খ ঘ ঙ চ একটী বৃত্ত; গ তাহার কেন্দ্র। ঘগচ এবং কগঙ দুইটী ব্যাস পরস্পর লম্বভাবে আছে। অতএব কগঘ, ঘগঙ, ঙগচ, চগক এই চারিটী কোণ সমকোণ। এবং ইহাদের সমষ্টির পরিমাণ ৪ × ৯০ অর্থাৎ ৩৬০ ডিগ্রী। জ্যামিতি ৬ষ্ঠ অঃ ৩৩শ প্রতিজ্ঞায় প্রমাণ করা হইয়াছে যে কগঘ কোণের সহিত কগখ কোণের যে সম্বন্ধ, কঘ চাপের

দৈর্ঘ্যের সহিত কখ চাপের দৈর্ঘ্যেরও সেই সম্বন্ধ। অতএব এক সমকোণের সহিত কগখ কোণের যে সম্বন্ধ সমস্ত পরিধির চতুর্থাংশের সহিত কখ চাপেরও সেই সম্বন্ধ। সুতরাং চারি সমকোণের সহিত অর্থাৎ ৩৬০ ডিগ্রীর সহিত কগখ কোণের যে সম্বন্ধ সমগ্র পরিধির সহিত কখ চাপের দৈর্ঘ্যেরও সেই সম্বন্ধ।

৭৭। কোন চাপের সম্মুখবর্ত্তী কেন্দ্রস্থিত কোণের পরিমাণ ও বৃত্তের পরিধি জানা আছে, চাপের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। ৩৬০এর সহিত চাপসম্মুখীন কোণের ডিগ্রীসংখ্যার যে অনুপাত, বৃত্তের পরিধির সহিত নির্ণেয় চাপের দৈর্ঘ্যেরও সেই অনুপাত।

উদাহরণ :

(১) কোন বৃত্তের পরিধি ১২৫ ফুট এবং তাহার কোন চাপের সম্মুখবর্ত্তী কেন্দ্রস্থিত কোণের পরিমাণ ৭২°; এই চাপের দৈর্ঘ্য কত ?

৩৬০ : ৭২ :: ১২৫ : নির্ণেয় চাপের দৈর্ঘ্য।

∴ নির্ণেয় চাপের দৈর্ঘ্য $=\frac{৭২ \times ১২৫}{৩৬০}=\frac{১২৫}{৫}=$ ২৫ ফুট।

(২) কোন বৃত্তের পরিধি ১০০০ ফুট, কেন্দ্রস্থ এক ডিগ্রী পরিমাণ কোণের সম্মুখস্থ চাপের দৈর্ঘ্য কত ?

৩৬০ : ১ :: ১০০০ : নির্ণেয় চাপের দৈর্ঘ্য।

∴ নির্ণেয় চাপের দৈর্ঘ্য $=\frac{১০০০}{৩৬০}=\frac{২৫}{৯}=২\frac{৭}{৯}$ ফুট।

৭৮। বৃত্তের পরিধি ও তাহার কোন চাপের দৈর্ঘ্য জানা আছে, এই চাপের সম্মুখবর্ত্তী কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। পরিধির সহিত চাপের দৈর্ঘ্যের যে অনুপাত ৩৬০ এর সহিত উক্ত চাপের সম্মুখবর্ত্তী কেন্দ্রস্থ কোণের ডিগ্রী-সংখ্যারও সেই অনুপাত।

উদাহরণ :

(১) কোন বৃত্তের পরিধির পরিমাণ ৭৮০ ফুট এবং তাহার কোন চাপের দৈর্ঘ্য ৫২ ফুট; এই চাপের সম্মুখবর্ত্তী কেন্দ্রস্থ কোণের পমিাণ কত?

৭৮০ : ৫২ : : ৩৬০ : নির্ণেয় ডিগ্রী সংখ্যা।

$$\frac{৫২ \times ৩৬০}{৭৮০} = \frac{৫২ \times ৩৬}{৭৮} = \frac{২ \times ৩৬}{৩} = ৪ \times ৬ = ২৪।$$

∴ নির্ণেয় কোণ = ২৪°।

(২) কোন বৃত্তের পরিধির পরিমাণ ৫৬৭ ফুট এবং তাহার কোন চাপের পরিমাণ ১২৩ ফুট; এই চাপের সম্মুখবর্ত্তী কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ নির্ণয় কর।

৫৬৭ : ১২৩ : : ৩৬০ : নির্ণেয় ডিগ্রীসংখ্যা।

$$\frac{১২৩ \times ৩৬০}{৫৬৭} = \frac{৪১ \times ১২০}{৬৩} = \frac{৪১ \times ৪০}{২১} = \frac{১৬৪০}{২১} = ৭৮\cdot০৯৫\cdots।$$

∴ নির্ণেয় কোণ প্রায় ৭৮·০৯৫ ডিগ্রী।

৭৯। বৃত্তার্দ্ধ হইতে ক্ষুদ্রতর কোন চাপের জ্যা এবং চাপার্দ্ধের জ্যা জানা আছে, চাপের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। চাপার্দ্ধের জ্যার অষ্টগুণ হইতে চাপের জ্যা বাদ দিয়া অবশিষ্টকে তিন দিয়া ভাগ করিলেই চাপের দৈর্ঘ্য স্থূলরূপে পাওয়া যাইবে।

উদাহরণ :

(১) চাপের জ্যা ১১৯ ইঞ্চ এবং চাপার্দ্ধের জ্যা ৬১ ইঞ্চ; চাপের দৈর্ঘ্য স্থির কর।

$৬১ \times ৮ = ৪৮৮$; $৪৮৮ - ১১৯ = ৩৬৯$; $৩৬৯ \div ৩ = ১২৩$।

$\therefore$ চাপের দৈর্ঘ্য $= ১২৩$ ইঞ্চ।

(২) চাপের জ্যা ৪৮ ফুট এবং বৃত্তের ব্যাস $৮৯\frac{২}{৭}$ ফুট; চাপের দৈর্ঘ্য কত?

চাপের জ্যা এবং বৃত্তের ব্যাস জানা আছে সুতরাং ৬৬ অণুচ্ছেদের নিয়ম দ্বারা চাপার্দ্ধের জ্যা ২৫ ফুট।

এখন, $২৫ \times ৮ = ২০০$; $২০০ - ৪৮ = ১৫২$; $১৫২ \div ৩ = ৫০\frac{২}{৩}$।

$\therefore$ চাপের দৈর্ঘ্য $= ৫০\frac{২}{৩}$ ফুট।

মন্তব্য। উপরে যে নিয়মটী দেওয়া গেল তদ্দ্বারা চাপের দৈর্ঘ্য ঠিক বাহির হয় না। যে ফল পাওয়া যায় তাহা প্রকৃত ফল অপেক্ষা কিঞ্চিৎ ন্যূন হয়। ক্ষুদ্র চাপের পক্ষে এই নিয়ম দ্বারা প্রকৃত ফলের প্রায় তুল্য ফল পাওয়া যায়, কিন্তু চাপ যতই বড় হয় ততই প্রকৃত ফলের সহিত এই নিয়মলব্ধ ফলের বৈষম্য অধিক হয়। এই জন্য অনেক স্থলে এই নিয়ম দ্বারা অর্দ্ধ চাপের দৈর্ঘ্য বাহির করিয়া তাহার দ্বিগুণ লইয়া চাপের দৈর্ঘ্য বাহির করাই সুবিধাজনক।

যদি বৃত্তার্দ্ধ অপেক্ষা বৃহত্তর চাপের দৈর্ঘ্য বাহির করিতে হয় তবে পূর্ব্বোক্ত নিয়মে প্রথমতঃ লঘুতর চাপের দৈর্ঘ্য বাহির করিয়া সমগ্র পরিধি হইতে তাহা বিয়োগ করিলেই বৃহত্তর চাপের দৈর্ঘ্য পাওয়া যাইবে।

৮০। নিম্নে কয়েকটী বিবিধ উদাহরণের সমাবেশ করা যাইতেছে।

(১) কোন বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১ ফুট; ৬০ ডিগ্রীর বৃত্তচ্ছেদকের পরিবেষ্টন অর্থাৎ ইহা যে কয়েকটী রেখায় বেষ্টিত সেই কয়েকটী রেখার সমষ্টির পরিমাণ নির্ণয় কর।

ব্যাসার্দ্ধ ১ ফুট, সুতরাং পরিধি ২×৩.১৪১৬ অর্থাৎ ৬.২৮৩২ ফুট। প্রথমতঃ চাপের দৈর্ঘ্য বাহির কর।

৩৬০ : ৬০ :: ৬·২৮৩২ : চাপের দৈর্ঘ্য।

$$\therefore \text{ চাপের দৈর্ঘ্য} = \frac{৬০ \times ৬·২৮৩২}{৩৬০} = ১·০৪৭২ \text{ ফুট।}$$

এখন চাপের দৈর্ঘ্যে ব্যাসার্দ্ধ দুইটীর পরিমাণ অর্থাৎ ২ ফুট যোগ কর তাহা হইলেই বৃত্তচ্ছেদকের পরিবেষ্টন পাওয়া গেল। অতএব বৃত্তচ্ছেদকের পরিবেষ্টন = ২ + ১·০৪৭২ = ৩·০৪৭২ ফুট।

(২) ৬০ ডিগ্রীর কোন বৃত্তচ্ছেদকের পরিবেষ্টন ৫০ ফুট, বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ স্থির।

এখানে পূর্ব্ব উদাহরণের ফল ব্যবহার কর তাহা হইলেই নিম্নলিখিত সমানুপাত পাইবে :

৩·০৪৭২ : ১ :: ৫০ : নির্ণেয় ব্যাসার্দ্ধ।

$$\therefore \text{ নির্ণেয় ব্যাসার্দ্ধ} = \frac{৫০}{৩·০৪৭২} = \text{প্রায় } ১৬·৪০৮৫ \text{ ফুট।}$$

ত্রয়োদশ উদাহরণ-মালা।

(অন্যরূপ উল্লেখ না থাকিলে পরিধিকে ব্যাসের ৩·১৪১৬ গুণ ধরিতে হইবে)।

১। কোন বৃত্তের বাসার্দ্ধ ৬ ইঞ্চ এবং ইহার কোন চাপের সম্মুখবর্ত্তী কেন্দ্রস্থ কোণ ১২ ডিগ্রী; চাপের দৈর্ঘ্য কত?

২। বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ২·৮ ফুট এবং ইহার কোন চাপের সম্মুখবর্ত্তী কেন্দ্রস্থ কোণ ৫°৩৭′৩০″; চাপের দৈর্ঘ্য কত?

৩। বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১৫ ইঞ্চ। ইহার কোন চাপের সম্মুখীন কেন্দ্রস্থ কোণ ১৭°১৫′; চাপের দৈর্ঘ্য বাহির কর।

৪। বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১০ ফুট হইলে তাহার ৫·২৩৬ ইঞ্চ দীর্ঘ চাপের সম্মুখবর্ত্তী কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ কত?

৫। বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১ ফুট; ১ ফুট দীর্ঘ চাপের সম্মুখবর্ত্তী কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ কত?

৬। বৃত্তের ব্যাস ৫ ফুট; ৫$\frac{1}{2}$ ফুট দীর্ঘ চাপের সম্মুখবর্ত্তী কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ স্থূল গণনায় বাহির কর।

৭। চাপের জ্যার পরিমাণ ১৬ ফুট এবং বৃত্তের ব্যাস ৩৪ ফুট, চাপের দৈর্ঘ্য কত?

৮। চাপের জ্যা ৩৬ ফুট এবং চাপের উন্নতি ৪ ফুট; চাপের দৈর্ঘ্য কত?

৯। ১০ ইঞ্চ জ্যা দ্বারা কোন বৃত্ত দুই চাপে বিভক্ত হইয়াছে; বৃত্তের ব্যাস ২৬ ইঞ্চ হইলে বৃহত্তর চাপের দৈর্ঘ্য কত?

১০। কোন বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৫ ইঞ্চ; যে বৃত্তচ্ছেদকের কোণ ৯০° তাহার পরিবেষ্টন কত?

১১। কোন বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১ ফুট; তাহার বৃত্তার্দ্ধের পরিবেষ্টন কত?

১২। কোন বৃত্তার্দ্ধের পরিবেষ্টন ২৫·৭০৮ ফুট; বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ কত?

১৩। কোন বৃত্তের কেন্দ্রস্থ ৫৭°২২′৩০″ পরিমাণ কোণের সম্মুখবর্ত্তী চাপ অপর কোন বৃত্তের কেন্দ্রস্থ ১৬৮°৪৫′ পরিমাণ কোণের সম্মুখবর্ত্তী চাপের সমান; পূর্ব্বোক্ত বৃত্তের পরিধি ২৩১ ফুট হইলে শেষোক্ত বৃত্তের ব্যাস কত হইবে?

১৪। কোন চাপ ও পরিধির অনুপাত ১৩ : ২৭; এই চাপের সম্মুখবর্ত্তী কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ কত?

১৫। ৭ ইঞ্চ ব্যাসার্দ্ধবিশিষ্ট বৃত্তের কোন চাপের সম্মুখবর্ত্তী কেন্দ্রস্থ কোণ ১৫°৩৯′১২″; এই চাপের সমান দীর্ঘ, ২ ফুট ব্যাস বিশিষ্ট বৃত্তের যে চাপ, তাহার সম্মুখবর্ত্তী কেন্দ্রস্থ কোণ স্থূল গণনায় কত হইবে?

১৬। দুইটী বৃত্তের মধ্যে একটীর কেন্দ্রস্থ এক ডিগ্রীর সম্মুখবর্ত্তী চাপ অপরটীর পরিধির সমান। প্রথমটীর পরিধির কত অংশ দ্বিতীয়টীর কেন্দ্রস্থ এক ডিগ্রীর সম্মুখবর্ত্তী চাপের সমান হইবে?

১৭। কোন বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১৮ ফুট; কেন্দ্রস্থ ১০° পরিমাণ কোণের সম্মুখস্থ চাপের দৈর্ঘ্য কত?

তৃতীয় অধ্যায়।

বর্গ-পরিমাণ।

চতুর্দ্দশ পরিচ্ছেদ।

ভূমি-পরিমাণ-প্রণালী।

৮১। বর্ত্তমান সময়ে আমাদের দেশে ভূমি পরিমাণ করিতেও দেশীয় এবং ইংলণ্ডীয় উভয় ভূমি-পরিমাণ-প্রণালীই ব্যবহৃত হয়। এই উভয় প্রণালীই নিম্নে লিখিত হইল।

সংজ্ঞা। যে বর্গক্ষেত্রের বাহু এক হস্ত তাহাকে এক বর্গহস্ত কহে; যে বর্গক্ষেত্রের বাহু এক ইঞ্চ তাহাকে এক বর্গইঞ্চ কহে; যে বর্গক্ষেত্রের বাহু এক গজ তাহাকে এক বর্গগজ কহে। বর্গ ফুট, বর্গ মাইল, বর্গ বিঘা প্রভৃতির অর্থও এইরূপ।

রৈখিক পরিমাণে যেমন কোন রেখার দৈর্ঘ্যকে একক স্বরূপ ধরিয়া তাহার সহিত তুলনা করিয়া অন্যান্য রেখার দৈর্ঘ্যের পরিমাণ করা হয় সেইরূপ বর্গ পরিমাণেও কোন একটী ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলকে এককস্বরূপ ধরিয়া তাহার সহিত তুলনা করিয়া অন্যান্য ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের পরিমাণ করা যায়। ভূমি-পরিমাণে, কোন বর্গক্ষেত্রের পরিমাণকেই একক ধরা সর্ব্বাপেক্ষা সুবিধা-

জনক ; এইজন্য বর্গ ইঞ্চ, বর্গ ফুট, বর্গ হাত, বর্গ গজ প্রভৃতিকে একক ধরা হইয়া থাকে।

৮২। ইংলণ্ডীয় ভূমি-পরিমাণ-প্রণালী।

১৪৪ বর্গ ইঞ্চে	...	১ বর্গ ফুট।
৯ বর্গ ফুটে	...	১ বর্গ গজ।
৩৬ বর্গ ফুটে	...	১ বর্গ ফ্যাদম্।
৩০$\frac{1}{4}$ বর্গ গজে	...	১ বর্গ পোল।
১৬০০ বর্গ পোলে	...	১ বর্গ ফার্লং।
৬৪ বর্গ ফার্লংএ	...	১ বর্গ মাইল।

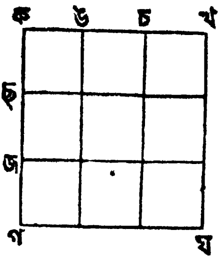
৮৩। ইংলণ্ডীয় ভূমি-পরিমাণে নিম্নলিখিত পরিমাণ গুলিও ব্যবহৃত হয় :—যথা, 'বর্গলিঙ্ক,' 'বর্গচেইন' (অর্থাৎ 'বর্গশিকল),' 'রুড' এবং 'একার'।

২২ × ২২, অর্থাৎ, ৪৮৪ বর্গ গজে	...	১ বর্গ চেইন।
৪০ বর্গপোলে বা ১২১০ বর্গ গজে	...	১ রুড।
৪ রুডে, অর্থাৎ, ৪৮৪০ বর্গ গজে	...	১ একার।

ইহা হইতে দেখা যায় যে ১০ বর্গ চেইনে এক একার হয়। আরও, ১০০ রৈখিক লিঙ্কে ১ রৈখিক চেইন ; কাজেই ১০০ × ১০০ অর্থাৎ ১০০০০ বর্গলিঙ্কে এক বর্গচেইন ; অতএবই ১০০০০০ বর্গলিঙ্কে এক একার।

মন্তব্য। রৈখিক পরিমাণগুলির বর্গ লইলেই ভূমি পরিমাণগুলি পাওয়া যায়।

নিম্নলিখিতরূপে বিবেচনা করিয়া দেখিলেই ইহার সত্যতা অনুভব করা যাইতে পারে।



মনেকর, কখঘগ এক বর্গগজ অর্থাৎ কখঘগ একটী বর্গক্ষেত্র যাহার প্রত্যেক বাহু এক গজ। সুতরাং কখকে ঙ ও চ বিন্দুতে তিন সমান ভাগে বিভক্ত করিলে, কঙ, ঙচ, চখ প্রত্যেকে এক ফুট।

এইরূপ কগকে ছ ও জ বিন্দু দ্বারা তিন সমান ভাগে বিভক্ত করিলে কছ, ছজ, জগও প্রত্যেকে এক ফুট। এখন ঙ ও চ বিন্দু দিয়া কগ এর সমান্তরাল এবং ছ ও জ বিন্দু দিয়া কখএর সমান্তরাল টানিলে কখঘগ বর্গক্ষেত্রটী এমন নয়টী সমান বর্গক্ষেত্রে বিভক্ত হইবে যাহাদের প্রত্যেকের বাহু এক ফুট, অর্থাৎ এক বর্গগজ নয় বর্গ ফুটে বিভক্ত হইবে। সুতরাং নয় বর্গফুটে এক বর্গগজ।

অন্যান্য পরিমাণের সত্যতাও এইরূপে বিবেচনা করিয়া দেখা যাইতে পারে।

৮৪। দেশীয় ভূমি-পরিমাণ-প্রণালী।

৫৭৬ বর্গ অঙ্গুলিতে	...	...	১ বর্গ হস্ত।	
৫ বর্গ হস্তে	...	...	১ কাঁচ্চা।	
৪ কাঁচ্চায় বা ২০ বর্গ হস্তে		...	১ ছটাক	/০
৪ ছটাকে বা ৮০ বর্গ হস্তে		...	১ পোয়া	/।
৪ পোয়া বা ৩২০ বর্গ হস্তে		...	১ কাঠা	/১
২০ কাঠায় বা ৬৪০০ বর্গ হস্তে		...	১ বর্গ বিঘা	১/

রৈখিক পরিমাণে দেখা গিয়াছে যে ৪ হাতে ১ কাঠা সুতরাং সে হিসাবে এখানে ১৬ বর্গ হাতে ১ কাঠা হওয়া উচিত, কিন্তু এস্থলে দেখা যায় যে ৩২০ বর্গ-হস্তে এক কাঠা হয়। আরও, রৈখিক ২০ কাঠায় এক বিঘা হয় সুতরাং সে হিসাবে ৪০০ বর্গ কাঠায় এক বর্গবিঘা হওয়া উচিত, কিন্তু এস্থলে দেখা যাইতেছে যে ২০ কাঠায় এক বর্গ বিঘা হয়। সুতরাং স্পষ্টই দেখা যাইতেছে যে রৈখিক কাঠা ও বর্গ পরিমাণের কাঠা সম্পূর্ণরূপে বিভিন্ন, ইহাদের মধ্যে কোনও সংস্রব নাই।

বাস্তবিক এই মাপ-প্রণালীতে রৈখিক কাঠার বর্গ লইয়া বর্গ কাঠা ধরা হয় নাই ; এই মাপ-প্রণালীটী নিম্নলিখিত প্রকারে গঠিত হইয়াছে ঃ—

রৈখিক ৮০ হস্তে এক রৈখিক বিঘা। সুতরাং ৮০×৮০, অর্থাৎ ৬৪০০ বর্গ হস্তে এক বর্গ বিঘা। এখন এই বর্গ বিঘার ২০ ভাগের ভাগ লইয়া এক কাঠা ধরা হইয়াছে। কাঠার চারি ভাগের ভাগ লইয়া এক পোয়া, পোয়ার চারি ভাগের ভাগ লইয়া এক ছটাক, এবং ছটাকের চারি ভাগের ভাগ লইয়া এক কাঁচ্চা ধরা হইয়াছে। সুতরাং এক কাঁচ্চায় ৫ বর্গ হস্ত।

আরও, ১৬ বর্গ হস্তে এক গণ্ডা ধরার রীতি আছে সুতরাং ২০ গণ্ডায় এক কাঠা হয়। গণ্ডাকে ধুনও বলে। বর্গ বিঘা ও বর্গপরিমাণের কাঠাকে সচরাচর বিঘা কাঠাই বলা হইয়া থাকে।

পঞ্চদশ পরিচ্ছেদ।

আয়তক্ষেত্র।

৮৫। কোন আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে।

মনে কর যেন একটী আয়ত ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৫ হাত ও বিস্তার ৩ হাত। দৈর্ঘ্যকে সমান ৫ ভাগে বিভক্ত করিয়া বিভাজক বিন্দুগুলি দিয়া বিস্তারের সমান্তরাল এবং বিস্তারকে সমান তিন ভাগে বিভক্ত করিয়া বিভাজক বিন্দুগুলি দিয়া দৈর্ঘ্যের সমান্তরাল টান। এখন দেখা যাইবে যে বিস্তারের সমান্তরাল রেখাগুলি দ্বারা আয়ত ক্ষেত্রটী ৫টী সমান আয়ত ক্ষেত্রে বিভক্ত হইয়াছে ; এবং দৈর্ঘ্যের সমান্তরাল রেখাগুলি দ্বারা এই পাঁচটী আয়তের প্রত্যেকটী পুনঃ এক হস্ত বাহুবিশিষ্ট তিনটী করিয়া বর্গক্ষেত্রে বিভক্ত হইয়াছে। সুতরাং আয়ত ক্ষেত্রটীতে মোট ৩×৫ টী অর্থাৎ ১৫ টী এক-হস্ত-বাহু-বিশিষ্ট

বর্গ ক্ষেত্র বা বর্গ হস্ত আছে। অতএব ইহার ক্ষেত্রফল ১৫ বর্গ হস্ত। যদি কোন আয়ত ৮ ফুট দীর্ঘ ও ৪ ফুট প্রস্থ হয় তবে এইরূপে দেখান যাইতে পারে যে তাহার ক্ষেত্রফল ৮ × ৪ অর্থাৎ ৩২ বর্গ ফুট। এইরূপ কোন আয়ত ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৬ গজ ও বিস্তার ৫ গজ হইলে তাহার ক্ষেত্রফল ৬ × ৫ অর্থাৎ ৩০ বর্গ গজ।

নিয়ম। দৈর্ঘ্যকে বিস্তার দিয়া গুণ করিলেই আয়ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়।

কখনও কখনও আয়ত ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও বিস্তারের পরিবর্ত্তে ভূমি ও উন্নতি শব্দদ্বয় ব্যবহৃত হয়।

এই নিয়মটী প্রয়োগ করিবার পূর্ব্বে দৈর্ঘ্য ও বিস্তারের পরিমাণকে এক জাতীয় রাশিতে পরিবর্ত্তিত করিতে হইবে। যে জাতীয় রাশিতে দৈর্ঘ্য ও বিস্তার পরিবর্ত্তিত হইবে সেই জাতীয় রাশির বর্গ পরিমাণে ক্ষেত্র ফলও পাওয়া যাইবে অর্থাৎ হাতে পরিবর্ত্তিত হইলে ক্ষেত্র ফল বর্গ হাতে পাওয়া যাইবে, ইঞ্চে পরিবর্ত্তিত হইলে ক্ষেত্র ফল বর্গ ইঞ্চে পাওয়া যাইবে ইত্যাদি।

উদাহরণ :

(১) কোন আয়ত ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১৫ গজ এবং বিস্তার ৩ গজ ১ হাত, ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল কত ?

১৫ গজ = ৩০ হাত ; ৩ গজ ১ হাত = ৭ হাত।

অতএব ক্ষেত্র ফল = ৩০ × ৭ = ২১০ বর্গ হাত।

(২) কোন আয়ত ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য $\frac{৪}{৯}$ হাত এবং বিস্তার $\frac{২}{৫}$ হাত ; ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল স্থির কর।

নিয়মানুসারে ক্ষেত্রফল = $\frac{৪}{৯} \times \frac{২}{৫} = \frac{৮}{৪৫}$ বর্গ হস্ত।

কিন্তু নিয়মটী প্রমাণ করার সময় আয়ত ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও বিস্তার সমস্ত সংখ্যায় ব্যক্ত এরূপ বিবেচনা করা হইয়াছে।

অতএবই দৈর্ঘ্য ও বিস্তার ভগ্নাংশে ব্যক্ত হইলেও যে এই নিয়ম খাটিতে পারে তাহা দেখান আবশ্যক; এই হেতু নিম্নে তাহা প্রদর্শিত হইতেছে।

$\frac{৪}{৯}$ ও $\frac{২}{৫}$ কে সাধারণ-হর-বিশিষ্ট করিলে ইহাদের পরিমাণ $\frac{২০}{৪৫}$ ও $\frac{১৮}{৪৫}$ হাত হয়।

এখন এক হাতের $\frac{১}{৪৫}$ অংশকে একক ধরিলে আযতের দৈর্ঘ্য ২০ ও বিস্তার ১৮ হয; অতএব আয়তের ক্ষেত্র-ফল ২০ × ১৮ বর্গ একক। পুনঃ এক বর্গ হস্তে ৪৫ × ৪৫ বর্গ একক আছে। সুতরাং আয়তের ক্ষেত্রফল $\frac{২০ \times ১৮}{৪৫ \times ৪৫}$ বর্গ হাত অর্থাৎ $\frac{৪ \times ২}{৯ \times ৫}$ বর্গ হাত অর্থাৎ $\frac{৮}{৪৫}$ বর্গ হাত।

৮৬। দৈর্ঘ্য ও বিস্তারের গুণফলই আয়তের ক্ষেত্রফল। অতএব ক্ষেত্রফলকে দৈর্ঘ্য দিয়া ভাগ করিলে আয়তের বিস্তার এবং বিস্তার দিয়া ভাগ করিলে আয়তের দৈর্ঘ্য পাওয়া যায়। ভাগ করিবার পূর্ব্বে নির্দ্দিষ্ট দৈর্ঘ্য বা বিস্তার যে জাতীয় রাশিতে পরিবর্ত্তিত হয় ক্ষেত্র ফলকেও সেই জাতীয় বর্গ পরিমাণে পরিবর্ত্তিত করিতে হইবে।

উদাহরণ :

(১) যে আয়ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্র-ফল ২৮ বর্গ গজ এবং দৈর্ঘ্য ৯ গজ ১ ফুট তাহার বিস্তার কত?

৯ গজ ১ ফুট = ২৮ ফুট। ২৮ বর্গগজ = ২৮ × ৯ বর্গ ফুট।

∴ বিস্তার = $\frac{২৮ \times ৯}{২৮}$ = ৯ ফুট = ৩ গজ।

অথবা, ৯ গজ ১ ফুট = ৯$\frac{১}{৩}$ গজ = $\frac{২৮}{৩}$ গজ।

∴ বিস্তার ২৮ ÷ $\frac{২৮}{৩}$ = ২৮ × $\frac{৩}{২৮}$ = ৩ গজ।

(২) যে আয়ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $\frac{১}{১৬}$ বর্গ মাইল এবং বিস্তার ২২০ গজ তাহার দৈর্ঘ্য কত ?

$\frac{১}{১৬}$ বর্গ মাইল = $\frac{১}{১৬}$ × ১৭৬০ × ১৭৬০ = ১১০ × ১৭৬০ বর্গ গজ।

∴ দৈর্ঘ্য = $\frac{১১০ \times ১৭৬০}{২২০}$ = ১১০ × ৮ = ৮৮০ গজ।

৮৭। যে আয়ত ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও বিস্তার সমান তাহাই বর্গক্ষেত্র। অতএব বাহুর বর্গ লইলেই বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়।

উদাহরণ :

(১) কোন বর্গ ক্ষেত্রের বাহু ৫ ফুট ইহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

নির্ণেয় ক্ষেত্রফল = ৫ × ৫ = ২৫ বর্গ ফুট।

৮৮। যদি কোন বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল জানা থাকে তবে ক্ষেত্রফলের বর্গমূল লইলেই তাহার বাহুর পরিমাণ পাওয়া যায়।

উদাহরণ :

(১) যে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৫২৯ বর্গ হাত তাহার বাহুর পরিমাণ কত ?

৫২৯ এর বর্গমূল ২৩ ; অতএব বাহুর পরিমাণ ২৩ হাত।

(২) কোন বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৭৮২ বর্গ গজ ; উহার বাহুর পরিমাণ নির্ণয় কর।

```
            ৭৮২ ( ২৭·৯৬
            ৪
          ------
    ৪৭  )  ৩৮২
           ৩২৯
          ------
    ৫৪৯  )  ৫৩০০
            ৪৯৪১
           ------
    ৫৫৮৬  )  ৩৫৯০০
             ৩৩৫১৬
            -------
              ২৩৮৪
```

এখানে বর্গমূল ঠিক বাহির না হওয়াতে বাহুর পরিমাণও ঠিক নির্ণীত হইতে পারে না। তবে মোটামুটি, বাহুকে ২৭·৯৬ গজ ধরা যাইতে পারে।

৮৯। বর্গক্ষেত্রের কর্ণের বর্গ বাহুর বর্গের দ্বিগুণ। সুতরাং কর্ণের বর্গের অর্দ্ধেক লইলেও বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়।

উদাহরণ :

(১) যে বর্গক্ষেত্রের কর্ণের পরিমাণ ১০০ ফুট তাহার ক্ষেত্র-ফল কত ?

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \frac{১০০ \times ১০০}{২} = ৫০ \times ১০০ = ৫০০০ \text{ বর্গফুট।}$$

(২) যে বর্গক্ষেত্রের কর্ণের পরিমাণ ৩৭ ফুট তাহার ক্ষেত্র-ফল নির্ণয় কর।

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \frac{৩৭ \times ৩৭}{২} = \frac{১৩৬৯}{২} = ৬৮৪\tfrac{১}{২} \text{ বর্গফুট।}$$

৯০। 'বর্গ ফুট' ও 'ফুট বর্গ' এই দুইটী কথার অর্থ এক নয়। 'পাঁচ বর্গ ফুট' বলিলে এক-ফুট বাহু-বিশিষ্ট পাঁচটী বর্গ-ক্ষেত্র বুঝায়, কিন্তু 'পাঁচ ফুট বর্গ' বলিলে পাঁচ-ফুট-বাহু-বিশিষ্ট একটী বর্গ ক্ষেত্র বুঝায়। সুতরাং পাঁচফুট বর্গ পঁচিশ বর্গফুটের সমান। এইরূপ ছয়ফুট বর্গ বলিলে যে বর্গ ক্ষেত্রের বাহু ছয় ফুট সেই বর্গ ক্ষেত্র বুঝা যায়; কাজেই ছয়ফুট বর্গ ছত্রিশ বর্গ ফুটের সমান। 'এত হাত বর্গ' প্রভৃতির অর্থও এইরূপ।

৯১। নিম্নে আয়ত ও বর্গক্ষেত্র সম্বন্ধীয় কয়েকটী বিবিধ প্রশ্নের সমাবেশ করা গেল।

(১) যে আয়ত ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৫০ চেইন ও বিস্তার ৩০ চেইন ৭৭ লিঙ্ক তাহার ক্ষেত্র ফল একার, রুড, বর্গ পোলে বাহির কর।

৫০ চেইন $=$ ৫০ $\times$ ১০০ $=$ ৫০০০ লিঙ্ক। ৩০ চেইন ৭৭ লিঙ্ক $=$ ৩০ $\times$ ১০০ $+$ ৭৭ $=$ ৩০৭৭ লিঙ্ক।

$\therefore$ আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $=$ ৫০০০ $\times$ ৩০৭৭ $=$ ১৫৩৮৫০০০ বর্গ লিঙ্ক $= \frac{১৫৩৮৫০০০}{১০০০০০} =$ ১৫৩.৮৫ একার $=$ ১৫৩ একার ৩.৪ রুড $=$ ১৫৩ একার ৩ রুড ১৬ বর্গ পোল।

মন্তব্য। যে হেতু ১০০০০০ বর্গ লিঙ্কে এক একার হয়, অতএব ক্ষেত্রফল বর্গ লিঙ্কে যে সংখ্যা দ্বারা ব্যক্ত থাকে সেই সংখ্যার ডানি দিক্ হইতে পাঁচ অঙ্ক পরে দশমিক বিন্দু স্থাপন করিলে ক্ষেত্রফল একারে পরিবর্ত্তিত হইবে। তৎপর দশমিক অংশকে ৪ দিয়া গুণ করিলে রুড পাওয়া যাইবে এবং এই রুডের মধ্যে পুনঃ যদি দশমিক অংশ থাকে তবে তাহাকে ৪০ দিয়া গুণ করিলে বর্গ পোল পাওয়া যাইবে।

(২) কোন কুঠরীর দৈর্ঘ্য ২১ ফুট, বিস্তার ১৬ ফুট, এবং উচ্চতা ১১ ফুট। ইহার, ৭ ফুট উচ্চ ৩ ফুট প্রস্থ একটী দরজা, ও ৮ ফুট উচ্চ ৪ ফুট প্রস্থ দুইটী জানালা আছে। এই কুঠরীর চারিটী দেওয়াল কাগজ দিয়া মুড়িতে কত ব্যয় পড়িবে? কাগজের বিস্তার ২ ফুট এবং এক গজ কাগজের মূল্য ৵০ আনা।

কুঠরীটার একটী দরজা ও দুইটী জানালা আছে; সুতরাং দরজা ও জানালা বাদে চারিটী দেওয়াল মুড়িতে হইবে। আর চারিটী দেওয়ালের মধ্যে দুইটীর প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল ২১ $\times$ ১১ বর্গ ফুট; এবং অন্য দুইটীর প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল ১৬ $\times$ ১১ বর্গ ফুট; সুতরাং চারিটী দেওয়ালের ক্ষেত্রফল ২ $\times$ ২১ $\times$ ১১ $+$ ২ $\times$ ১৬ $\times$ ১১ $=$ ৪৬২ $+$ ৩৫২ $=$ ৮১৪ বর্গ ফুট।

দরজার ক্ষেত্রফল $=$ ৭ $\times$ ৩ $=$ ২১ বর্গ ফুট।

দুইটী জানালার ক্ষেত্রফল $=$ ২ $\times$ ৮ $\times$ ৪ $=$ ৬৪ বর্গ ফুট।

অতএব দরজা ও জানালার ক্ষেত্রফল একত্র যোগে ৮৫ বর্গ ফুট। সুতরাং ৮১৪—৮৫, অর্থাৎ ৭২৯ বর্গ ফুট স্থান কাগজ দিয়া মুড়িতে হইবে। কাগজেই ৭২৯ বর্গ ফুট কাগজের দরকার হইবে। এখন, কাগজের বিস্তার ২ ফুট; ৭২৯কে ২ দিয়া ভাগ করিলেই কাগজের দৈর্ঘ্য পাওয়া যাইবে (৮৬ অণুচ্ছেদ দেখ)। অতএব কাগজের দৈর্ঘ্য $\frac{৭২৯}{২}$ ফুট অর্থাৎ $\frac{২৪৩}{২}$গজ। এক গজ কাগজের মূল্য ৵০ আনা সুতরাং $\frac{২৪৩}{২}$গজ কাগজের মূল্য $\frac{২৪৩}{২} \times ২$ অর্থাৎ ২৪৩ আনা = ১৫৶০ আনা। অতএব দেওয়াল চারিটী কাগজ দিয়া মুড়িতে ১৫৶০ আনা ব্যয় পড়িবে।

(৩) কোন পুষ্করিণীর দৈর্ঘ্য ১২০ ফুট ও বিস্তার ৯০ ফুট; ইহার চারিদিকে ৫ ফুট বিস্তৃত একটী রাস্তা আছে। রাস্তাটীর ক্ষেত্রফল কত?

রাস্তা ও পুষ্করিণীটী লইয়া একটী আয়তক্ষেত্র হয় যাহার দৈর্ঘ্য ১২০+২×৫ অর্থাৎ ১৩০ ফুট এবং বিস্তার ৯০+২×৫ অর্থাৎ ১০০ ফুট। এই আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হইতে পুষ্করিণীর ক্ষেত্রকল বাদ দিলেই রাস্তার ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়। অতএব রাস্তার ক্ষেত্রফল = ১৩০×১০০—১২০×৯০

= ১৩০০০—১০৮০০ = ২২০০ বর্গ ফুট।

(৪) কোন তক্তার বিস্তার ৮ অঙ্গুলি; ইহা হইতে কত লম্বা অংশ কাটিয়া লইলে তাহার ক্ষেত্রফল ১ বর্গ গজ হইবে?

৮ অঙ্গুলি = $\frac{১}{৩}$ হাত = $\frac{১}{৬}$ গজ।

ক্ষেত্রফলকে বিস্তার দিয়া ভাগ করিলেই দৈর্ঘ্য পাওয়া যায়; অতএব নির্ণেয় দৈর্ঘ্য = ১ ÷ $\frac{১}{৬}$ = ১×৬ = ৬ গজ।

(৫) কোন আয়তাকার উঠানের দৈর্ঘ্য, বিস্তারের তিন গুণ।

প্রতি বর্গ হাত /২॥ হিসাবে উঠানটী বাঁধাইতে ২১/১০ খরচ পড়িল ; উঠানটীর দৈর্ঘ্য ও বিস্তার স্থির কর।

/২॥ = $৪\frac{১}{২}$ = $\frac{৯}{২}$ পয়সা। ২১/১০ = ১৩৫০ পয়সা।

১ বর্গ হাতে $\frac{৯}{২}$ পয়সা ব্যয় পড়ে, আর উঠানটীতে ১৩৫০ পয়সা লাগিয়াছে সুতরাং উঠানটীতে, ১৩৫০ ÷ $\frac{৯}{২}$ = ১৩৫০ × $\frac{২}{৯}$ = ১৫০ × ২ = ৩০০ বর্গ হাত আছে। আরও, উঠানের দৈর্ঘ্য, বিস্তারের ৩ গুণ সুতরাং দৈর্ঘ্যকে সমান তিন ভাগে বিভক্ত করিয়া বিভাজক বিন্দুদ্বয়ের মধ্য দিয়া বিস্তারের সমান্তরাল দুইটী রেখা টানিলে উঠানটী তিনটী সমান বর্গ ক্ষেত্রে বিভক্ত হইবে। এই বর্গ ক্ষেত্রগুলির প্রত্যেকটীর বাহুর পরিমাণ উঠানের বিস্তারের সমান ; এবং প্রত্যেকটীর ক্ষেত্রফল উঠানের ক্ষেত্রফলের এক তৃতীয়াংশ। অতএব একটী বর্গ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $\frac{৩০০}{৩}$ = ১০০ বর্গ হাত। সুতরাং ইহার বাহু অর্থাৎ উঠানের বিস্তার $\sqrt{১০০}$ = ১০ ফুট। কাজেই উঠানের দৈর্ঘ্য = ১০ × ৩ = ৩০ ফুট।

(৬) যে আয়তক্ষেত্রের পরিবেষ্টন অর্থাৎ বাহু চতুষ্টয়ের সমষ্টি ২৯২ হাত এবং কর্ণ ১০৬ হাত তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

আয়তক্ষেত্রের পরিবেষ্টন ২৯২ হাত অতএব পরস্পর পার্শ্ববর্ত্তী বাহুদ্বয়ের সমষ্টি $\frac{২৯২}{২}$ = ১৪৬ হাত। এই পার্শ্ববর্ত্তী বাহুদ্বয় ও কর্ণ একটী সমকোণী ত্রিভুজ উৎপন্ন করে ; এই সমকোণী ত্রিভুজের বাহুদ্বয়ের যোগফল ও কর্ণের পরিমাণ জানা আছে অতএব ৪৫ অণুচ্ছেদের নিয়মানুসারে ১০৬এর বর্গের দ্বিগুণ হইতে ১৪৬এর বর্গ বিয়োগ করিয়া তাহার বর্গমূল লইলে বাহুদ্বয়ের অন্তর পাওয়া যাইবে ; অতএব বাহুদ্বয়ের অন্তর = $\sqrt{২ \times ১০৬^{২} - ১৪৬^{২}}$ = $\sqrt{২২৪৭২ - ২১৩১৬}$ = $\sqrt{১১৫৬}$ = ৩৪। সুতরাং বৃহত্তর বাহু

অর্থাৎ আয়তের দৈর্ঘ্য = (১৪৬ + ৩৪) এর ½ = ১৮০এর ½ = ৯০ হাত। এবং লঘুতর বাহু অর্থাৎ আয়তের বিস্তার = (১৪৬ − ৩৪) এর ½ = ১১২ এর ½ = ৫৬ হাত।

∴ আয়তটীর ক্ষেত্রফল = ৯০ × ৫৬ = ৫০৪০ বর্গ হাত।

পঞ্চদশ উদাহরণ-মালা।

নিম্নলিখিত বর্গক্ষেত্রগুলির বাহুর পরিমাণ দেওয়া আছে তাহাদের ক্ষেত্রফল বর্গ গজে নির্ণয় কর।

১। ১৫ গজ। ২। ২৯ গজ।

৩। ৪২⅓ গজ। ৪। ৫০¼ গজ।

৫। ৬৩·৭ গজ। ৬। ৮০·১৪ গজ।

নিম্নলিখিত পরিমাণ বাহু বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রগুলির ক্ষেত্রফল বর্গ গজ এবং বর্গ ফুটে স্থির কর।

৭। ৮ গজ ১ ফুট। ৮। ২৪ গজ ২ ফুট।

৯। ৭ গজ ১ ফুট। ১০। ৩৭ গজ ১½ ফুট।

১১। ৭২ গজ ২¾ ফুট। ১২। ১০০ গজ ১·৭ ফুট।

নিম্নলিখিত পরিমাণ বাহু বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রগুলির ক্ষেত্রফল বর্গগজ, বর্গফুট ও বর্গ ইঞ্চে স্থির কর।

১৩। ১৫ গজ ২ ফুট ৩ ইঞ্চ। ১৪। ৩৮ গজ ১ ফুট ৫ ইঞ্চ।

১৫। ৬২ গজ ১ ফুট ২ ইঞ্চ। ১৬। ৫৩ গজ ৫ ইঞ্চ।

১৭। ৪৯ গজ ৩ ইঞ্চ। ১৮। ৬০ গজ ১১ ইঞ্চ।

নিম্নলিখিত পরিমাণ বাহু বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রগুলির ক্ষেত্রফল একার, রুড, এবং বর্গপোলে স্থির কর।

১৯। ১০ চেইন ৪০ লিঙ্ক। ২০। ৫০ চেইন ৫ লিঙ্ক।

২১। ৬৩ চেইন ৬৪ লিঙ্ক। ২২। ১০১ চেইন ১২ লিঙ্ক

২৩। ১ মাইল ১৫ চেইন ১৫ লিঙ্ক। ২৪। ২ মাইল ২৫ লিঙ্ক।

নিম্নলিখিত পরিমাণগুলি যে সকল বর্গক্ষেত্রের কর্ণ সেই বর্গক্ষেত্রগুলির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

২৫। ৫০৩ ফুট। ২৬। ২৫ গজ ১ ফুট ৫ ইঞ্চ।

২৭। ৩৭$\frac{১}{২}$ গজ। ২৮। ৪৯·৩২ গজ।

২৯। ১৪ চেইন ৫৬ লিঙ্ক। ৩০। ২০ চেইন ৭৯ লিঙ্ক।

নিম্নলিখিত পরিমাণ ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রগুলির বাহু নির্ণয় কর।

৩১। ৫২৯ বর্গহাত। ৩২। ৫৬২৫ বর্গগজ।

৩৩। ১১৯০২৫ বর্গগজ। ৩৪। ১·০০২০০১ বর্গ ইঞ্চ।

৩৫। ১১৭৮ বর্গ গজ ৭ বর্গ ফুট।

৩৬। ২২ একার ২ রুড। ৩৭। ·০০০৭২৯ বর্গ পোল।

৩৮। ৩৩ একার ৩ রুড ২২ পোল ৯$\frac{১}{২}$ বর্গ গজ।

নিম্নলিখিত পরিমাণগুলি যে সকল বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল তাহাদের বাহু তিন দশমিক স্থান পর্য্যন্ত গজে নির্ণয় কর।

৩৯। ৪৪০ বর্গগজ। ৪০। ৫৭৬ বর্গগজ ৫ বর্গফুট।

৪১। ·৮ বর্গগজ ৮ বর্গফুট ৮ বর্গইঞ্চ। ৪২। ২ বর্গমাইল।

৪৩। ১০০ একার। ৪৪। ৩ একার ৩ রুড্ ২০ বর্গপোল।

নিম্নলিখিত পরিমাণগুলি যে সকল বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল, সে সকল বর্গ-ক্ষেত্রের কর্ণ ফুটে বাহির কর; আর যে যে স্থানে কর্ণ পরিমাণ ঠিক বাহির না হয় সে সে স্থলে তিন দশমিক স্থান পর্য্যন্ত সমাধান-কার্য্য সম্পন্ন কর।

৪৫। ৪১৪০ বর্গফুট ৭২ বর্গইঞ্চ। ৪৬। ৪১৩ বর্গগজ ৪ বর্গ ফুট।

৪৭। ১৬ একার ৩ রুড্ ১৬·৭১৬৮ বর্গপোল।

৪৮। ৭০ একার ২ রুড্ ৬·৯৩৭৬ বর্গপোল।

নিম্নে যে সকল আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও বিস্তার দেওয়া গেল তাহাদের ক্ষেত্রফল বাহির কর। ক্ষেত্রফল আবশ্যকমতে একার, রুড, বর্গপোল, বর্গগজ বর্গফুট বর্গইঞ্চে রাখিতে হইবে।

৪৯। দৈর্ঘ্য ১৮ ফুট, বিস্তার ১৪ ফুট।

৫০। দৈর্ঘ্য ২৩ ফুট ৬ ইঞ্চ, বিস্তার ২০ ফুট।

৫১। দৈর্ঘ্য ১৪ ফুট ৩ ইঞ্চ, বিস্তার ১১ ফুট ১১ ইঞ্চ।

৫২। দৈর্ঘ্য ১৩ ফুট ৬ ইঞ্চ, বিস্তার ৮ ফুট ৯ ইঞ্চ।

৫৩। দৈর্ঘ্য ৫ গজ ২ ফুট, বিস্তার ৫ গজ।

৫৪। দৈর্ঘ্য ৭ গজ ১ ফুট, বিস্তার ৬ গজ ১১ ইঞ্চ।

৫৫। দৈর্ঘ্য ৯ গজ ২ ফুট ৫ ইঞ্চ, বিস্তার ৬ গজ ১ ফুট ৪ ইঞ্চ।

৫৬। দৈর্ঘ্য ১০ গজ ২ ফুট ১০ ইঞ্চ, বিস্তার ৩ গজ ২ ফুট।

৫৭। দৈর্ঘ্য ১১ গজ ১ ফুট ১ ইঞ্চ, বিস্তার ৪ গজ।

৫৮। দৈর্ঘ্য ১৩ গজ ৫ ইঞ্চ, বিস্তার ৭ গজ ১ ফুট ৭ ইঞ্চ।

৫৯। দৈর্ঘ্য ১৭ গজ ২ ফুট ২ ইঞ্চ, বিস্তার ৬ ইঞ্চ।

৬০। দৈর্ঘ্য ১৯ গজ, বিস্তার ২ গজ ২ ফুট ২ ইঞ্চ।

৬১। দৈর্ঘ্য ৪ চেইন, বিস্তার ৩ চেইন।

৬২। দৈর্ঘ্য ৮ চেইন ৩২ লিঙ্ক, বিস্তার ৬ চেইন ২৪ লিঙ্ক।

৬৩। দৈর্ঘ্য ১০ চেইন ১৫ লিঙ্ক, বিস্তার ৮ চেইন ৭০ লিঙ্ক।

৬৪। দৈর্ঘ্য ৫০ চেইন ৫০ লিঙ্ক, বিস্তার ৪০ চেইন ৪০ লিঙ্ক।

৬৫। দৈর্ঘ্য ৮৯ চেইন ৬৫ লিঙ্ক, বিস্তার ৫৯ চেইন ৩২ লিঙ্ক।

নিম্নে যে সকল আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও দৈর্ঘ্য দেওয়া গেল তাহাদের বিস্তার বাহির কর।

৬৬। ক্ষেত্রফল ৪৩৬১ বর্গ ফুট, দৈর্ঘ্য ৮৯ ফুট।

৬৭। ক্ষেত্রফল এক একার, দৈর্ঘ্য ১২১ গজ।

৬৮। ক্ষেত্রফল $\frac{১}{২}$ বর্গমাইল, দৈর্ঘ্য ১৬০০ গজ।

৬৯। ক্ষেত্রফল ৫০ একার, দৈর্ঘ্য $৬\frac{১}{৪}$ মাইল।

৭০। ক্ষেত্রফল ১৩ একার ১ রুড ১৫·২ বর্গপোল, দৈর্ঘ্য ১৫চেইন ৭০ লিঙ্ক।

৭১। ক্ষেত্রফল ৪ একার ৩ রুড ১৪ বর্গপোল ২৬$\frac{১}{২}$ বর্গগজ, দৈর্ঘ্য ২৬০ গজ ১ ফুট ৪ ইঞ্চ।

নিম্নে যে সকল আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও বিস্তার দেওয়া গেল তাহাদের দৈর্ঘ্য বাহির কর।

৭২। ক্ষেত্রফল $৩\frac{৭}{৮}$ একার, বিস্তার $৪\frac{১}{৪}$ চেইন।

৭৩। ক্ষেত্রফল ৫ একার, বিস্তার ১৩ গজ ২ ফুট ৩ ইঞ্চ।

৭৪। ক্ষেত্রফল ৬ একার ৩ রুড ৩২ বর্গপোল, বিস্তার ১২ গজ ২ ফুট ২·৭ ইঞ্চ।

৭৫। ক্ষেত্রফল ১৪ বর্গমাইল, বিস্তার ১৭৫ চেইন।

৭৬। ক্ষেত্রফল ১ একার, বিস্তার ১½ ইঞ্চ। (মাইলে উত্তর প্রদান কর।)

৭৭। কোন একটী দাবা খেলিবার ছক ঘরের প্রত্যেক পার্শ্বে ৮টী করিয়া বর্গক্ষেত্র আছে। ছকঘর খানার ক্ষেত্রফল ১২১ বর্গইঞ্চ হইলে প্রত্যেক বর্গ-ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ কত হইবে?

৭৮। কোন আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৩১ ফুট ও বিস্তার ২৩ ফুট। ইহার চারিটী ভুজ সমষ্টি যত, কোন একটী বর্গক্ষেত্রের চারিটী ভুজ সমষ্টিও তত; বর্গক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৭৯। রামের ৫২৫ গজ দীর্ঘ ও ৩৩৬ গজ প্রস্থ আয়তাকার এক খণ্ড জমী আছে; শ্যামেরও এই জমীর সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রাকার এক খণ্ড জমী আছে। উভয়ের জমীর চতুর্দ্দিকেই বেড়া দিতে হইবে; প্রতি গজ বেড়ায় ।√১৩।/ ক্রান্তি করিয়া খরচ পড়িলে কাহার কত খরচ পড়িবে?

৮০। কোন আয়তাকার ময়দান হইতে ৬ একার পরিমিত এক খণ্ড জমী লইতে হইবে। ময়দানের এক পার্শ্বের দৈর্ঘ্য ৭½ চেইন এবং এই পার্শ্বকেই জমী খণ্ডের এক পার্শ্ব ধরিলে জমী খণ্ডের অপর পার্শ্বের পরিমাণ কত হইবে?

৮১। যে আয়তক্ষেত্রের একবাহু ১৭৬ ফুট ও কর্ণ ১৮৫ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত?

৮২। চারিটী বর্গক্ষেত্রের বাহু ক্রমান্বয়ে ৩, ৪, ১২, ও ৮৪ ফুট; এই বর্গক্ষেত্র চতুষ্টয়ের সমান বর্গক্ষেত্রের বাহু নির্ণয় কর।

৮৩। তিনটী বর্গক্ষেত্রের বাহু ক্রমান্বয়ে ৯, ১০, এবং ৫·৪৭৫ ফুট; এই তিনটীর সমান বর্গক্ষেত্রটীর বাহু নির্ণয় কর।

৮৪। যে আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য বিস্তারের দ্বিগুণ তাহার ক্ষেত্রফল ১৬২০০ বর্গগজ হইলে দৈর্ঘ্য ও বিস্তারের পরিমাণ কত হইবে?

৮৫। কোন আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ১৫০ ফুট ও বিস্তার ১০০ ফুট; ৪ ফুট চওড়া একটী রাস্তা ইহার চতুর্দ্দিকে আছে; রাস্তাটী বাগানের বেড়ার

বাহির দিয়া থাকিলে তাহার ক্ষেত্রফল কত হইবে এবং ভিতর দিয়া থাকিলেই বা কত হইবে? আর ১ ফুট ৪ ইঞ্চ দীর্ঘ ১০ ইঞ্চ চওড়া ইট দিয়া রাস্তাটী বাঁধাইতে কত ইটের দরকার হইবে?

৮৬। কোন আয়তাকার ক্ষেত্রের বিস্তার ৮৮ গজ এবং ক্ষেত্রফল ৩ একার; ইহার কর্ণের পরিমাণ নির্ণয় কর।

৮৭। কোন আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৩০০ গজ এবং বিস্তার ১৫০ গজ। পরস্পর পার্শ্ববর্ত্তী বাহুদ্বয়ের সমান্তরাল ২০ ফুট বিস্তার বিশিষ্ট দুইটী রাস্তা দ্বারা ক্ষেত্রটী চারি সমান ভাগে বিভক্ত হইয়াছে। প্রত্যেক ভাগের ক্ষেত্রফল কত এবং রাস্তা দুইটীই বা কত স্থান জুড়িয়া আছে?

৮৮। সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুইটী আয়তাকার ক্ষেত্রের মধ্যে একটীর বাহুদ্বয় ৯৪৫ ও ১৩৪৪ গজ; অপরটীর দীর্ঘতর বাহু ১১৩৪ গজ হইলে লঘুতর বাহুটীর পরিমাণ কত হইবে এবং প্রত্যেক ক্ষেত্রে কত একার জমী আছে?

৮৯। যে আয়ত ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য বিস্তারের তিন গুণ এবং ক্ষেত্রফল ৬ একার ৯৬০ বর্গগজ তাহার বাহুদ্বয়ের পরিমাণ কত?

৯০। একটী আয়ত ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ২৮০০ গজ ও বিস্তার ৭০০ গজ; ইহার সমান বর্গক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ কত?

৯১। কোন তক্তার বিস্তার ৬$\frac{3}{8}$ ইঞ্চ; ইহা হইতে কত লম্বা অংশ কাটিয়া লইলে তাহার ক্ষেত্রফল এক বর্গফুট হইবে?

৯২। দুইটী আয়ত ক্ষেত্রের মধ্যে একটীর পার্শ্ববর্ত্তী বাহুদ্বয় ৪৮ ও ১২ ফুট এবং অপরটীর পার্শ্ববর্ত্তী বাহুদ্বয় ৫৪ ও ২৪ ফুট; এই দুইটী আয়ত ক্ষেত্রের সমান যে দুইটী বর্গক্ষেত্র তাহাদের বাহু পরস্পর তুলনা কর।

৯৩। কোন আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ২০০ ফুট ও বিস্তার ১৮০ ফুট; ইহার মধ্যে দৈর্ঘ্যের সমান্তরাল করিয়া একটী রাস্তা প্রস্তুত করিতে হইবে। রাস্তার ক্ষেত্রফল সমস্ত বাগানের ক্ষেত্রফলের $\frac{1}{6}$ অংশ হইলে রাস্তার পরিসর কত হওয়া উচিত?

৯৪। যে আয়ত ক্ষেত্রের পরিবেষ্টন ৫২৬ হাত এবং কর্ণের পরিমাণ ১৯৩ হাত তাহার ক্ষেত্রফল কত?

৯৫। যে আয়ত ক্ষেত্রের পরিবেষ্টন ৪৫২ গজ এবং কর্ণ ১৭০ গজ তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

৯৬। যে তক্তার দৈর্ঘ্য ৪$\frac{১}{২}$ ফুট এবং বিস্তার ১৬$\frac{১}{২}$ ইঞ্চ তাহা হইতে কত লম্বা অংশ কাটিয়া ফেলিলে অবশিষ্ট অংশের ক্ষেত্রফল ৫ বর্গফুট হইতে পারে ?

৯৭। ৬ ফুট ৬ ইঞ্চ দীর্ঘ ৪ ফুট বিস্তৃত জানালার কপাটে ১২ ইঞ্চ দীর্ঘ ৮ ইঞ্চ বিস্তৃত সাসী বসাইতে কত সাসীর দরকার হইবে ?

৯৮। কোন আয়তাকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৭২ হাত, বিস্তার ৬০ হাত ; অৰ্দ্ধ হস্ত দীর্ঘ ৮ অঙ্গুলি চওড়া ঘাসের চাপড়া দিয়া ক্ষেত্রটী আবৃত করিতে কত চাপড়ার দরকার হইবে ?

৯৯। ৬৩ ফুট দীর্ঘ ৪৫ ফুট বিস্তার বিশিষ্ট কোন ছাদ ১৪ ইঞ্চ দীর্ঘ, ১০ ইঞ্চ চওড়া টাইল দিয়া ছাইতে কত টাইলের দরকার হইবে ?

১০০। যে উঠানের দৈর্ঘ্য ২৫ ফুট ও বিস্তার ১৬ ফুট সে উঠান ৯ ইঞ্চ দীর্ঘ ৫ ইঞ্চ চওড়া ইট দিয়া বাঁধিতে কত ইটের প্রয়োজন হইবে ?

১০১। ৬ হাত দীর্ঘ ৫$\frac{১}{২}$ হাত চওড়া এবং ৪$\frac{১}{২}$ হাত উচ্চ মশারি প্রস্তুত করিতে দেড় হাত ওসার কাপড়ের কত গজ কাপড় লাগিবে ?

১০২। আয়তাকার কোন মাঠের দৈর্ঘ্য $\frac{৩}{৪}$ মাইল ও বিস্তার $\frac{১}{২}$ মাইল। মাঠটীর মধ্যে ইহার চারি পার্শ্বে ২০০ ফুট বিস্তৃত স্থানে বৃক্ষ রোপণ করা হইয়াছে। দৈর্ঘ্যের সমান্তরাল ৬০ ফুট বিস্তৃত এবং বিস্তারের সমান্তরাল ৪০ ফুট বিস্তৃত দুইটী রাস্তা ইহার মধ্যে আছে। এই মাঠে চাষের উপযুক্ত যতটুকু জমী আছে তাহা একার ইত্যাদিতে নির্ণয় কর।

১০৩। কোন কোঠার দৈর্ঘ্য ১৪ ফুট ৩ ইঞ্চ এবং বিস্তার ১৩ ফুট ৪ ইঞ্চ ; যে তক্তার দৈর্ঘ্য ১০ ফুট ও বিস্তার ৮ ইঞ্চ তাহার কতখানা তক্তাতে এই কোঠার মেজ্যা প্রস্তুত করা যাইতে পারে ?

১০৪। এক এক জন লোক দাঁড়াইতে দেড় হাত দীর্ঘ এক হাত বিস্তৃত স্থানের দরকার হইলে যে স্থান ২১ হাত দীর্ঘ ও ২০ হাত বিস্তৃত তাহাতে কত লোক দাঁড়াইতে পারে ?

১০৫। একদল সৈন্য ৩৯৬ সারিতে দাঁড়ানে প্রত্যেক সারিতে ১১ জন

করিয়া সৈন্য হইল। এখন যদি এই সৈন্যদল এরূপ ভাবে দাঁড়ায় যে প্রত্যেক সারিতে যত সৈন্য মোট সারির সংখ্যাও তত তবে এক এক সারিতে কত জন করিয়া সৈন্য দাঁড়াইবে ?

১০৬। গড়ে ৪ বর্গহাত জমীতে এক আঁটি করিয়া ধান হইলে এক বিঘায় কত আঁটি ধান হইবে ?

১০৭। কোন আমবাগানের দৈর্ঘ্য অর্দ্ধ মাইল এবং বিস্তার সিকি মাইল ; গড়ে দুইটী করিয়া বৃক্ষ ২৭½ হাত দীর্ঘ ২৭½ হাত বিস্তৃত স্থানে আছে। বাগানটীর বৃক্ষ সংখ্যা নির্ণয় কর।

১০৮। কোন মৌজার দৈর্ঘ্য ৫ মাইল ও বিস্তার ৩ মাইল ; ইহাতে ২৪২০ ঘর প্রজা আছে। গড়ে প্রত্যেক ঘর প্রজা কত বিঘা জমী চাষ করে ?

১০৯। কোন কোঠার দৈর্ঘ্য ১৭ ফুট ৩ ইঞ্চ, বিস্তার ১৪ ফুট ৩ ইঞ্চ ; দেওয়াল চারিটীর ক্ষেত্রফল মেজ্যার ক্ষেত্রফলের ২$\frac{১৩৪}{৪৩৭}$ গুণ। কোঠাটীর উচ্চতা নির্ণয় কর।

১১০। কোন কোঠার দৈর্ঘ্য ১৫ ফুট, উচ্চতা ১০ ফুট ৬ ইঞ্চ, এবং দেওয়াল চারিটীর ক্ষেত্রফল ৫৬৭ বর্গ ফুট ; কোঠাটীর মেজ্যার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১১১। একটী কোঠার উচ্চতা ১১ ফুট এবং বিস্তারের তিন গুণ দৈর্ঘ্য। কোঠার চারিটী দেওয়াল কাগজ দিয়া মুড়িতে ২ ফুট চওড়া কাগজের ১৪৩ গজ কাগজ লাগে ; কোঠাটীর দৈর্ঘ্য, বিস্তার, ও মেজ্যার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১১২। কোন মেজ্যার দৈর্ঘ্য ১৫ হাত ও বিস্তার ৮ হাত। মেজ্যাটীর মধ্যে ৬ হাত দীর্ঘ ৪½ হাত ওসার এক খানা শতরঞ্চি পাতা আছে ; মেজ্যার অবশিষ্টাংশ ১½ হাত ওসার সপ দ্বারা আবৃত করিতে কত গজ সপের দরকার হইবে ?

১১৩। কোন একটী উঠান বাঁধাইতে ৮½ ইঞ্চ দীর্ঘ ৪ ইঞ্চ চওড়া ৩৮৮৮ খানা ইট লাগে ; উঠানটীর দৈর্ঘ্য ১২ গজ ২ ফুট ৩ ইঞ্চ হইলে তাহার বিস্তার কত হইবে ?

১১৪। কোন কোঠার দৈর্ঘ্য ২০ ফুট ১০ ইঞ্চ, বিস্তার ১৬ ফুট। মেজ্যার চারিদিকে ১ ফুট বিস্তার বিশিষ্ট স্থান বাদ দিয়া অবশিষ্টাংশ ২ ফুট চওড়া কার্পেট দিয়া মুড়িতে কত গজ কার্পেট লাগিবে ?

১১৫। ৩১৯ তা কাগজের ওজন ৬½ সের। প্রত্যেক খানা কাগজের দৈর্ঘ্য ২৬ ইঞ্চ এবং বিস্তার ২০ ইঞ্চ। ঠিক এইরূপ ২৯ ইঞ্চ দীর্ঘ ২২ ইঞ্চ চওড়া এক তা কাগজের ওজন কত তোলা হইবে?

১১৬। কোন আয়তাকার উঠানের দৈর্ঘ্য ২৭ ফুট ১০ ইঞ্চ, বিস্তার ১৪ ফুট ৯ ইঞ্চ; প্রত্যেক বর্গফুট বাঁধাইতে ১৷৷০ টাকা করিয়া খরচ পড়িলে সমস্ত উঠানটী বাঁধাইতে কত খরচ পড়িবে?

১১৭। কোন আয়তাকার উঠানের দৈর্ঘ্য ১২০ ফুট ও বিস্তার ৯০ ফুট; ১০ ফুট বিস্তার বিশিষ্ট একটী রাস্তা উঠানের চতুর্দ্দিকে আছে। এই রাস্তাটী পাথর দিয়া বাঁধাইতে কত খরচ পড়িবে? প্রতি বর্গগজ পাথরের মূল্য ২।০ টাকা। আরও, উঠানটীর অবশিষ্টাংশ ঘাসের চাপড়া দিয়া আবৃত করিতে কত খরচ পড়িবে? প্রতি ১০০ বর্গফুট স্থানে চাপড়া দিয়া আবৃত করিতে ৩।০ টাকা খরচ পড়ে।

১১৮। কোন আয়তাকার উঠানের দৈর্ঘ্য ৯৬ ফুট ও বিস্তার ৮৪ ফুট; ইহার মধ্যে চারিটী ঘাসাবৃত স্থান আছে, প্রত্যেকটীর দৈর্ঘ্য ২২½ ফুট ও বিস্তার ১৮ ফুট। প্রতি বর্গগজ ।/১০ হিসাবে উঠানের অবশিষ্টাংশ বাঁধাইতে কত খরচ পড়িবে?

১১৯। কোন আয়তাকার আঙ্গিনার দৈর্ঘ্য ১২৬ ফুট ও বিস্তার ৯৮ ফুট; আঙ্গিনাটী পাথর দিয়া আবৃত করিতে হইবে। প্রতি বর্গগজে ।৵০ আনা করিয়া খরচ হইলে মোট কত খরচ লাগিবে? আর যদি আঙ্গিনাটীর চতুর্দ্দিকে ৬ ফুট বিস্তৃত একটী গ্রানীট-পাথরের রাস্তা প্রস্তুত করিয়া অবশিষ্টাংশ পাথর দিয়া আবৃত করা যায় তাহা হইলে কি পরিমাণ খরচ বেশী পড়িবে? এক বর্গগজ গ্রানীট-পাথরের মূল্য ৫।০ টাকা।

১২০। কোন আয়তাকার স্থানের দৈর্ঘ্য ৫০ গজ ও বিস্তার ৩০ গজ। ইহার মধ্যে পরস্পর সম্মুখীন পার্শ্বদ্বয়ের মধ্যস্থল সংযোগ করিয়া দুইটী পথ আছে। প্রত্যেক পথের বিস্তার ৬ ফুট। আর এতৎপরিমাণ বিস্তার বিশিষ্ট একটী রাস্তা স্থানটীর মধ্যে চতুর্দ্দিক বেষ্টন করিয়া আছে। স্থানটীর অবশিষ্টাংশ ঘাসে আবৃত। যদি রাস্তা বাঁধাইতে প্রতি বর্গফুটে ৵/১০, এবং ঘাস লাগাইতে

প্রতি বর্গগজে ১।৹ টাকা করিয়া খরচ হইয়া থাকে তবে সমস্ত স্থানটী প্রস্তুত করিতে মোট কত খরচ পড়িয়াছে ?

১২১। কোন আয়তাকার স্থানের দৈর্ঘ্য ৭২ গজ ও বিস্তার ৪৫ গজ। ইহার মধ্যে ঘাসাবৃত আয়তাকার চারিটী স্থান ও বর্গ ক্ষেত্রাকার একটী পুষ্করিণী আছে। স্থান চতুষ্টয়ের প্রত্যেকটীর দৈর্ঘ্য ২৭ ফুট ও বিস্তার ১৩ ফুট ৬ ইঞ্চ, এবং পুষ্করিণীর এক এক পার্শ্ব ৬ গজ। প্রতি বর্গগজ ⁄১৩।⁄ হিসাবে স্থানটীর অবশিষ্টাংশ শুরকি দিয়া আবৃত করিতে কত খরচ পড়িবে ?

১২২। কোন আয়তাকার বাগানের দৈর্ঘ্য ৮৫ গজ এবং বিস্তার ৫৬ গজ। বহির্দ্দেশ দিয়া ইহার চতুর্দ্দিকে ৪ ফুট বিস্তার বিশিষ্ট একটী রাস্তা আছে। প্রতি বর্গগজ ।⁄৹ হিসাবে রাস্তাটী বাঁধাইতে কত খরচ পড়িবে ?

১২৩। এক বর্গগজ দেওয়াল গাঁথিতে ৩, টাকা করিয়া খরচ পড়িলে, ৯০ গজ দীর্ঘ ৩০ গজ ২ ফুট ৩ ইঞ্চ বিস্তৃত বাগানের চারিদিকে ৮ ফুট ৪ ইঞ্চ উচ্চ দেওয়াল গাঁথিতে কত খরচ পড়িবে ?

১২৪। যে কোঠার দৈর্ঘ্য ২০ ফুট ৩ ইঞ্চ, বিস্তার ১৬ ফুট সে কোঠার মেজ্যা ২ ফুট ৩ ইঞ্চ ওসার কার্পেট দিয়া মুড়িতে কত খরচ পড়িবে ? এক গজ কার্পেটের মূল্য ১৷⁄১৩।⁄ ক্রান্তি।

১২৫। যে কোঠার দৈর্ঘ্য ১৮ ফুট ৯ ইঞ্চ এবং বিস্তার ১৭ ফুট ৬ ইঞ্চ সে কোঠার মেজ্যা ২ ফুট ওসার কার্পেট দিয়া মুড়িতে কত খরচ পড়িবে ? এক গজ কার্পেটের মূল্য ২।⁄৹ আনা।

১২৬। কোন কোঠার দৈর্ঘ্য ২৮ ফুট ৬ ইঞ্চ, বিস্তার ১৮ ফুট ৯ ইঞ্চ, এবং উচ্চতা ১২ ফুট। এই কোঠার দেওয়াল চারিটী ১ ফুট ৯ ইঞ্চ ওসার কাগজ দিয়া মুড়িতে কত গজ কাগজ লাগিবে এবং প্রত্যেক গজ কাগজের মূল্য ⁄১০ করিয়া হইলে মোট কত খরচ পড়িবে ?

১২৭। একটী কোঠার উচ্চতা ১৪ ফুট ৩ ইঞ্চ, বিস্তার ২০ ফুট, এবং দৈর্ঘ্য ২৪ ফুট। ইহার মধ্যে চারিটী দরজা, দুইটী জানালা, এবং আরও একটী ছোট জানালা আছে। দরজা চারিটীর প্রত্যেকটীর দৈর্ঘ্য ৮ ফুট ও বিস্তার ৫ ফুট ৩ ইঞ্চ, জানালা দুইটীর প্রত্যেকটীর দৈর্ঘ্য ১০ ফুট এবং বিস্তার ৬ ফুট ৮ ইঞ্চ এবং ছোট

জানালাটীর দৈর্ঘ্য ৬ ফুট ৬ ইঞ্চ এবং বিস্তার ৫ ফুট। দরজা ও জানালা বাদে এই কোঠার চারিটী দেওয়াল কাগজ দিয়া মুড়িতে কত খরচ পড়িবে? কাগজের বিস্তার ২½ ফুট এবং এক গজ কাগজের মূল্য।৶১০ আনা।

১২৮। কোন কোঠার দৈর্ঘ্য ২০ ফুট ১০½ ইঞ্চ, বিস্তার ১৫ ফুট ১½ ইঞ্চ, এবং উচ্চতা ১০ ফুট ৩ ইঞ্চ। এই কোঠার চারিটী দেওয়াল চিত্র করিতে, প্রতি বর্গগজ।৵৬॥/ ক্রান্তি হিসাবে কত খরচ পড়িবে?

১২৯। কোন কোঠার দৈর্ঘ্য ২০ ফুট এবং উচ্চতা ১০ ফুট। ইহার চারিটী দেওয়াল কাগজ দিয়া মুড়িতে ৭৬০ বর্গফুট কাগজের দরকার হয়। এক বর্গগজ কার্পেটের মূল্য ৩৵০ আনা হইলে কোঠাটীর মেজ্যা কার্পেট দিয়া মুড়িতে কত খরচ পড়িবে?

১৩০। কোন মেজ্যার দৈর্ঘ্য ১৮ ফুট; এই মেজ্যাটী কার্পেট দিয়া মুড়িতে ৭২ টাকা খরচ পড়ে। মেজ্যাটীর বিস্তার ৪ ফুট কম হইলে ৫৪ টাকা খরচ পড়িত; মেজ্যার বিস্তার নির্ণয় কর।

ষোড়শ পরিচ্ছেদ।

বিঘাকালি ও কাঠাকালি।

৯২। আমাদের দেশে ভূমি-পরিমাণ সাধারণতঃ বিঘা কাঠা প্রভৃতিতে ব্যক্ত হইয়া থাকে। ভূমির দৈর্ঘ্য প্রস্থ রৈখিক বিঘা কাঠায় প্রদত্ত থাকিলে তাহা হস্তে পরিবর্ত্তিত করিয়া তৎপর ক্ষেত্রফল বাহির করার পরিবর্ত্তে শুভঙ্করের আর্য্যায় ক্ষেত্রফল বাহির করাই বিশেষ সুবিধাজনক। শুভঙ্করের আর্য্যাটী এই:—

"কুড়োবা কুড়োবা কুড়োবা লীজ্যে।
কাঠায় কুড়োবা কাঠা লীজ্যে।

কাঠায় কাঠায় ধুল পরিমাণ,
বিশ গণ্ডায় কাঠার প্রমাণ।
গণ্ডা বাকী থাকে যদি কাঠা নিলে পর,
ষোল দিয়ে পুরে তারে সারা গণ্ডা ধর।”

এস্থলে কুড় শব্দের অর্থ বিঘা; লীজ্যে শব্দের অর্থ লউন; ধুল এবং গণ্ডা একার্থক। আর্য্যাটীর তাৎপর্য্য এই যে বিঘায় বিঘায় গুণ করিয়া বিঘা ধর; কাঠায় বিঘায় গুণ করিয়া কাঠা ধর; আর কাঠায় কাঠায় গুণ করিয়া গণ্ডা ধর এবং ইহার বিশ গণ্ডায় এক কাঠা লও। যদি কাঠা লওয়ার পর এই গণ্ডার কিছু অবশিষ্ট থাকে তবে তাহাকে ষোল দিয়া গুণ করিয়া কালির গণ্ডা ধর।

উদাহরণ :

(১) যে আয়ত ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৩৸০ ও বিস্তার ২।৩ তাহার কালি কত?

৩৸০
২।৩

৩/০ × ২/০ = ৬/০ কারণ ৩ বিঘা × ২ বিঘা = ৬ বিঘা = ৬/০।
৸০ × ২/০ = ১৷৷০ „ ১৫ কাঠা × ২ বিঘা = ৩০ কাঠা = ১৷৷০।
৩/০ × ।৩ = ১/৪ „ ৩ বিঘা × ৮ কাঠা = ২৪ কাঠা = ১/৪।
৸০ × ।৩ = ।১ „ ১৫ কাঠা × ৮ কাঠা = ১২০ ধুল = $\frac{১২০}{২০}$ কাঠা
= ৬ কাঠা = ।১।

৯/০ ∴ নির্ণেয় কালি ৯ বিঘা।

(২) যে আয়তক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৪৷৩ ও বিস্তার ২/৩ তাহার কালি কত ?

৪৷৩
২/৩

৪/০ × ২/০ = ৮/০ কারণ ৪ বিঘা × ২ বিঘা = ৮ বিঘা = ৮/০ ।
৷৩ × ২/০ = ৸১ „ ৮ কাঠা × ২ বিঘা = ১৬ কাঠা = ৸১ ।
৪/ × /৩ = ৷৷২ „ ৪ বিঘা × ৩ কাঠা = ১২ কাঠা = ৷৷২ ।
৷৩ × /৩ = /১৶৪ „ ৮ কাঠা × ৩কাঠা = ২৪ধুল = ১কাঠা ৪ধুল
= ১ কাঠা ৬৪ গণ্ডা = /১৶৪ ।

৯৷৪৶৪

∴ নির্ণেয় কালি ৯ বিঘা ৯ কাঠা ৩ ছটাক ৪ গণ্ডা ।

মন্তব্য। কাঠায় কাঠায় গুণ করিয়া যে গণ্ডা পাওয়া যায় তাহার সহিত উ পরি উক্ত ফলে ছটাকের পরে যে গণ্ডা রাখা হইয়াছে তাহার কোনও সংস্রব নাই। একটুকু অনুধাবন করিয়া দেখিলেই বুঝা যাইবে যে পূর্ব্বোক্ত গণ্ডা (ধুল) ১৬ বর্গ হস্তে হয় কিন্তু শেষোক্ত গণ্ডা ১ বর্গ হস্তের সমান। স্থূল কথা এই যে কাঠাকে সেরের ভাগ মতে ছটাক কাঁচ্চা (গণ্ডা) প্রভৃতিতে পরিবর্ত্তিত করা হয়।

৯৩। জমীর দৈর্ঘ্য বিস্তারে ছটাক থাকিলে নিম্নলিখিত আর্য্যাটীর সাহায্যে অঙ্ক সমাধান করিতে হইবে :

"ছটাক ধরিতে হবে ছটাক বিঘায়।
গণ্ডা ধরি ল'তে হবে ছটাক কাঠায় ॥
ছটাকে ছটাকে হলে কাক ধরি লবে।
একুণ করিলে পর কালি ঠিক পাবে ॥"

উদাহরণ :

(১) যে জমীর দৈর্ঘ্য বিঘা ৫৷৩৷৶ ছটাক ও বিস্তার বিঘা ৩৷৷২৷৵ ছটাক তাহার কালি স্থির কর।

৫৷৩৷৶
৩৷৷২৷৵

৫/০.×৩/০ = ১৫/০ কারণ ৫ বিঘা × ৩ বিঘা = ১৫ বিঘা = ১৫/০
৷৩ × ৩/০ = ১/৪ ,, ৮ কাঠা × ৩ বিঘা = ২৪ কাঠা = ১/৪
/৷৶০ × ৩/০ = /১৷/ ,, ৭ ছটাক × ৩ বিঘা = ২১ ছটাক = /১৷/
৫/০ × ৷৷২ = ৩/০ ,, ৫ বিঘা × ১২ কাঠা = ৬০ কাঠা = ৩/০
৷৩ × ৷৷২ = /৪৸১৬ ,, ৮ কাঠা × ১২ কাঠা = ৯৬ ধুল = ৪ কাঠা
১৬ ধূল = ৪ কাঠা ২৫৬ গণ্ডা = /৪৸১৬
/৷৶ × ৷৷২ = /৷৪ ,, ৭ ছটাক × ১২ কাঠা = ৮৪ গণ্ডা = /৷৪
৫/০ × /৷৵ = /১৸৵ ,, ৫ বিঘা × ৬ছটাক = ৩০ ছটাক = /১৸৵
৷৩ × /৷৵ = / ৵৮ ,, ৮ কাঠা × ৬ ছটাক = ৪৮ গণ্ডা = /৵৮
/৷৶ × /৷৵ = ৻২৷৷৵ ,, ৭ ছটাক × ৬ছটাক = ৪২কাক = ৻২৷৷৵

১৯৷৷২৷৵১০৷৷৵

∴ নির্ণেয় কালি বিঘা ১৯৷৷২৷৵১০৷৷৵ কাক।

ষোড়শ উদাহরণ-মালা।

নিম্নলিখিত আয়তক্ষেত্রগুলির দৈর্ঘ্য ও বিস্তার দেওয়া আছে তাহাদের কালি শুভঙ্করের নিয়মে স্থির কর।

১। ৪/০ ও ৩/০। ২। ১০৷৷০ ও ৫/০।

৩। ১২৸০ ও ৮৷৷০। ৪। ১৪৷৩ ও ১৪৷৩।

৫। ২৪।৩ ও ১৪॥৩। ৬। ৫৭।০ ও ৪২।৩।

৭। ৯৯৸৪ ও ৪৯৸৪। ৮। ১১৫॥৪ ও ১০৫।২।

৯। ১।২৶ ও ১/৩৶০। ১০। ৪।৪।/০ ও ২॥১৶০।

১১। ১০॥০/।৶ ও ৭/৪।। ১২। ১২।১৸৶ ও ৩॥৩॥/০।

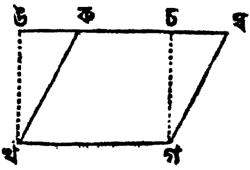
১৩। প্রতি বিঘায় ১।০ করিয়া খাজানা আদায় হইলে যে মহালের দৈর্ঘ্য ৩০২॥১ ও বিস্তার ২২২৸২ তাহাতে কত খাজানা পাওয়া যাইবে?

১৪। প্রতি বিঘা জমীর খাজানা ১।৶১০ করিয়া হইলে যে মাঠের দৈর্ঘ্য ১২॥৪ এবং খাজানা ১৮৩৸৶৪॥ তাহার বিস্তার কত?

সপ্তদশ পরিচ্ছেদ।

সমান্তরাল ক্ষেত্র।

৯৪। কোন সমান্তরাল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে।



কখগঘ একটী সমান্তরাল ক্ষেত্র। খ ও গ বিন্দু হইতে খঙ ও গচ লম্বদ্বয় ঘকএর উপর পাত কর।

এখন কখগঘ ও ঙখগচ ক্ষেত্রদ্বয় পরস্পর সমান (জ্যামিতি ১ম অঃ ৩৫শ প্রঃ)। ঙখগচ একটী আয়ত ক্ষেত্র, কাজেই ইহার ক্ষেত্রফল খগ × চগ (৮৫ অনুচ্ছেদ দেখ)। সুতরাং কখগঘ সমান্তরাল ক্ষেত্রেরও ক্ষেত্রফল খগ × চগ অর্থাৎ ভূমি × উন্নতি। আরও যদি কখকে ভূমি ধরা যায় তবেও এইরূপে দেখান যাইতে পারে যে কখকে উন্নতি দ্বারা অর্থাৎ ঘগস্থ কোন বিন্দু হইতে কখএর উপর পাতিত লম্ব দ্বারা গুণ করিলে কখগঘ সমান্ত-

রাল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়। অতএব সমান্তরাল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল স্থির করার নিম্নলিখিত নিয়মটী লিখিত হইল:

নিয়ম। ভূমিকে উন্নতি দিয়া গুণ কর, গুণফল সমান্তরাল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হইবে।

উদাহরণ:

(১) যে সমান্তরাল ক্ষেত্রের ভূমি ১২ ফুট ও উন্নতি ৮ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত?

ক্ষেত্রফল = ১২ × ৮ = ৯৬ বর্গ ফুট।

(২) কোন সমান্তরাল ক্ষেত্রের ভূমি ১২ ফুট ৭ ইঞ্চ এবং উন্নতি ৫ ফুট ১০ ইঞ্চ; ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল কত?

১২ ফুট ৭ ইঞ্চ = ১৫১ ইঞ্চ, এবং ৫ ফুট ১০ ইঞ্চ = ৭০ ইঞ্চ। অতএব ক্ষেত্রফল ১৫১ × ৭০ = ১০৫৭০ বর্গ ইঞ্চ = ৭৩ বর্গ ফুট ৫৮ বর্গ ইঞ্চ।

অথবা নিম্নলিখিতরূপেও অঙ্কটীর সমাধান হইতে পারে:

১২ ফুট ৭ ইঞ্চ = ১২$\frac{৭}{১২}$ ফুট = $\frac{১৫১}{১২}$ ফুট; ৫ ফুট ১০ ইঞ্চ = ৫$\frac{৫}{৬}$ ফুট = $\frac{৩৫}{৬}$ ফুট।

$$\therefore \quad \text{ক্ষেত্রফল} = \frac{১৫১}{১২} \times \frac{৩৫}{৬} = \frac{৫২৮৫}{৭২} = ৭৩\frac{২৯}{৭২} \text{ বর্গ ফুট}$$

= ৭৩ বর্গ ফুট ৫৮ বর্গ ইঞ্চ।

৯৫। নিম্নে সমান্তরাল ক্ষেত্র সম্বন্ধীয় কয়েকটী বিবিধ প্রশ্নের সমাবেশ করা গেল।

(১) কোন সমান্তরাল ক্ষেত্রের পার্শ্ববর্ত্তী বাহুদ্বয় ৪৫ ফুট ও ৭৫ ফুট; ইহার ক্ষেত্রফল ইহার সমান পরিবেষ্টন বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের চতুর্থাংশ; সমান্তরাল ক্ষেত্রটীর উন্নতি নির্ণয় কর।

সমান্তরাল ক্ষেত্রটীর পরিবেষ্টন ৪৫+৭৫+৪৫+৭৫=২৪০ ফুট ; অতএব এই পরিমিত পরিবেষ্টন বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের বাহু $=\frac{২৪০}{৪}$=৬০ ফুট, কাজেই বর্গক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল =৬০×৬০ =৩৬০০ বর্গফুট। সুতরাং সমান্তরাল ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল $=\frac{৩৬০০}{৪}$ =৯০০ বর্গফুট। এখন যে বাহুর পরিমাণ ৪৫ ফুট তাহা ভূমি ধরিলে সমান্তরাল ক্ষেত্রটীর উন্নতি $=\frac{৯০০}{৪৫}$=২০ ফুট। আর যে বাহুর পরিমাণ ৭৫ ফুট তাহা ভূমি ধরিলে উন্নতি $=\frac{৯০০}{৭৫}$=১২ ফুট।

(২) কোন রম্বসের প্রত্যেক বাহু ১৫ ফুট এবং একটী কর্ণও ১৫ ফুট, রম্বস্‌টীর ক্ষেত্রফল কত ?

রম্বস্ ক্ষেত্রটীর যে কর্ণের পরিমাণ ১৫ ফুট সেই কর্ণটী টানিলে রম্বস্‌টী দুইটী সমবাহু ত্রিভূজে বিভক্ত হয়। এই সমবাহু ত্রিভুজদ্বয়ের প্রত্যেকটীর উন্নতি ৫২ অণুচ্ছেদানুসারে =১৫×·৮৬৬ ফুট। কিন্তু এই উন্নতি রম্বস্ ক্ষেত্রটীর উন্নতির সমান। অতএব রম্বস্‌টীর ক্ষেত্রফল = ১৫ × ১৫ × ·৮৬৬ =১৯৪·৮৫ বর্গফুট।

সপ্তদশ উদাহরণ-মালা।

নিম্নলিখিত সমান্তরাল ক্ষেত্রগুলির ভূমি ও উন্নতি দেওয়া আছে তাহাদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১। ভূমি ৫০ গজ, উন্নতি ৩২ গজ।

২। ভূমি ৩৬ গজ ১ ফুট, উন্নতি ১২ গজ ২ ফুট।

৩। ভূমি ১০০ গজ ২ ফুট ১১ ইঞ্চ, উন্নতি ৭৬ গজ ৫ ইঞ্চ।

৪। ভূমি ৭।৪ কাঠা, উন্নতি ২৪।৩ কাঠা।

৫। ভূমি ১০ চেইন ১৭ লিঙ্ক, উন্নতি ৯ চেইন ৯ লিঙ্ক।

নিম্নলিখিত পরিমাণগুলি যে সকল সমান্তরাল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ও ভূমি তাহাদের উন্নতি নির্ণয় কর।

৬। ক্ষেত্রফল ২৭০৯ বর্গগজ, ভূমি ৬৩ গজ।

৭। ক্ষেত্রফল ১ বিঘা, ভূমি ১২৮ গজ।

৮। ক্ষেত্রফল অর্দ্ধ একার, ভূমি ৭ চেইন ৫০ লিঙ্ক।

৯। ক্ষেত্রফল ১৬৩৩ বর্গগজ, ভূমি ৯০ গজ ২ ফুট ২ ইঞ্চ।

১০। কোন সমান্তরাল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৭২৩৷৷৩ কাঠা, উন্নতি ২০৷৷০ কাঠা, ভূমির পরিমাণ কত?

১১। কোন সমান্তরাল ক্ষেত্রের উন্নতি ৪ গজ ১ ফুট, ভূমি ৭ গজ, ভূমির পার্শ্ববর্ত্তী বাহু ৩ গজ ২ ফুট ৪·৫ ইঞ্চ; এই বাহুর উপর তৎসম্মুখস্থ বাহুর কোন বিন্দু হইতে লম্ব পাত করা হইয়াছে। লম্বটীর পরিমাণ নির্ণয় কর।

১২। কোন সমান্তরাল ক্ষেত্রের পার্শ্ববর্ত্তী বাহুদ্বয় ৩০ ও ২৪ ফুট; যে আয়তক্ষেত্রের বাহুগুলি এই সমান্তরাল ক্ষেত্রের বাহুগুলির সমান সে আয়ত-ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল এই সমান্তরাল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের ছয় গুণ। ক্ষেত্রটীর পরস্পর সম্মুখস্থ বাহুদ্বয়ের দূরতা নির্ণয় কর।

১৩। কোন রম্বস্ ক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহু ২০ ফুট এবং একটী কর্ণও ২০ ফুট; রম্বস্‌টীর ক্ষেত্রফল বাহির কর।

১৪। কোন রম্বসের প্রত্যেক বাহু ১০০ ফুট এবং প্রত্যেক বৃহত্তর কোণ প্রত্যেক লঘুতর কোণের দ্বিগুণ; রম্বস্ ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল বাহির কর।

১৫। কোন সমান্তরাল ক্ষেত্রের পরস্পর পার্শ্ববর্ত্তী বাহুদ্বয় ৪৮ ও ৩৬ ফুট; ইহার ক্ষেত্রফল ইহার সমান পরিবেষ্টন বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের দুই তৃতীয়াংশ; এই ক্ষেত্রটীর উন্নতি কত?

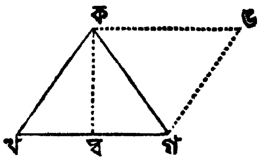
১৬। কোন সমান্তরাল ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৩৭৭ বর্গফুট; সমান্তরাল ক্ষেত্র-টীর ভূমি ৪ ফুট অধিক দীর্ঘ হইলে তাহার ক্ষেত্রফল ৪২৯ বর্গফুট হইত। ক্ষেত্র-টীর ভূমিও উন্নতি নির্ণয় কর।

১৭। কখগঘ সমান্তরাল ক্ষেত্রের কখ ও কঘ বাহুর পরিমাণ যথাক্রমে ২৭ ও ৩৬ ফুট। ক হইতে খগ এর উপর পাতিত লম্ব যদি ১৫ ফুট হয়, তবে গ হইতে কখ এর উপর পাতিত লম্ব কত হইবে?

অষ্টাদশ পরিচ্ছেদ।

ত্রিভুজ।

৯৬। ত্রিভুজের ভূমিও উন্নতি দেওয়া আছে, ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে।



ক খ গ একটা ত্রিভুজ।

ক বিন্দু হইতে খগ ভূমির উপর কঘ লম্ব পাত কর; কঘ ত্রিভুজটীর উন্নতি। ক বিন্দু দিয়া খগএর সমান্তরাল কঙ এবং গ বিন্দু দিয়া কখ এর সমান্তরাল গঙ টান। এখন কখগ ত্রিভুজটী কখগঙ সমান্তরাল ক্ষেত্রটীর অর্দ্ধ (জ্যাঃ ১মঃ অঃ ৪১শ প্রঃ)।

কিন্তু ৯৪ অণুচ্ছেদানুসারে ক খ গ ঙ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $=$ খগ $\times$ কঘ, অতএব কখগ ত্রিভূজের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ খগ $\times$ কঘ $= \frac{১}{২} \times$ ভূমি $\times$ উন্নতি।

নিয়ম। ত্রিভুজের ভূমি ও উন্নতি পরস্পর গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধেক লইলেই ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়।

উদাহরণ :

(১) কোন ত্রিভুজের ভূমি ১২ হাত এবং উন্নতি ৫ হাত ৮ অঙ্গুলি, ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল কত?

৫ হাত ৮ অঙ্গুলি $= ৫\frac{১}{৩}$ হাত; $১২ \times ৫\frac{১}{৩} = ১২ \times \frac{১৬}{৩} = ৬৪$; ৬৪ এর $\frac{১}{২} = ৩২$। অতএব ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল ৩২ বর্গ হাত।

(২) যে ত্রিভুজের ভূমি ৪৮ ফুট ও উন্নতি ৫২ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত?

ত্রিভুজের ভূমি ও উন্নতি গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধেক লওয়াও যে কথা ভূমির অর্দ্ধেকে উন্নতি দ্বারা গুণ করা, বা ভূমি দ্বারা উন্নতির অর্দ্ধেকে গুণ করাও সেই কথা। ফলতঃ যে স্থলে যেরূপে সুবিধা হয় সে স্থলে সেইরূপ করাই কর্ত্তব্য।

৪৮এর $\frac{১}{২}$ = ২৪ ; ∴ ক্ষেত্রফল = ৫২ × ২৪ = ১২৪৮ বর্গফুট।

(৩) যে সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের পার্শ্বস্থ বাহুদ্বয় ২২ ও ২৪ হাত তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

এখানে মনে কর ২৪ হাত বাহুটী যেন সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি সুতরাং ২২ হাত বাহুটী শীর্ষ কোণ হইতে ভূমির উপর লম্ব; কাজেই ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২}$ × ২৪ × ২২ = ১২ × ২২ = ২৬৪ বর্গ হস্ত।

মন্তব্য। এই উদাহরণ হইতে স্পষ্টই দেখা যায় যে সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের পার্শ্বস্থ বাহুদ্বয়ের গুণফলের অর্দ্ধেকই তাহার ক্ষেত্রফল।

৯৭। ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল, আর ভূমি ও উন্নতির কোন একটী, জানা থাকিলে অপরটী অনায়াসেই বাহির করা যাইতে পারে। কারণ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণকে ভূমি দ্বারা ভাগ করিলে উন্নতি এবং উন্নতি দ্বারা ভাগ করিলে ভূমি পাওয়া যাইবে।

উদাহরণ :

(১) যে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ২৪৩ বর্গ হাত এবং ভূমি ২৭ হাত তাহার উন্নতি কত ?

$$\text{নির্ণেয় উন্নতি} = \frac{২ \times ২৪৩}{২৭} = ২ \times ৯ = ১৮ \text{ হাত।}$$

(২) যে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ১ বর্গ মাইল ও উন্নতি ৭০৪ গজ তাহার ভূমি কত ?

$$৭০৪ \text{ গজ} = \frac{৭০৪}{১৭৬০} \text{ মাইল} = \frac{২}{৫} \text{ মাইল।}$$

$$\text{অতএব ভূমি} = ২ \times ১ \div \frac{২}{৫} = ২ \times \frac{৫}{২} = ৫ \text{ মাইল।}$$

৯৮। ত্রিভুজের তিন বাহু জানা আছে, ত্রিভুজটীর ক্ষেত্র-ফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। তিন বাহুর সমষ্টির অর্দ্ধ হইতে প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ পৃথক পৃথক বিয়োগ কর। পরে এই তিন বিয়োগফল ও বাহুত্রয়ের সমষ্টির অর্দ্ধ পরস্পর গুণ করিয়া গুণফলের বর্গমূল লইলেই ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল পাওয়া যাইবে।

(এই নিয়মটী কিরূপে পাওয়া যায় তাহা বীজগণিত না জানিলে বুঝা যায় না সুতরাং তাহা এস্থলে লিখা গেল না)।

উদাহরণ :

(১) যে ত্রিভুজের বাহুত্রয় ১৩, ১৪, ও ১৫ হাত তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

১৩ + ১৪ + ১৫ = ৪২, ৪২ এর $\frac{১}{২}$ = ২১। ২১ − ১৩ = ৮,

২১ − ১৪ = ৭, ২১ − ১৫ = ৬।

২১ × ৮ × ৭ × ৬ = ৭০৫৬। ৭০৫৬ এর বর্গমূল ৮৪।

অতএব ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল ৮৪ বর্গ হাত।

(২) যে ত্রিভুজের তিন বাহু ক্রমান্বয়ে ৩২, ৩৩, ও ৩৪ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

৩২ + ৩৩ + ৩৪ = ৯৯, ৯৯এর $\frac{১}{২}$ = ৪৯·৫। ৪৯·৫ − ৩২ = ১৭·৫,

৪৯·৫ − ৩৩ = ১৬·৫, ৪৯·৫ − ৩৪ = ১৫·৫।

৪৯·৫ × ১৭·৫ × ১৬·৫ × ১৫·৫ = ২২১৫৪৩·৪৩৭৫।

২২১৫৪৩·৪৩৭৫ এই রাশির বর্গমূল ঠিক বাহির হয় না, কিন্তু তিন দশমিক স্থান পর্য্যন্ত বর্গমূল আকর্ষণ করিলে ৪৭০·৬৮৪ পাওয়া যায়, অতএব ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল প্রায় ৪৭০·৬৮৪ বর্গফুট।

(৩) কোন ত্রিভুজের বাহুত্রয় ১৬, ১৯, ও ২১; দেখাও যে তাহার ক্ষেত্রফল $৮৪\sqrt{৩}$। *

$$১৬+১৯+২১=৫৬,\ ৫৬ \text{ এর } \tfrac{১}{২}=২৮। \quad ২৮-১৬=১২,$$

$$২৮-১৯=৯,\ ২৮-২১=৭।$$

$$\therefore \text{ ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল} = \sqrt{২৮ \times ১২ \times ৯ \times ৭}$$

$$= \sqrt{৪ \times ৭ \times ৪ \times ৩ \times ৯ \times ৭} = \sqrt{৪ \times ৪ \times ৭ \times ৭ \times ৯ \times ৩}$$

$$= ৪ \times ৭ \times ৩ \times \sqrt{৩} = ৮৪ \times \sqrt{৩} = ৮৪\sqrt{৩}।$$

৯৯। ত্রিভুজের বাহু তিনটী জানা থাকিলে তাহার যে কোন বাহুর উপর তৎসম্মুখস্থ কোণ হইতে পতিত লম্বের পরিমাণ অনায়াসেই বাহির করা যাইতে পারে। কারণ তিন বাহু জানা থাকাতে ৯৮ অণুচ্ছেদের নিয়ম দ্বারা ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল বাহির করিয়া তাহার দ্বিগুণকে যে বাহু দ্বারা ভাগ করা যাইবে ভাগফল, সেই বাহুর উপর তৎসম্মুখস্থ কোণ হইতে পতিত লম্বের পরিমাণ হইবে।

উদাহরণ :

(১) যে ত্রিভুজের তিন বাহু ১৩, ২১, ও ২০ হাত তাহার ২১ হাত বাহুর উপর তৎসম্মুখস্থ কোণ হইতে পতিত লম্বের পরিমাণ কত?

$১৩+২১+২০=৫৪$, ৫৪ এর $\tfrac{১}{২}=২৭$। $২৭-১৩=১৪$, $২৭-২১=৬$, $২৭-২০=৭$। $২৭ \times ১৪ \times ৬ \times ৭=১৫৮৭৬$। $\sqrt{১৫৮৭৬}=১২৬$। $\therefore$ ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল ১২৬ বর্গ হাত।

$$\therefore \text{ ২১ হাত বাহুর উপর লম্ব} = \frac{২ \times ১২৬}{২১} = ২ \times ৬ = ১২ \text{ হাত।}$$

* $৮৪ \times \sqrt{৩}$কে সুবিধার জন্য সংক্ষেপে $৮৪\sqrt{৩}$ লিখা হয়।

যদি ১৩ ও ২০ হাত বাহুদ্বয়ের উপর পতিত লম্ব বাহির করিতে হয় তাহা হইলে তাহাদের পরিমাণ যথাক্রমে $\frac{২ \times ১২৬}{১৩}$ ও $\frac{২ \times ১২৬}{২০}$ অর্থাৎ ১৯$\frac{৫}{১৩}$ ও ১২$\frac{৩}{৫}$ হাত।

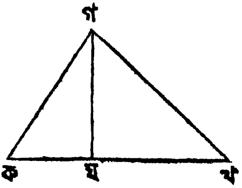
১০০। ত্রিভুজ সম্বন্ধীয় কতকগুলি বিবিধ প্রশ্ন নিম্নে সন্নিবিষ্ট হইল।

(১) ২৫ ফুট দীর্ঘ কোন দেওয়ালের উপর ত্রিভুজাকার একটী গাঁথনি আছে। গাঁথনিটীর সর্ব্বোচ্চ কোণের উচ্চতা ভূমি হইতে ২৪ ফুট এবং দেওয়ালের উপর হইতে ৮ ফুট। গাঁথনিটী সহ দেওয়ালটীর ক্ষেত্রফল কত ?

এখানে দেখা যায় যে ত্রিভুজাকার গাথনিটীর ভূমি ২৫ফুট এবং উন্নতি ৮ফুট ; অতএব ইহার ক্ষেত্রফল $\frac{২৫ \times ৮}{২}$ = ১০০ বর্গফুট।

দেওয়ালটীর দৈর্ঘ্য ২৫ ফুট এবং উচ্চতা ২৪ − ৮ = ১৬ ফুট ; অতএব দেয়ালটীর ক্ষেত্রফল ২৫ × ১৬ = ৪০০ বর্গফুট। কাজেই গাঁথনিটী সহ দেওয়ালটীর ক্ষেত্রফল = ১০০ + ৪০০ = ৫০০ বর্গফুট।

(২) কোন ত্রিভুজের তিন বাহুর পরিমাণ ৩৫, ৬৬, ও ৫৩ ফুট ; ৬৬ ফুট বাহুর উপর তৎসম্মুখস্থ কোণ হইতে লম্ব পাত করিলে বাহুটী যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হয়, সেই দুই খণ্ডের পরিমাণ নির্ণয় কর।



মনে কর ক খ গ ত্রিভুজের কগ বাহু ৩৫ ফুট, কখ বাহু ৬৬ ফুট এবং খগ বাহু ৫৩ ফুট।

$$৩৫+৬৬+৫৩=১৫৪,\ ১৪৫ \text{ এর } \tfrac{১}{২}=৭৭।$$

$$৭৭-৩৫=৪২,\ ৭৭-৬৬=১১,\ ৭৭-৫৩=২৪।$$

অতএব ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল $=\sqrt{৭৭\times৪২\times১১\times২৪}$

$$=\sqrt{৭\times১১\times৬\times৭\times১১\times৬\times৪}$$

$=\sqrt{৭\times৭\times১১\times১১\times৬\times৬\times৪}=৭\times১১\times৬\times২$ বর্গ-ফুট। অতএব গঘ লম্ব $=\frac{২\times৭\times১১\times৬\times২}{৬৬}=২\times৭\times২=২৮$ ফুট।

এখন, কঘ $=\sqrt{(কগ+গঘ)\times(কগ-গঘ)}$

$$=\sqrt{(৩৫+২৮)\ (৩৫-২৮)}=\sqrt{৬৩\times৭}=\sqrt{৯\times৭\times৭}$$

$$=৩\times৭=২১ \text{ হাত।}$$

এবং ঘখ $=$ কখ $-$ কঘ $=৬৬-২১=৪৫$ হাত।

(৩) ক খ গ ত্রিভুজের ক খ বাহু $=৩৯$ হাত, খ গ বাহু $=১৬$ হাত এবং গ ক বাহু $=২৫$ হাত। খ গ বাহুর মধ্যে ঘ নামক এমত একটী বিন্দু লওয়া হইয়াছে যে, ক ঘ গ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল সমগ্র ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের $\frac{৪৯}{১২৮}$ অংশ। ক ঘ রেখার পরিমাণ নির্ণয় কর।

কখগ ত্রিভুজটীর বাহুত্রয়ের পরিমাণ হইতে স্পষ্টই দেখা যায় যে কগখ কোণটী স্থূল কোণ* (প্রতিকৃতি অঙ্কিত কর)। সুতরাং খগকে বৃদ্ধি করিয়া ক বিন্দু হইতে তদুপরি কঙ লম্বপাত কর।

এখন, $৩৯+১৬+২৫=৮০$, ৮০এর $\tfrac{১}{২}=৪০$। $৪০-৩৯=১$,

---

* ত্রিভুজের কোন কোণের সম্মুখস্থ বাহুর বর্গ কোণটীর পার্শ্ববর্ত্তী বাহুদ্বয়ের বর্গসমষ্টি হইতে বৃহত্তর হইলে কোণটী স্থূল কোণ, সমান হইলে কোণটী সমকোণ, এবং লঘুতর হইলে কোণটী সূক্ষ্ম কোণ হয়। এখানে $৩৯^২$, $১৬^২+২৫^২$ হইতে বৃহত্তর কাজেই কগখ কোণ স্থূলকোণ।

$৪০-১৬=২৪$, $৪০-২৫=১৫$। অতএব ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল

$=\sqrt{৪০\times ১\times ২৪\times ১৫}=\sqrt{৪\times ৫\times ২\times ২\times ৩\times ৪\times ৩\times ৫}$

$=\sqrt{৪\times ৪\times ৫\times ৫\times ২\times ২\times ৩\times ৩}=৪\times ৫\times ২\times ৩=১২০$ বর্গ-হাত।

সুতরাং কঙ $=\frac{২\times ১২০}{১৬}=১৫$। $\therefore$ গঙ $=\sqrt{২৫^২-১৫^২}=২০$।

পুনশ্চ, কঘগ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $=$ কখগ ত্রিভুজের ক্ষেত্র-ফলের $\frac{৪৯}{১২৮}$ অংশ $=১২০\times \frac{৪৯}{১২৮}=\frac{১৫\times ৪৯}{১৬}$ বর্গহাত।

যেহেতু কঙএর পরিমাণকে ঘ গ এর পরিমাণ দিয়া গুণ করিলে ক ঘ গ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ হয় অতএব

ঘগ $=\frac{২\times ১৫\times ৪৯}{১৬}\div ১৫=\frac{২\times ১৫\times ৪৯}{১৬\times ১৫}=\frac{৪৯}{৮}=৬\frac{১}{৮}$।

$\therefore$ ঘঙ $=৬\frac{১}{৮}+২০=২৬\frac{১}{৮}=\frac{২০৯}{৮}$। এখন কঘ $=\sqrt{\text{কঙ}^২+\text{ঘঙ}^২}$

$=\sqrt{১৫^২+(\frac{২০৯}{৮})^২}=\sqrt{২২৫+\frac{৪৩৬৮১}{৬৪}}=\sqrt{\frac{১৪৪০০+৪৩৬৮১}{৬৪}}$

$=\sqrt{\frac{৫৮০৮১}{৬৪}}=\frac{২৪১}{৮}=৩০\frac{১}{৮}$ হাত।

(৪) কোন ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের সমষ্টির অর্দ্ধ ১২৬ হাত, বৃহত্তম বাহুটী অন্য দুই বাহুর একটী অপেক্ষা ৪৯ হাত ও অপরটী অপেক্ষা ৫৬ হাত বৃহত্তর। সমান ক্ষেত্র ফল বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রের পরিবেষ্টন অপেক্ষা এই ত্রিভুজটীর পরিবেষ্টন কত অধিক?

বাহুত্রয়ের সমষ্টির অর্দ্ধ $=১২৬$, অতএব বাহুত্রয়ের সমষ্টি $=২\times ১২৬=২৫২$। যেহেতু বৃহত্তম বাহু অন্য দুই বাহুর একটী অপেক্ষা ৪৯ হাত ও অপরটী অপেক্ষা ৫৬ হাত বৃহত্তর কাজেই এই সমষ্টি ২৫২ তে ৪৯ ও ৫৬ যোগ করিলে যাহা হইবে তাহা বৃহত্তম বাহুর তিন গুণ, অতএব বৃহত্তম বাহু $=\frac{২৫২+৪৯+৫৬}{৩}$

$=\frac{২৩৮}{২}=১১৯$; সুতরাং লঘুতর বাহুদ্বয় ১১৯ − ৪৯ ও ১১৯ − ৫৫ অর্থাৎ ৭০ ও ৬৩ হাত।

১২৬ − ১১৯ = ৭, ১২৬ − ৭০ = ৫৬ ১২৬ − ৬৩ = ৬৩।

অতএব ত্রিভূজটীর ক্ষেত্রফল $=\sqrt{১২৬ \times ৭ \times ৫৬ \times ৬৩}$

$=\sqrt{২ \times ৭ \times ৯ \times ৭ \times ৭ \times ২ \times ৪ \times ৭ \times ৯}$

$=\sqrt{২ \times ২ \times ৭ \times ৭ \times ৯ \times ৯ \times ৭ \times ৭ \times ৪}$

$=২ \times ৭ \times ৯ \times ৭ \times ২$ বর্গহাত।

অতএব ত্রিভূজটীর সমান বর্গক্ষেত্রের বাহু $=\sqrt{২ \times ৭ \times ৯ \times ৭ \times ২}$ $=\sqrt{২ \times ২ \times ৭ \times ৭ \times ৯}=২ \times ৭ \times ৩=৪২$ হাত। সুতরাং ত্রিভুজটীর পরিবেষ্টন বর্গক্ষেত্রের পরিবেষ্টন হইতে ২৫২ − ১৬৮ অর্থাৎ ৮৪ হাত অধিক।

(৫) কোন সূক্ষ্মকোণী ত্রিভূজের ক্ষেত্রফল ২১০ বর্গহাত দুইটী বাহু ১৭ ও ২৫ হাত; ত্রিভুজটীর তৃতীয় বাহুর পমিাণ কত?

মনে কর কখগ ত্রিভূজের (প্রতিকৃতি অঙ্কিত কর) ক্ষেত্রফল ২১০ বর্গহাত এবং কখ = ১৭হাত ও খগ = ২৫হাত, কগ বাহু স্থির করিতে হইবে। ক বিন্দু হইতে খগএর উপর কঘ লম্বপাত কর।

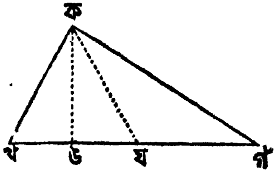
কঘ $=\frac{২ \times ২১০}{২৫}=\frac{৮৪}{৫}=১৬{\cdot}৮$। খঘ $=\sqrt{(কখ+কঘ) \times (কখ-কঘ)}$ $=\sqrt{(১৭+১৬{\cdot}৮) \times (১৭-১৬{\cdot}৮)}=\sqrt{৩৩{\cdot}৮ \times {\cdot}২}=\sqrt{৬{\cdot}৭৬}$ $=২{\cdot}৬$ হাত।

ঘগ = খগ − খঘ = ২৫ − ২·৬ = ২২·৪ হাত।

কগ $=\sqrt{কঘ^২+ঘগ^২}=\sqrt{১৬{\cdot}৮^২+২২{\cdot}৪^২}$

$=\sqrt{২৮২{\cdot}২৪+৫০১{\cdot}৭৬}=\sqrt{৭৮৪}=২৮$ হাত।

(৬) যে সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ১২০ বর্গহাত এবং কর্ণ ২৬ হাত তাহার বাহুদ্বয় কত ?



মনে কর, কখগ সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ১২০ বর্গ-হাত ও খগ কর্ণ ২৬ হাত। খগকে ঘ বিন্দুতে সমদ্বিখণ্ডিত করিয়া কঘ সরলরেখা টানিলে সহজেই প্রমাণ করা যায় যে কঘ খগ এর অর্দ্ধ * ; অতএব কঘ $=\frac{\text{২৬}}{\text{২}}=\text{১৩}$। কঙ লম্ব $=\frac{\text{২}\times\text{১২০}}{\text{২৬}}$

$$=\frac{\text{১২০}}{\text{১৩}}\text{।}\quad \text{ঘঙ}=\sqrt{\left(\text{১৩}+\frac{\text{১২০}}{\text{১৩}}\right)\times\left(\text{১৩}-\frac{\text{১২০}}{\text{১৩}}\right)}$$

$$=\sqrt{\frac{\text{১৬৯}+\text{১২০}}{\text{১৩}}\times\frac{\text{১৬৯}-\text{১২০}}{\text{১৩}}}=\sqrt{\frac{\text{২৮৯}\times\text{৪৯}}{\text{১৩}\times\text{১৩}}}=\frac{\text{১৭}\times\text{৭}}{\text{১৩}}$$

$$=\frac{\text{১১৯}}{\text{১৩}}\text{।}\quad \text{খঙ}=\text{খঘ}-\text{ঙঘ}=\text{১৩}-\frac{\text{১১৯}}{\text{১৩}}=\frac{\text{১৬৯}-\text{১১৯}}{\text{১৩}}=\frac{\text{৫০}}{\text{১৩}}\text{।}$$

$$\text{কখ}=\sqrt{\text{কঙ}^{\text{২}}+\text{খঙ}^{\text{২}}}=\sqrt{\left(\frac{\text{১২০}}{\text{১৩}}\right)^{\text{২}}+\left(\frac{\text{৫০}}{\text{১৩}}\right)^{\text{২}}}$$

$$=\sqrt{\frac{\text{১৪৪০০}}{\text{১৬৯}}+\frac{\text{২৫০০}}{\text{১৬৯}}}=\sqrt{\frac{\text{১৬৯০০}}{\text{১৬৯}}}=\sqrt{\text{১০০}}=\text{১০ হাত।}$$

$$\text{সুতরাং কগ}=\sqrt{(\text{২৬}+\text{১০})\times(\text{২৬}-\text{১০})}=\sqrt{\text{৩৬}\times\text{১৬}}$$

$$=\text{৬}\times\text{৪}=\text{২৪ হাত।}$$

মন্তব্য। সমকোণী ত্রিভুজের বাহুদ্বয়ের গুণফল এবং কর্ণ জানা থাকিলে বাহুদ্বয় কিরূপে নির্ণয় করিতে হয় তাহার এক নিয়ম এস্থলে দেখান গেল।

---

* কঘকে বৃদ্ধি করিয়া ঘচকে কঘ এর সমান কর; খচ সংযুক্ত কর। জ্যামিতির প্রথম অধ্যায় চতুর্থ প্রতিজ্ঞানুসারে খঘচ ত্রিভুজ = গঘক ত্রিভুজ, খচ = গক, এবং ∠কগঘ = ∠চখঘ। অতএব কগ ও খচ সমান্তরাল, কাজেই কখচ কোণও সমকোণ (জ্যাঃ ১ম অঃ ২৯ শঃ প্রঃ)। অতএবই ∠খকগ = ∠কখচ। এখন খকগ ত্রিভুজ = কখচ ত্রিভুজ এবং খগ = কচ। কিন্তু কচ, কঘ এর দ্বিগুণ সুতরাং খগও কঘ এর দ্বিগুণ।

অষ্টাদশ উদাহরণ-মালা।

নিম্নে যে সকল ত্রিভুজের ভূমি ও উন্নতি দেওয়া হইয়াছে তাহাদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১। ভূমি ২৫ ফুট, উন্নতি ২৪ ফুট।

২। ভূমি ১২ গজ ১ ফুট, উন্নতি ৯ গজ ২ ফুট।

৩। ভূমি ১৮ গজ ২ ফুট ৭ ইঞ্চ, উন্নতি ১৬ গজ ১ ফুট ৮ ইঞ্চ।

৪। ভূমি ২৮ চেইন ৩৮ লিঙ্ক, উন্নতি ৩২ চেইন ৫৭ লিঙ্ক।

৫। ভূমি ৮।৷২ কাঠা, উন্নতি ১০।২ কাঠা।

৬। যে সমকোণী ত্রিভুজের বাহুদ্বয় ৩৭ ও ৭৮ হাত তাহার ক্ষেত্রফল কত?

৭। যে সমকোণী ত্রিভুজের এক বাহু ২৩১ ফুট ও কর্ণ ২৮১ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত?

৮। যে সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ৫৬৫ গজ ও এক বাহু ২৭৬ গজ তাহার ক্ষেত্রফল কত?

৯। যে সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ৭২ হাত ও এক বাহু ২৭ হাত তাহার ক্ষেত্রফল বর্গহাতে দুই দশমিক স্থান পর্য্যন্ত নির্ণয় কর।

১০। যে সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ৮৯২ একার ২ রুড এবং এক বাহু ২১২ চেইন ৫০ লিঙ্ক তাহার কর্ণের পরিমাণ কত?

১১। যে সমকোণী ত্রিভুজের একবাহু ১৪ হাত এবং কর্ণ, অপর বাহু হইতে ৭ হাত বৃহত্তর তাহার ক্ষেত্রফল কত?

১২। যে সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ৬৭.৪৫৬ হাত এবং কর্ণ, কোটী হইতে ৩৮.৪৪ হাত অধিক লম্বা তাহার ক্ষেত্রফল কত?

১৩। কোন ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ৪২ বর্গহাত এবং ভূমি ১২ হাত, ত্রিভুজটীর উন্নতি কত?

১৪। যে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল বিঃ ২৫/৪ কাঠা এবং উন্নতি বিঃ ৬।১ কাঠা তাহার ভূমি কত?

নিম্নে যে সকল ত্রিভুজের তিন বাহুর পরিমাণ দেওয়া আছে তাহাদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১৫। ১৩, ১৩, ২৪। ১৬। ৬৮, ৬৮, ৬৪।

১৭। ৮৯, ৮৯, ১৬০। ১৮। ১৪৯, ১৪৯, ২৮০।

১৯। ৪১০, ৪১০, ৭৪৮। ২০। ২৫, ৩৯, ৪০।

২১। ৮৭, ৭৫, ১০৮। ২২। ১০৯, ১০০, ১৭১।

২৩। ১১৯, ১৭৫, ১৯৬। ২৪। ২২৯, ১৫৬, ৩৬৫।

২৫। ১৯০, ৩২৩, ৩৯৯। ২৬। ১৫৭·৫, ৫২৬·৫, ৪৫০।

২৭। ৫৯১·৬, ৬৫২·৫, ৬৬৯·৯। ২৮। ৫৩, ৮৭·২৫, ১০২·৭৫।

নিম্নে যে সকল ত্রিভুজের তিন বাহুর পরিমাণ দেওয়া গেল তাহাদের ক্ষেত্রফল তিন দশমিক স্থান পর্য্যন্ত নির্ণয় কর।

২৯। ৫, ৬, ৭। ৩০। ৮, ৯, ১০।

৩১। ২৫, ২৬, ২৭। ৩২। ৩৭, ৪৭, ৫৭।

৩৩। ১২, ৭১, ৮০। ৩৪। ৩০, ৫১, ৬৩।

৩৫। ৫২, ৮১, ৯১। ৩৬। ২১, ৩১, ৪১।

৩৭। ১, ১, ১। ৩৮। ২৫, ২৫, ২৫।

৩৯। কোন ত্রিভুজের তিন বাহু ক্রমান্বয়ে ৯, ১০, ও ১১ ; দেখাও যে ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল ৩০ √২।

৪০। কোন ত্রিভুজের বাহুত্রয় ক্রমে ৪১, ৬৩, ও ৮৮ ; দেখাও যে ইহার ক্ষেত্রফল ৫২৮ √৫।

৪১। যে ত্রিভুজের তিন বাহু ৬৫, ৬৯, ও ৭৪ ; দেখাও যে তাহার ক্ষেত্রফল ৭৮০ √৭।

৪২। যে ত্রিভুজের বাহুত্রয় ৯১, ৯৮, ও ১০৫ হাত তাহার ৯৮ হাত বাহুর উপর তৎসম্মুখস্থ কোণ হইতে পতিত লম্বের পরিমাণ কত ?

৪৩। যে ত্রিভুজের তিনটী বাহু ১০৬, ১১৯, ও ১৯৫ হাত তাহার বৃহত্তম বাহুর উপর তৎসম্মুখবর্ত্তী কোণ হইতে পাতিত লম্বের পরিমাণ নির্ণয় কর। এই লম্ব দ্বারা ত্রিভুজটী যে দুই ভাগে বিভক্ত হয় তাহাদের পৃথক্ পৃথক্ ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৪৪। যে স্থূলকোণী ত্রিভুজের স্থূলকোণের পার্শ্বস্থ দুইটী বাহু ৭০ ও ১১৯ হাত এবং স্থূলকোণ হইতে তৎসম্মুখস্থ বাহুর উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ ৫৬ হাত তাহার ক্ষেত্রফল কত?

৪৫। কোন স্থূলকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ৩৫৭০ বর্গহাত, স্থূলকোণের পার্শ্বস্থ এক বাহু ১২৫ হাত, এবং স্থূলকোণ হইতে তৎসম্মুখস্থ বাহুর উপর পাতিত লম্বের পরিমাণ ৩৫ হাত, ত্রিভুজটীর অনির্দ্দিষ্ট বাহুদ্বয় নির্ণয় কর।

৪৬। কোন স্থূলকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ১১৮৮০ বর্গহাত এবং স্থূলকোণের সম্মুখস্থ বাহুর পরিমাণ ২৭০ হাত; অপর একটী বাহুর পরিমাণ ১৮৭ হাত হইলে তৃতীয় বাহুর পরিমাণ কত হওয়া উচিত?

৪৭। কোন সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ৫৮৮ বর্গহাত, দুইটী বাহুর পরিমাণ ৪২ ও ৩৫ হাত; তৃতীয় বাহুটীর পরিমাণ কত?

৪৮। কোন সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ৪৬৮ বর্গফুট, দুইটী বাহুর পরিমাণ ৪০ ও ৩৯ ফুট, তৃতীয় বাহুর পরিমাণ কত?

৪৯। কোন ত্রিভুজের বাহুত্রয় যথাক্রমে ৩৯, ৪৫, ও ৪২ ফুট; ত্রিভুজটীর মধ্যে বৃহত্তম বাহুর সমান্তরাল করিয়া এবং অন্য দুই বাহুকে সমদ্বিখণ্ডিত করিয়া একটী সরল রেখা টানা হইয়াছে; এই সরল রেখা দ্বারা ত্রিভুজটী যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হইয়াছে তাহাদের পৃথক্ পৃথক্ ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৫০। কোন ত্রিভুজের বাহুত্রয় যথাক্রমে ৫১, ৭৫, ও ৮৪ হাত; লঘুতম বাহুটীর সমান্তরাল করিয়া দুইটী সরল রেখা ত্রিভুজটীর মধ্যে টানা হইয়াছে। এই দুইটী সরল রেখা দ্বারা অন্য দুই বাহু সমান তিন খণ্ডে বিভক্ত হইয়াছে। ত্রিভুজটীর তিনটী খণ্ডের পৃথক্ পৃথক্ ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৫১। যে সমবাহু ত্রিভুজের পরিবেষ্টন (অর্থাৎ তিন বাহুর সমষ্টি) ৪৮ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত?

৫২। যে সমবাহু ত্রিভুজের উন্নতি ৩২ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত?

৫৩। কোন ত্রিভুজের বাহুত্রয় ৩০, ৫১, ও ৬৩ ফুট; ইহার ক্ষেত্রফল, সমান পরিবেষ্টনবিশিষ্ট সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল অপেক্ষা কত ন্যূন বা অধিক?

৫৪। কোন সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিবেষ্টন ৩৬ ফুট, এবং ইহার প্রত্যেক বাহু ভূমির $\frac{৫}{৮}$ অংশ। ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৫৫। ত্রিভুজাকার একখানা তামার পাতের তিন বাহু ১৩, ১৪, ও ১৫ ইঞ্চ। ১৪ ইঞ্চ পার্শ্ব হইতে ৩ ইঞ্চ ওসার এক অংশ কাটিয়া লইলে তাহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

৫৬। কোন আয়ত ক্ষেত্রের পরস্পর পার্শ্ববর্ত্তী বাহুদ্বয় ৭৬ ও ১৩৫ ফুট। ক্ষেত্রটীর মধ্যে একটী বিন্দু লওয়া হইয়াছে; এই বিন্দুটী লঘুতর একটী বাহুর প্রান্তদ্বয় হইতে ৮৭ ও ৬৫ ফুট অন্তরে অবস্থিত। এই বিন্দুটীকে আয়ত ক্ষেত্রটীর চারিটী কৌণিক বিন্দুর সহিত যোগ করিলে যে চারিটী ত্রিভুজ উৎপন্ন হইবে তাহাদের পৃথক্ পৃথক্ ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৫৭। কোন বর্গক্ষেত্রের বাহু ১০০ হাত; ইহার মধ্যে এমত একটী বিন্দু লওয়া হইয়াছে যাহা এক বাহুর প্রান্তদ্বয় হইতে ৬০ ও ৮০ হাত অন্তরে অবস্থিত। এই বিন্দুটীকে বর্গক্ষেত্রের চারিটী কৌণিক বিন্দুর সহিত সংযুক্ত করিলে যে চারিটী ত্রিভুজ উৎপন্ন হইবে তাহাদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৫৮। কখগ একটী সমকোণী ত্রিভুজ, খ কোণ সমকোণ, কগ এর উপর খঘ লম্ব পাত করা হইয়াছে। কঘ=৩৬ ফুট, ঘগ=৬৪ ফুট, ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত?

৫৯। কখগ একটী ত্রিভুজ; কঘ, খগ এর উপর লম্ব। যদি কঘ=১৩ ফুট, এবং ঘ হইতে কখ ও কগ এর উপর পাতিত লম্বদ্বয় যথাক্রমে ৫ ফুট ও $১০_{৮}$ ফুট হয় তবে ত্রিভুজের বাহুত্রয় ও ক্ষেত্রফল কত?

৬০। কোন সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের পার্শ্বস্থ এক বাহু ৩০ হাত, কর্ণ ৫০ হাত, সমকোণ হইতে কর্ণের উপর লম্ব পাত করিলে ত্রিভুজটী যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হয় তাহাদের পৃথক্ পৃথক্ ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৬১। লম্বভাবে দণ্ডায়মান কোন বাঁশের অগ্রভাগে সংলগ্ন কপিতে দড়ি জড়ান ছিল; এক ব্যক্তি সেই দড়ি ধরিয়া কতক দূর যাওয়াতে কপি হইতে ১৩ হাত দড়ি বাহির হইল এবং সেই দিকে আরও ৩০ হাত যাওয়াতে কপি হইতে আরও ২৪ হাত দড়ি বাহির হইল; বাঁশটী কত উচ্চ ছিল?

৬২। লম্বভাবে দণ্ডায়মান কোন বাঁশের উপরের ১০ হাত বায়ুবেগে ভগ্ন

হইয়া মূলদেশ হইতে কিছু দূরে ভূমি স্পর্শ করিল। বাঁশটী যদি আরও ৭ হাত অধিক উচ্চ হইত এবং ঐ স্থানেই ভাঙ্গিত তবে তাহার অগ্রভাগ মূলদেশ হইতে আরও ৯ হাত দূরে ভূমি স্পর্শ করিত; বাঁশটী কত উচ্চ ছিল?

৬৩। প্রত্যেক বর্গফুট ।৬॥// ক্রান্তি হিসাবে কোন ত্রিভুজাকার উঠান বাঁধানের ব্যয় ১০০০ টাকা। উঠানের দীর্ঘতম বাহু ১২০ ফুট; অপর দুই বাহু সমান হইলে তাহাদের প্রত্যেকের পরিমাণ কত?

৬৪। কোন ত্রিভুজের এক বাহুকে ১৩ ধরিলে অপর দুই বাহুকে ১৪ ও ১৫ ধরিতে হয়। যদি ত্রিভুজটীর তিনটী বাহুর সমষ্টি ১৪৭ ফুট হয় তবে তাহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

৬৫। কোন সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ২১০ বর্গফুট এবং কর্ণ ২৯ ফুট, বাহুদ্বয় নির্ণয় কর।

৬৬। যে সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ৮৪ বর্গফুট ও কর্ণ ২৫ ফুট তাহার বাহুদ্বয়ের পরিমাণ কি?

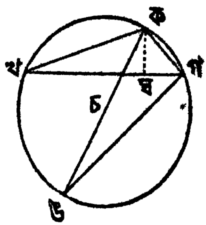
৬৭। কোন স্থূলকোণী ত্রিভুজের স্থূলকোণের পার্শ্বস্থ দুইটী বাহু ৯ ও ১০ পোল, ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল ৩৬ বর্গ পোল হইলে তৃতীয় বাহুর পরিমাণ কত হইবে?

৬৮। কোন সমকোণী ত্রিভুজের বাহুদ্বয় ২০ ও ২১ ফুট; ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল এবং সমকোণ হইতে কর্ণের উপর লম্বের পরিমাণ নির্ণয় কর।

ঊনবিংশ পরিচ্ছেদ।

ত্রিভুজের অন্তঃস্থ ও বহিঃস্থ বৃত্ত।

১০১। ত্রিভুজের তিন বাহু জানা আছে, ত্রিভুজটীর চতুর্দ্দিকে অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাস নির্ণয় করিতে হইবে।



ক খ গ একটী ত্রিভুজ। কঙ এই ত্রিভুজের চতুর্দ্দিকে অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাস। ক বিন্দু হইতে খগ ভূমির উপর কঘ লম্ব পাত কর। গঙ সংযুক্ত কর। চ বিন্দু যেন বৃত্তটার কেন্দ্র।

৫৮ অণুচ্ছেদের প্রতিকৃতিতে চকঙ কোণকে যেরূপে সমকোণ প্রমাণ করা গিয়াছে এখানেও কগঙ কোণকে সেইরূপে সমকোণ প্রমাণ করা যাইতে পারে; সুতরাং কগঙ কোণ কঘখ কোণের সমান। খচ সংযুক্ত করিয়া ছ পর্য্যন্ত বৃদ্ধি কর এবং চগ সংযুক্ত কর।* কচছ কোণ কখচ কোণের দ্বিগুণ (জ্যাঃ ১ম অঃ ৫ম ও ৩২শ প্রঃ); কিন্তু গচছ কোণ গখচ কোণের দ্বিগুণ, অতএব অবশিষ্ট কচগ কোণ কখগ কোণের দ্বিগুণ; কিন্তু কচগ কোণ কঙগ কোণেরও দ্বিগুণ। অতএব কখগ কোণ কঙগ কোণের সমান। এখন কঘখ ও কগঙ ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে ∠কঘখ = ∠কগঙ, ∠কখঘ = ∠কঙগ, অতএব ∠খকঘ = ∠ঙকগ। সুতরাং কঘখ ও কগঙ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ; কাজেই

কঘ : কখ :: কগ : কঙ।

$$\therefore \quad \text{কঙ} = \frac{\text{কখ} \times \text{কগ}}{\text{কঘ}} = \frac{\text{কখ} \times \text{কগ} \times \text{খগ}}{\text{কঘ} \times \text{খগ}}$$

নিয়ম। ত্রিভুজের তিনটী বাহুর ধারাবাহিক গুণফলকে তাহার ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণ দিয়া ভাগ করিলে ভাগফল ত্রিভুজটার চতুর্দ্দিকে অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসপরিমাণ হইবে।

---

* পার্শ্ববর্ত্তী প্রতিকৃতিতে খচ ও চগ টানা হয় নাই পাঠার্থীরা স্বীয় স্বীয় প্রতিকৃতিতে উক্ত রেখাদ্বয় টানিয়া লইবে।

উদাহরণ :

(১) যে ত্রিভুজের তিন বাহু যথাক্রমে ২৫, ৩৯, ও ৫৬ হাত তাহার চতুর্দ্দিকে অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাস কত ?

$$২৫+৩৯+৫৬=১২০,\quad ১২০ \text{এর } \tfrac{১}{২}=৬০ ।$$

$$৬০-২৫=৩৫\;;\; ৬০-৩৯=২১\;;\; ৬০-৫৬=৪ ।$$

$$\sqrt{৬০\times৩৫\times২১\times৪}=\sqrt{৩\times৪\times৫\times৭\times৫\times৭\times৩\times৪}$$

$$=\sqrt{৩\times৩\times৪\times৪\times৫\times৫\times৭\times৭}=৩\times৪\times৫\times৭=৪২০ ।$$

∴ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ৪২০ বর্গ হস্ত।

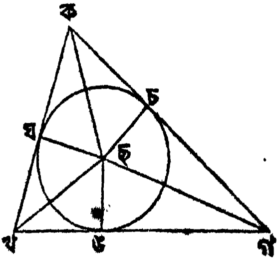
$$\therefore\quad \text{বৃত্তের ব্যাস}=\frac{২৫\times৩৯\times৫৬}{২\times৪২০}=৬৫ \text{ হাত।}$$

(২) যে ত্রিভুজের বাহুত্রয় যথাক্রমে ৫, ৬, ও ৭ ফুট তাহার চতুর্দ্দিকে অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাস কত ?

$৫+৬+৭=১৮$, ১৮এর $\tfrac{১}{২}=৯$। $৯-৫=৪$, $৯-৬=৩$, $৯-৭=২$। $\sqrt{৯\times৪\times৩\times২}=\sqrt{২১৬}=$ প্রায় ১৪·৬৯৬।

$$\therefore\quad \text{ব্যাস}=\frac{৫\times৬\times৭}{২\times১৪\text{·}৬৯৬}=\frac{১০৫}{১৪\text{·}৬৯৬}=\text{প্রায় } ৭\text{·}১৪৪ \text{ ফুট।}$$

১০২ কোন ত্রিভুজের তিন বাহু জানা আছে, ত্রিভুজটীর মধ্যে অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ স্থির করিতে হইবে।



ক খ গ ত্রিভুজটীর মধ্যে ঘঙচ বৃত্তটী অঙ্কিত হইয়াছে; সুতরাং ত্রিভুজটীর তিন বাহুই বৃত্তটীকে স্পর্শ করিয়া আছে। ছ বিন্দু বৃত্তটীর কেন্দ্র; কছ, ঘছ, খছ, ঙছ, গছ ও চছ

সংযুক্ত কর। ঘছ, ঙছ ও চছ ব্যাসার্দ্ধত্রয় যথাক্রমে কখ, খগ ও গকএর উপর লম্ব (পঞ্চম উদাহরণমালার ২৫ উদাহরণ দেখ)। এখন, কখগ ত্রিভুজ = কছখ ত্রিভুজ + খছগ ত্রিভুজ + গছক ত্রিভুজ।

∴ কখগ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\frac{1}{2}$ × ছঘ × কখ + $\frac{1}{2}$ × ছঙ × খগ + $\frac{1}{2}$ × ছচ × গক = $\frac{1}{2}$ × ব্যাসার্দ্ধ × কখ + $\frac{1}{2}$ × ব্যাসার্দ্ধ × খগ + $\frac{1}{2}$ × ব্যাসার্দ্ধ × গক = $\frac{1}{2}$ × ব্যাসার্দ্ধ × (কখ + খগ + গক)।*

এখন দেখা যায় যে কখগ ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল, তাহার বাহুত্রয়ের সমষ্টি ও তন্মধ্যে অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের গুণফলের অর্দ্ধ। অতএব ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণকে বাহুত্রয়ের সমষ্টি দ্বারা ভাগ করিলে ভাগ ফল ব্যাসার্দ্ধের পরিমাণ হইবে, অর্থাৎ

$$\text{ব্যাসার্দ্ধ} = \frac{২ \times \text{ক্ষেত্রফল}}{\text{বাহুত্রয়ের সমষ্টি}}।$$

নিয়ম। কোন ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের দ্বিগুণকে তাহার বাহুত্রয়ের সমষ্টি দ্বারা ভাগ করিলে ভাগফল ত্রিভুজের মধ্যে অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ হইবে।

উদাহরণ :

(১) যে ত্রিভুজের বাহুত্রয় ৪, ১৩, ও ১৫ হাত তাহার মধ্যে অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ কত ?

---

* দুই বা ততোধিক রাশিকে কোন একটী রাশি দ্বারা পৃথক পৃথক গুণ করিয়া গুণফলগুলি একত্র যোগ করিলে যাহা পাওয়া যায় তাহা রাশিগুলির সমষ্টিও উক্ত রাশিটীর গুণফলের সমান। দৃষ্টান্ত :—

$$২ \times ৪ + ২ \times ৫ + ২ \times ৬ = ৮ + ১০ + ১২ = ৩০।$$

$$২ \times (৪ + ৫ + ৬) = ২ \times ১৫ = ৩০।$$

অতএব $২ \times ৪ + ২ \times ৫ + ২ \times ৬ = ২ \times (৪ + ৫ + ৬)$।

$$৪+১৩+১৫=৩২,\ ৩২\ এর\ \frac{১}{২}=১৬।$$
$$১৬-৪=১২,\ ১৬-১৩=৩,\ ১৬-১৫=১।$$
$$\sqrt{১৬\times ১২\times ৩\times ১}=\sqrt{১৬\times ৩৬}=৪\times ৬=২৪।$$
$$\therefore\ নির্ণেয়\ ব্যাসার্দ্ধ=\frac{২\times ২৪}{৩২}=\frac{৩}{২}=১\frac{১}{২}\ হাত।$$

(২) যে ত্রিভুজের বাহুত্রয় ৭, ৮, ও ৯ ফুট তাহার মধ্যে অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাস কত?

$$৭+৮+৯=২৪,\ ২৪\ এর\ \frac{১}{২}=১২।$$
$$১২-৭=৫,\ ১২-৮=৪,\ ১২-৯=৩।\quad \sqrt{১২\times ৫\times ৪\times ৩}$$
$$=\sqrt{১২\times ১২\times ৫}=১২\times \sqrt{৫}=১২\times ২{\cdot}২৩৬।$$
$$\therefore\ নির্ণেয়\ ব্যাসার্দ্ধ=\frac{২\times ১২\times ২{\cdot}২৩৬}{২৪}=২{\cdot}২৩৬\ ফুট।$$

উনবিংশ উদাহরণমালা।

নিম্নলিখিত পরিমাণ বাহুবিশিষ্ট ত্রিভুজগুলির চতুর্দ্দিকে অঙ্কিত বৃত্তক্ষেত্রগুলির ব্যাস নির্ণয় কর।

১। ৯১, ১২৫, ২০৪।   ২। ১৭৫, ২০৩, ২৫৯।

৩। ৫৭, ৬৫, ৬৮।   ৪। ৩০৫, ৩৬৯, ৪২৪।

৫। ৩৮, ৩৯, ৪০।   ৬। ৪১, ৪২, ৪৩।

নিম্নলিখিত পরিমাণ বাহুবিশিষ্ট ত্রিভুজগুলির মধ্যে অঙ্কিত বৃত্তক্ষেত্রগুলির ব্যাসার্দ্ধ নির্ণয় কর।

৭। ১৭, ২৫, ২৬।   ৮। ৩৯, ৪০, ৫০।

৯। ১৬৮, ১৮৩, ২২৫।   ১০। ১৫২, ১৭০, ২১০।

১১। ২৫, ২৬, ২৭।   ১২। ৫৩, ৫৫, ৫৮।

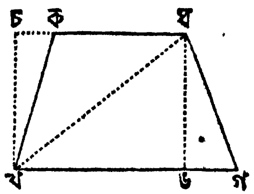
১৩। কোন মঠ তিন স্থান হইতে সমদূরে অবস্থিত। প্রথম ও দ্বিতীয় স্থানের ব্যবধান ২১ মাইল, তৃতীয় স্থান প্রথম স্থান হইতে ১৭ মাইল ও দ্বিতীয় স্থান হইতে ১০ মাইল দূরে; স্থানত্রয় হইতে মঠটী কত দূরে অবস্থিত?

বিংশ পরিচ্ছেদ।

ট্র্যাপিজএড।

১০৩। কোন ট্র্যাপিজএডের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে।

কখগঘ একটী ট্র্যাপিজএড; কঘ ও খগ ইহার সমান্তরাল বাহুদ্বয়। খঘ কর্ণ টানিয়া ক্ষেত্রটীকে কখঘ ও ঘখগ দুই ত্রিভুজে বিভক্ত কর। ঘ বিন্দু হইতে খগ এর উপর ঘঙ লম্ব পাত কর। এবং ঘকএর উপর খ বিন্দু হইতে খচ লম্ব পাত কর।



ঘখগ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ খগ $\times$ ঘঙ; কখঘ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ কঘ $\times$ খচ $= \frac{1}{2} \times$ কঘ $\times$ ঘঙ, কারণ খচ $=$ ঘঙ।

অতএব কখগঘ ট্র্যাপিজএডটীর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ খগ $\times$ ঘঙ $+ \frac{1}{2} \times$ কঘ $\times$ ঘঙ $= \frac{\text{খগ}}{২} \times$ ঘঙ $+ \frac{\text{কঘ}}{২} \times$ ঘঙ $= \left(\frac{\text{খগ}}{২} + \frac{\text{কঘ}}{২}\right) \times$ ঘঙ * $= \frac{\text{খগ} + \text{কঘ}}{২} \times$ ঘঙ $=$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টির অর্দ্ধ $\times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দূরতা।

নিয়ম। কোন ট্র্যাপিজএড্ ক্ষেত্রের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টির অর্দ্ধকে তাহাদের দূরতা দিয়া গুণ করিলে গুণফল ট্র্যাপিজএড্ ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল হইবে।

উদাহরণ :

(১) কোন ট্র্যাপিজএডের সমান্তরাল বাহুদ্বয় ১৫ ফুট, ও

---

* (১৪২ অনুচ্ছেদের টীকা দেখ।)

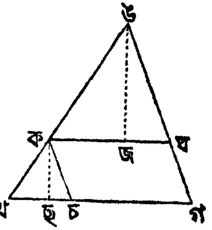
১৮ ফুট, এবং তাহাদের দূরতা ৮ ফুট ; ট্র্যাপিজএড্‌টীর ক্ষেত্রফল কত ?

ট্র্যাপিজএডের ক্ষেত্রফল $= \frac{১৫+১৮}{২} \times ৮ = \frac{৩৩}{২} \times ৮ = ৩৩ \times ৪$ $= ১৩২$ বর্গফুট।

(২) কোন ট্র্যাপিজএডের সমান্তরাল বাহুদ্বয় ৩.৯ ও ৭.৫ হাত, তাহাদের দূরতা ২.৪ হাত ; ট্র্যাপিজএডটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= \frac{৩.৯+৭.৫}{২} \times ২.৪ = \frac{১১.৪}{২} \times ২.৪ = ৫.৭ \times ২.৪$ $= ১৩.৬৮$ বর্গহাত।

(৩) কখগঘ একটী ট্র্যাপিজএড্‌; কখ = ১৩ হাত, খগ = ৪০ হাত, গঘ = ১৫ হাত, এবং ঘক = ২৬ হাত। ট্র্যাপিজএড্‌টীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।



ক বিন্দু দিয়া কচকে ঘগ এর সমান্তরাল করিয়া টান। কচ = ঘগ = ১৫; খচ = খগ − চগ = খগ − কঘ = ৪০ − ২৬ = ১৪; কখ = ১৩। ১৫ + ১৪ + ১৩ = ৪২, ৪২ এর $\frac{১}{২}$ = ২১। ২১ − ১৫ = ৬, ২১ − ১৪ = ৭, ২১ − ১৩ = ৮।

$\therefore$ কখচ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \sqrt{২১ \times ৬ \times ৭ \times ৮}$

$$= \sqrt{৩ \times ৭ \times ২ \times ৩ \times ৭ \times ২ \times ৪} = \sqrt{৩ \times ৩ \times ৭ \times ৭ \times ২ \times ২ \times ৪}$$

$$= ৩ \times ৭ \times ২ \times ২।$$

$\therefore$ কছ $= \frac{২ \times ৩ \times ৭ \times ২ \times ২}{১৪} = ২ \times ৩ \times ২ = ১২$ (৯৭ অনুচ্ছেদ দেখ)।

অতএব ট্র্যাপিজএডের ক্ষেত্রফল $= \frac{৪০+২৬}{২} \times ১২ = \frac{৬৬}{২} \times ১২$ $= ৬৬ \times ৬ = ৩৯৬$ বর্গ হাত।

এই উদাহরণে ট্র্যাপিজএডের চারিটী বাহু জানা থাকিলে ক্ষেত্রফল কিরূপে নির্ণয় করা যায় তাহা দেখান হইল।

(৪) (৩)উদাহরণে ট্র্যাপিজএডের কগ কর্ণের পরিমাণ কত?

$$খছ = \sqrt{(১৩+১২)\times(১৩-১২)} = \sqrt{২৫\times১} = \sqrt{২৫} = ৫।$$

$$ছগ = থগ - খছ = ৪০ - ৫ = ৩৫।$$

$$কগ = \sqrt{কছ^২ + ছগ^২} = \sqrt{১২^২ + ৩৫^২} = \sqrt{১৪৪ + ১২২৫}$$

$$= \sqrt{১৩৬৯} = ৩৭ \text{ হাত।}$$

যদি ঘখ কর্ণ নির্ণয় করিতে হয় তবে ঘ বিন্দু হইতে থগ এর উপর ঘজ লম্বপাত কর। ঘজ = কছ = ১২। এখন পূর্ব্বোক্ত প্রকারে ক্রিয়া সাধন করিলেই ঘখ পাওয়া যাইবে।

(৫) কোন ট্র্যাপিজএডের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যে একটী অপরটী অপেক্ষা ৬ ফুট বৃহত্তর। ট্র্যাপিজএড্টীর ক্ষেত্রফল ৫২০ বর্গফুট ও সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দূরতা ১৩ ফুট হইলে সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের পরিমাণ কত হইবে?

যেহেতুক সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টির অর্দ্ধকে ১৩ দিয়া গুণ করিলে ৫২০ পাওয়া যায়, অতএব সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টির অর্দ্ধ $= \frac{৫২০}{১৩} = ৪০$; সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি $= ৪০ \times ২ = ৮০$। ইহাদের অন্তর ৬। অতএব বৃহত্তর বাহুটী $= (৮০+৬)$এর $\frac{১}{২} = ৪৩$ ফুট; এবং লঘুতর বাহুটী $= (৮০-৬)$ এর $\frac{১}{২} = ৩৭$ ফুট।

বিংশ উদাহরণ-মালা।

নিম্নলিখিত-পরিমাণ-বিশিষ্ট ট্র্যাপিজএডগুলির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১। সমান্তরাল বাহুদ্বয় ৫ ও ৭ ফুট; তাহাদের দূরতা ১৪ ফুট।

২। সমান্তরাল বাহুদ্বয় ১০ ফুট ৫ ইঞ্চ ও ১৪ ফুট ৭ ইঞ্চ; তাহাদের দূরতা ৬ ফুট।

৩। সমান্তরাল বাহুদ্বয় বি ৫।৩ কাঠা ও বি ৮॥২ কাঠা; তাহাদের দূরতা বি ৪॥১ কাঠা।

৪। সমান্তরাল বাহুদ্বয় ১০ চেইন ৩৫ লিঙ্ক ও ২৫ চেইন ৪৭ লিঙ্ক; তাহাদের দূরতা ২ চেইন ১৭ লিঙ্ক।

৫। সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমষ্টি ৫৭৮৬ লিঙ্ক ও তাহাদের দূরতা ১০১ লিঙ্ক।

নিম্নলিখিত পরিমাণ বাহু বিশিষ্ট ট্র্যাপিজএডগুলির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৬। সমান্তরাল বাহুদ্বয় ৯ ও ২১ ফুট; অপর দুই বাহুর প্রত্যেকে ১০ ফুট। এই ট্র্যাপিজএডটীর কর্ণদ্বয়ের পরিমাণ কি?

৭। সমান্তরাল বাহুদ্বয় ২৮ ও ৪৪ ফুট; অপর দুই বাহুর প্রত্যেকে ১৭ ফুট। এই ট্র্যাপিজএডটীর কর্ণদ্বয়ের পরিমাণ কি?

৮। সমান্তরাল বাহুদ্বয় ২৯ ও ৫০ ফুট; অপর বাহুদ্বয় ১৭ ও ১০ ফুট।

৯। সমান্তরাল বাহুদ্বয় ৩২ ও ৪৯ ফুট; অপর বাহুদ্বয় ২৫ ও ২৬ ফুট।

১০। সমান্তরাল বাহুদ্বয় ৫৭ ও ৭২ ফুট; অপর বাহুদ্বয় ৩৭ ও ২৬ ফুট।

১১। সমান্তরাল বাহুদ্বয় ৪১ ফুট ও ৫৩ ফুট ৬ ইঞ্চ; অপর বাহুদ্বয় ৩৭ ফুট ও ২৫ ফুট ৬ ইঞ্চ।

১২। কোন ট্র্যাপিজএডের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যে একটী অপরটী অপেক্ষা ১২ ফুট বৃহত্তর; সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দূরতা ১৭ ফুট ও ট্র্যাপিজএডটীর ক্ষেত্রফল ৩০৬ বর্গফুট। সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের পৃথক পৃথক পরিমাণ নির্ণয় কর।

১৩। কোন ট্র্যাপিজএডের সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের পরিমাণ ২৭ ও ৩৭ ফুট এবং তাহাদের দূরতা ২৮ ফুট। সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দূরতার মধ্য-বিন্দু দিয়া তাহাদের সমান্তরাল একটী সরল রেখা ক্ষেত্রটীর মধ্যে টানা হইয়াছে, এই সরল রেখা দ্বারা ক্ষেত্রটী যে দুই ভাগে বিভক্ত হইয়াছে তাহাদের পৃথক পৃথক ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১৪। কোন ট্র্যাপিজএডের সমান্তরাল বাহুদ্বয় ৪৭ ও ৬২ ফুট, তাহাদের দূরতা ৪৪ ফুট। ক্ষেত্রটীর মধ্যে সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমান্তরাল করিয়া দুইটী

সরল রেখা এরূপভাবে টানা হইয়াছে যে তাহাদের দ্বারা অসমান্তরাল বাহুদ্বয় তিন সমান ভাগে বিভক্ত হইয়াছে। এই সরল রেখা দুইটী দ্বারা ট্র্যাপিজএডটী যে তিন ভাগে বিভক্ত হইয়াছে তাহাদের ভিন্ন ভিন্ন ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১৫। কোন ট্র্যাপিজএডের সমান্তরাল বাহুদ্বয় ২৩ ও ৭১ ফুট; অপর দুই বাহুর একটী, সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের উপর লম্বভাবে আছে এবং অপরটীর পরিমাণ ৭৩ ফুট; ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১৬। ক খ গ ঘ একটী চতুর্ভুজ। ক খ, ঘ গ এর সমান্তরাল। কখ=২০৩ ফুট, ঘ গ=১৮৭ ফুট; ক খ ও ঘ গ এর দূরতা ১০০ ফুট। ক খ এর মধ্যে এমন একটী বিন্দু ঙ লওয়া হইয়াছে যে ক ঙ, ক খ ও ঘ গ এর অন্তরের অর্দ্ধ। ঙ খ গ ও ঙ গ ঘ ক ক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১৭। ট্র্যাপিজএডের আকার বিশিষ্ট কোন ক্ষেত্রের চতুর্দ্দিকে বেড়া দিতে প্রতি হাত /১০ আনা হিসাবে ৮৷১০ খরচ পড়ে। প্রতি কাঠা ৩৷৹ হিসাবে ক্ষেত্রটীর খাজানা ৫।৹ টাকা; ক্ষেত্রটীর অসমান্তরাল বাহুদ্বয় ২৫ ও ২৭ হাত হইলে ক্ষেত্রটীর বিস্তার কত হইবে?

একবিংশ পরিচ্ছেদ।

বিষম চতুর্ভুজ।

১০৪। কোন বিষম চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইলে প্রথমতঃ একটী কর্ণ টানিয়া চতুর্ভুজটীকে দুইটী ত্রিভুজে বিভক্ত করিতে হয়; তৎপর এই দুই ত্রিভুজের পৃথক্ পৃথক্ ক্ষেত্রফল নির্ণয় পূর্ব্বক তাহাদের সমষ্টি লইলেই বিষম চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়।

উদাহরণ:

(১) ক খ গ ঘ বিষম চতুর্ভুজের ক খ বাহু=১০ হাত,

খগ বাহু = ১৭ হাত, গঘ বাহু = ১৩ হাত, এবং ঘক বাহু = ২০ হাত। কগ কর্ণ ২১ হাত হইলে চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল কত হইবে ?

১০ + ১৭ + ২১ = ৪৮, ৪৮ এর $\frac{১}{২}$ = ২৪।

২৪ − ১০ = ১৪, ২৪ − ১৭ = ৭, ২৪ − ২১ = ৩।

অতএব কখগ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\sqrt{২৪ \times ১৪ \times ৭ \times ৩}$

$= \sqrt{৩ \times ৪ \times ২ \times ২ \times ৭ \times ৭ \times ৩} = \sqrt{৩ \times ৩ \times ৪ \times ৪ \times ৭ \times ৭}$

$= ৩ \times ৪ \times ৭ = ৮৪$ বর্গ হাত।

পুনরায়, ১৩ + ২০ + ২১ = ৫৪, ৫৪ এর $\frac{১}{২}$ = ২৭।

২৭ − ১৩ = ১৪, ২৭ − ২০ = ৭, ২৭ − ২১ = ৬।

অতএব কঘগ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = $\sqrt{২৭ \times ১৪ \times ৭ \times ৬}$

$= \sqrt{৩ \times ৯ \times ৭ \times ২ \times ৭ \times ৩ \times ২} = \sqrt{২ \times ২ \times ৩ \times ৩ \times ৯ \times ৭ \times ৭}$

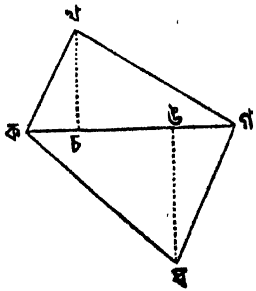
$= ২ \times ৩ \times ৩ \times ৭ = ১২৬$ বর্গহাত।

অতএব কখগঘ বিষম চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল = ৮৪ + ১২৬

= ২১০ বর্গহাত।

১০৫। বিষম চতুর্ভুজের একটী কর্ণ ও তাহার সম্মুখবর্ত্তী কোণদ্বয় হইতে তদুপরি পাতিত লম্বদ্বয়ের পরিমাণ দেওয়া থাকিলে তাহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করার একটী পৃথক্ নিয়ম নিম্নে লিখা গেল।

মনে কর ক খ গ ঘ একটী বিষম চতুর্ভুজ।



ক গ কর্ণের উপর খ চ ও ঘ ঙ লম্ব পাত করা হইয়াছে। এখন, কখগ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ ক গ $\times$ খ চ; এবং ক ঘ গ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল

$=\frac{1}{2}\times$ কগ $\times$ ঘঙ। এতএব কখগঘ বিষম চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}\times$ কগ $\times$ খচ $+\frac{1}{2}\times$ কগ $\times$ ঘঙ $=\frac{1}{2}\times$ কগ $\times$ (খচ $+$ ঘঙ)। *

নিয়ম। লম্বদ্বয়ের সমষ্টিকে কর্ণ দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধেক লইলেই বিষম চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়।

উদাহরণ :

(১) কোন বিষম চতুর্ভুজের একটী কর্ণ ১৬ হাত এবং তদুপরি পাতিত লম্বদ্বয়ের পরিমাণ ৫ ও ৭ হাত; চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}\times$ ১৬ $\times$ (৫ $+$ ৭) $=$ ৮ $\times$ ১২ $=$ ৯৬ বর্গহাত।

(২) কোন চতুর্ভুজের একটী কর্ণ ৭৯ ফুট এবং তদুপরি পাতিত লম্বদ্বয়ের সমষ্টি ৮৪ ফুট; চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}\times$ ৮৪ $\times$ ৭৯ $=$ ৪২ $\times$ ৭৯ $=$ ৩৩১৮ বর্গহাত।

১০৬। যদি কোন চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় লম্বভাবে পরস্পরকে অবচ্ছেদ করে তবে একটী কর্ণের খণ্ডদ্বয়ই, অপর কর্ণের সম্মুখবর্ত্তী কোণদ্বয় হইতে তদুপরি পাতিত লম্বদ্বয়। সুতরাং এরূপ স্থলে কর্ণদ্বয়ের গুণফলের অর্দ্ধেক লইলেই চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়। রম্বস্ ও বর্গক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় লম্বভাবে পরস্পরকে অবচ্ছেদ করে সুতরাং এই নিয়মটী উক্ত ক্ষেত্রদ্বয়ের পক্ষে সর্ব্বদাই প্রয়োগ করা যাইতে পারে।

উদাহরণ :

(১) কোন চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে লম্বভাবে অবচ্ছেদ

---

* ১০২ অনুচ্ছেদের টীকা দেখ।

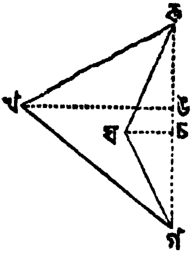
করিতেছে এবং তাহাদের পরিমাণ ১৪ ও ১৭ ফুট ; চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল কত ?

চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল $= \frac{১৪ \times ১৭}{২} = ৭ \times ১৭ = ১১৯$ বর্গফুট।

(২) যে রম্বসের কর্ণদ্বয় ২৫ ও ৩৮হাত তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{২৫ \times ৩৮}{২} = ২৫ \times ১৯ = ৪৭৫$ বর্গহাত।

১০৭। পার্শ্ববর্ত্তী প্রতিকৃতিতে কখগঘ একটী চতুর্ভুজ ক্ষেত্র। কিন্তু ইহার কগ কর্ণ ক্ষেত্রটীর বহির্দ্দেশে পতিত হইয়াছে।



স্পষ্টই দেখা যায় যে কখগ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল হইতে কঘগ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল বিয়োগ করিলেই কখগঘ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়।

অতএব কখগঘ চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ কগ $\times$ খঙ $- \frac{১}{২} \times$ কগ $\times$ ঘচ $= \frac{১}{২} \times$ কগ $\times$ (খঙ $-$ ঘচ)। সুতরাং এরূপ স্থলে ক্ষেত্রফল নির্ণয় করার নিম্নলিখিত নিয়মটী দেওয়া গেল :—

বহির্দ্দেশস্থ কর্ণের উপর তৎসম্মুখস্থ কোণদ্বয় হইতে পাতিত লম্বদ্বয়ের অন্তরকে উক্ত কর্ণ দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধেক লইলেই ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়।

উদাহরণ :

(১) কোন চতুর্ভুজের একটী কর্ণ বহির্দ্দেশে পড়িয়াছে ; কর্ণটীর পরিমাণ ৩৭ ফুট। সম্মুখস্থ কোণদ্বয় হইতে ইহার উপর পাতিত লম্বদ্বয়ের পরিমাণ ১৩ ফুট ও ১৯ ফুট। চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times ৩৭ \times (১৯ - ১৩) = ১১১$ বর্গফুট।

(২) পূর্ব্বোক্ত উদাহরণে কর্ণটীর পরিমাণ ৫·৬ ফুট ও লম্বদ্বয়ের অন্তর ৩·৪ ফুট হইলে চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল কত হইবে ?

ক্ষেত্রফল = ½ × ৫·৬ × ৩·৪ = ৯·৫২ বর্গফুট।

১০৮। যে সকল বিষম চতুর্ভুজের পরস্পর সম্মুখবর্ত্তী দুইটী কোণ একত্রযোগে দুই সমকোণের সমান তাহাদের চারিটী বাহু জানা থাকিলে নিম্নলিখিত নিয়মে তাহাদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যাইতে পারে।

নিয়ম। চারিটী বাহুর যোগফলার্দ্ধ হইতে প্রত্যেক বাহু পৃথক্ পৃথক্ বিয়োগ কর ; এই বিয়োগফল গুলির ধারাবাহিক গুণফলের বর্গ-মূল লইলেই চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল পাওয়া যাইবে।

উদাহরণ :

(১) কোন চতুর্ভুজের পরস্পর সম্মুখবর্ত্তী কোণদ্বয় একত্রযোগে দুই সমকোণের তুল্য। চতুর্ভুজটীর বাহুচতুষ্টয় ক্রমান্বয়ে ৫২, ৬০, ২৫, ও ৩৯ হাত হইলে তাহার ক্ষেত্রফল কত হইবে ?

৫২ + ৬০ + ২৫ + ৩৯ = ১৭৬, ১৭৬ এর ½ = ৮৮। ৮৮ − ৫২ = ৩৬, ৮৮ − ৬০ = ২৮, ৮৮ − ২৫ = ৬৩, ৮৮ − ৩৯ = ৪৯।

অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল = $\sqrt{৩৬ \times ২৮ \times ৬৩ \times ৪৯}$

$= \sqrt{৩৬ \times ৪৯ \times ৪ \times ৭ \times ৭ \times ৯} = ৬ \times ৭ \times ২ \times ৭ \times ৩$

= ১৭৬৪ বর্গফুট।

(২) যে চতুর্ভুজের পরস্পর সম্মুখবর্ত্তী কোণদ্বয় একত্রযোগে দুই সমকোণের তুল্য তাহার বাহুচতুষ্টয় ক্রমান্বয়ে ৫, ৬, ৮, ৯ ফুট হইলে তাহার ক্ষেত্রফল কত হইবে ?

৫ + ৬ + ৮ + ৯ = ২৮, ২৮এর ½ = ১৪।

১৪ − ৫ = ৯, ১৪ − ৬ = ৮, ১৪ − ৮ = ৬, ১৪ − ৯ = ৫।

অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $=\sqrt{৯\times ৮\times ৬\times ৫}=\sqrt{২১৬০}$
$=৪৬\cdot৪৭৫\cdots$ বর্গফুট।

১০৯। নিম্নে বিষম চতুর্ভুজ সম্বন্ধীয় কয়েকটী বিবিধ প্রশ্নের সমাবেশ করা গেল।

(১) কখগঘ একটী বিষম চতুর্ভুজ। কখ $=$ ২০ হাত, খগ $=$ ২৬ হাত, গঘ $=$ ১৭ হাত, ঘক $=$ ১৫ হাত। খকঘ কোণ সমকোণ; চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল কত?

প্রতিকৃতি অঙ্কিত কর। খঘ কর্ণ টান। খকঘ কোণ সমকোণ, অতএব খঘ $=\sqrt{কখ^২+কঘ^২}=\sqrt{২০^২+১৫^২}=\sqrt{৪০০+২২৫}$ $=\sqrt{৬২৫}=২৫$ হাত। খকঘ ত্রিভূজের ক্ষেত্রফল $=\frac{১}{২}\times২০\times১৫$ $=১৫০$ বর্গহাত। $২৫+২৬+১৭=৬৮$, ৬৮ এর $\frac{১}{২}=৩৪$। $৩৪-২৫$ $=৯$, $৩৪-২৬=৮$, $৩৪-১৭=১৭$। অতএব খঘগ ত্রিভূজের ক্ষেত্রফল $=\sqrt{৩৪\times৯\times৮\times১৭}=\sqrt{১৭\times২\times৯\times৪\times২\times১৭}$ $=\sqrt{১৭\times১৭\times৯\times৪\times২\times২}=১৭\times৩\times২\times২=২০৪$ বর্গহাত। সুতরাং চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল $=১৫০+২০৪=৩৫৪$ বর্গহাত।

(২) কোন রম্বসের কর্ণদ্বয় ৪০ ও ৪২ ফুট; রম্বস্‌টীর ক্ষেত্রফল, এক বাহু, এবং উন্নতি নির্ণয় কর।

রম্বসের ক্ষেত্রফল $=\frac{১}{২}\times৪০\times৪২=৮৪০$ বর্গ ফুট। রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে লম্বভাবে সমদ্বিখণ্ডিত করে। অতএব রম্বসের বাহু $=\sqrt{(\frac{৪০}{২})^২+(\frac{৪২}{২})^২}=\sqrt{২০^২+২১^২}=\sqrt{৪০০+৪৪১}$ $=\sqrt{৮৪১}=২৯$ ফুট। $\therefore$ রম্বসের উন্নতি $=\frac{৮৪০}{২৯}=২৮\frac{২৮}{২৯}$ ফুট।

একবিংশ উদাহরণ-মালা।

১। কখগঘ বিষম চতুর্ভুজের কখ=২০ ফুট, খগ=৭ ফুট, গঘ=১৩ ফুট, ঘক=৪ ফুট। কগ কর্ণ ১৫ ফুট হইলে চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল কত হইবে?

২। কখগঘ চতুর্ভুজের কখ=১২৫ ফুট, খগ=১৪৫ ফুট, গঘ=১০৮ ফুট, ঘক=১৪৪ ফুট, কগ কর্ণ=১৮০ ফুট; চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৩। কখগঘ চতুর্ভুজের কখ=৫ ফুট, খগ=৬ ফুট, গঘ=৪ ফুট, ঘক=৭ ফুট, কগ কর্ণ =৮ ফুট; চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল স্থির কর।

নিম্নলিখিত পরিমাণ বিশিষ্ট চতুর্ভুজগুলির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৪। একটী কর্ণ ৩৮ হাত এবং তদুপরি পাতিত লম্বদ্বয় ১১ ও ১৩ হাত।

৫। একটী কর্ণ ৪৪·৭৩ ফুট এবং তদুপরি পাতিত লম্বদ্বয় ১২·৬ এবং ৯·৭২ ফুট।

৬। একটী কর্ণ ২৪ ফুট ৭ ইঞ্চ এবং তদুপরি পাতিত লম্বদ্বয় ২৩ ফুট এবং ১৩ ফুট ৮ ইঞ্চ।

৭। একটী কর্ণ বি ১২।৩ কাঠা এবং তদুপরি পাতিত লম্বদ্বয় বি ৭॥১ কাঠা ও বি ৫।৪ কাঠা।

৮। একটা কর্ণ ১৪ চেইন ৭০ লিঙ্ক এবং তদুপরি পাতিত লম্বদ্বয় ৩ চেইন ৩৭ লিঙ্ক ও ৫ চেইন ২১ লিঙ্ক।

৯। একটী কর্ণ ২২ গজ ২ ফুট এবং তদুপরি পাতিত লম্বদ্বয়ের সমষ্টি ১২ গজ ১ ফুট।

১০। কোন চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ৩৭ একার ১ রুড ১৬ বর্গ পোল; একটী কর্ণ ২৫ চেইন। যদি কর্ণটীর উপর পাতিত লম্বদ্বয়ের অন্তর ৩·৬ চেইন হয় তবে তাহাদের পৃথক্ পৃথক্ পরিমাণ কত হইবে?

১১। কোন চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় ১২৭ ও ৩৩৭ ফুট এবং তাহারা পরস্পরকে লম্বভাবে অবচ্ছেদ করিতেছে; ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল কত?

১২। যে রম্বস্‌ক্ষেত্রের কর্ণদ্বয় ৭৮ ও ১৬০ হাত তাহার ক্ষেত্রফল কত?

১৩। কোন চতুর্ভুজের একটী কর্ণ ক্ষেত্রটীর বহির্দ্দেশে পড়িয়াছে। কর্ণটীর

পরিমাণ ১১২ ফুট। এই কর্ণটীর সম্মুখবর্ত্তী কোণদ্বয় হইতে ইহার উপর পাতিত লম্বদ্বয় ৬৭ ও ৩৯ ফুট হইলে চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল কত হইবে?

১৪। কোন চতুর্ভুজের একটী কর্ণ ৩২১ ফুট, কর্ণটীর সম্মুখবর্ত্তী কোণদ্বয় হইতে ইহার উপর পাতিত লম্বদ্বয় ১০৮ ও ১৭৩ ফুট; যদি কর্ণটী ক্ষেত্রের মধ্যে পড়ে তবে ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল কত? আর যদি কর্ণটী বহির্দ্দেশে পড়ে তবেই বা কত?

নিম্নে যে সকল চতুর্ভুজের চারি বাহুর পরিমাণ দেওয়া গেল তাহাদের পরস্পর সম্মুখবর্ত্তী কোণদ্বয় একত্রযোগে দুই সমকোণ; চতুর্ভুজগুলির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১৫। ৭, ২৪, ২০, ও ১৫ ফুট। ১৬। ৬৩, ১৬, ২৫, ও ৬০ ফুট।

১৭। ৩৩, ৫৬, ৬৩, ও ১৬ ফুট। ১৮। ৭৭, ৩৬, ৪০, ও ৭৫ ফুট।

১৯। কোন চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের এক বাহু ১১·১ চেইন, বাহুটীর সম্মুখবর্ত্তী কোণদ্বয় হইতে ইহার উপর পাতিত লম্বদ্বয় ৩·৫২ ও ৫·৯৫ চেইন; নির্দ্দিষ্ট বাহুটীর এক প্রান্ত হইতে একটী লম্বের সম্পাত বিন্দু ১·১ চেইন দূরে এবং অপর প্রান্ত হইতে অপর লম্বটীর সম্পাত বিন্দু ৩·৬৫ চেইন দূরে। ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

২০। কখগঘ চতুর্ভুজের কখ = ৩৪ চেইন, খগ = ৬৫ চেইন, কগ কর্ণ = ৯৩ চেইন, এবং ঘ হইতে কগ এর উপর পাতিত লম্ব ২৪ চেইন; চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

২১। কোন চতুর্ভুজের বাহুচতুষ্টয় ক্রমান্বয়ে ২৮, ৪৫, ৩২, ও ৭৫ ফুট; প্রথম ও দ্বিতীয় বাহুর মধ্যবর্ত্তী কোণ সমকোণ, চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল কত?

২২। কোন চতুর্ভুজের বাহুচতুষ্টয় ক্রমান্বয়ে ৭, ৭, ৮ ও ৯ ফুট; এবং প্রথম ও দ্বিতীয় বাহুর মধ্যস্থ কোণ ৬০°। চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

২৩। কোন রম্বসের কর্ণদ্বয় ২৬৬ ও ৩১২ ফুট; রম্বস্‌টীর ক্ষেত্রফল, বাহুর পরিমাণ, এবং উন্নতি নির্ণয় কর।

২৪। কোন রম্বসের ক্ষেত্রফল ১২২৪০০ বর্গফুট, একটী কর্ণ ৫৪৪ ফুট; অপর কর্ণের পরিমাণ কত? আরও, রম্বস্‌টীর বাহু ও উন্নতি নির্ণয় কর।

২৫। কোন চতুর্ভুজের পরস্পর পার্শ্ববর্ত্তী দুইটী বাহু ২০ ও ২১ ফুট এবং তাহাদের মধ্যবর্ত্তী কোণ সমকোণ; চতুর্ভুজটীর অপর দুই বাহু সমান এবং তাহাদের মধ্যবর্ত্তী কোণ ৬০°। চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল কত?

২৬। কোন চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ৭৯৩ বর্গ ফুট, একটী কর্ণের উপর তৎ-সম্মুখস্থ কোণদ্বয় হইতে পাতিত লম্বদ্বয় ৩৭ ও ২৪ ফুট; এই কর্ণটীর পরিমাণ কত? আর যদি লম্ব দুইটীর প্রত্যেকে ২৩ ফুট হয় তবে ক্ষেত্রফল কত হইবে? অথবা যদি ক্ষেত্রফল যাহা আছে তাহাই থাকিয়া লম্বদ্বয়ের প্রত্যেকে ২৩ ফুট হয় তবে কর্ণের পরিমাণ কত হইবে?

দ্বাবিংশ পরিচ্ছেদ।

নিয়মিত বহুভুজক্ষেত্র।

১১০। কোন নিয়মিত বহুভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে।

(১) নিয়মিত বহুভুজ ক্ষেত্রের কেন্দ্রকে উহার কৌণিক বিন্দু-গুলির সহিত সংযুক্ত করিলে ক্ষেত্রটীর যত বাহু আছে ক্ষেত্রটী তত সংখ্যক সমান সমদ্বিবাহু ত্রিভুজে বিভক্ত হয় (৫৫ অণুচ্ছেদ দেখ)। কেন্দ্র হইতে বাহুর উপর লম্বই এই সকল ত্রিভুজের উন্নতি। সুতরাং লম্ব-পরিমাণকে বাহুর পরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধ লইলেই একটী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়। এখন এই ক্ষেত্রফলকে নিয়মিত ক্ষেত্রের যত বাহু আছে তত সংখ্যা দ্বারা গুণ করিলেই সমস্ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় হয়। অথবা (২) বাহুগুলির সমষ্টিকে লম্ব পরিমাণ দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধ লইলেও ক্ষেত্রফল পাওয়া যাইতে পারে।

মন্তব্য। যদি নিয়মিত ক্ষেত্রটীর কেবল বাহুর পরিমাণ দেওয়া থাকে তবে লম্বের পরিমাণ, এবং কেবল লম্বের পরিমাণ দেওয়া থাকিলে বাহুর পরিমাণ ৫৬ অনুচ্ছেদের তালিকার সাহায্যে নির্ণয় করিয়া লইতে হইবে।

উদাহরণ :

(১) যে নিয়মিত পঞ্চভুজ ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ ১০ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

বাহু = ১০ ফুট, ∴ লম্ব = ·৬৮৮২ × ১০ ফুট (তালিকার সাহায্যে)।

∴ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল = ½ × ·৬৮৮২ × ১০ × ১০ × ৫

= ৩৪·৪১ × ৫ = ১৭২·০৫ বর্গফুট।

অথবা, লম্ব = ·৬৮৮২ × ১০ ফুট। বাহুগুলির সমষ্টি

= ১০ × ৫ ফুট।

∴ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল = ½ × ·৬৮৮২ × ১০ × ১০ × ৫

= ১৭২·০৫ বর্গফুট।

(২) যে নিয়মিত দশভুজক্ষেত্রের কেন্দ্র হইতে বাহুর উপর পতিত লম্ব ১৫ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

লম্ব = ১৫, ∴ বাহু = $\frac{১৫}{১·৫৩৮৮}$ (তালিকার সাহায্যে)।

∴ ক্ষেত্রফল = ½ × ১৫ × $\frac{১৫}{১·৫৩৮৮}$ × ১০ = $\frac{১১২৫}{১·৫৩৮৮}$

= ৭৩১·০৮৯···বর্গফুট।

(৩) কোন নিয়মিত বহুভুজক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহু ১৭ ফুট, লম্ব ৩১·৭২২ ফুট, এবং ক্ষেত্রফল ৩২৩৫·৬৪৪ বর্গফুট ; ক্ষেত্রটীর বাহুর সংখ্যা কত ?

ক্ষেত্রটী যতটী সমান ত্রিভুজে বিভক্ত হইতে পারে তাহার প্রত্যেকটীর ক্ষেত্রফল = ½ × ৩১·৭২২ × ১৭ = ১৫·৮৬১ × ১৭ বর্গ-

ফুট। অতএব ক্ষেত্রটীতে $\frac{৩২৩৫\cdot৬৪৪}{১৫\cdot৮৬১ \times ১৭} = \frac{১৯০\cdot৩৩২}{১৫\cdot৮৬১} =$ ১২টী সমান ত্রিভুজ আছে। যত ত্রিভুজ তত বাহু, অতএব ক্ষেত্রটীর ১২টী বাহু।

(৪) যে বৃত্তের ব্যাস ২০ ফুট তন্মধ্যে অঙ্কিত নিয়মিত ষড়্-ভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

বৃত্তের মধ্যে অঙ্কিত নিয়মিত ষড়্ভুজের বাহু বৃত্তটীর ব্যাসার্দ্ধের সমান (৬৯ অণুচ্ছেদ দেখ)। অতএব এখানে ষড়্ভুজটীর বাহু $\frac{২০}{২} =$ ১০ ফুট। লম্ব পরিমাণ $= \cdot৮৬৬ \times ১০$ ফুট।

$\therefore$ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times \cdot৮৬৬ \times ১০ \times ১০ \times ৬$

$= ২৫৯\cdot৮$ বর্গফুট।

(৫) যে বৃত্তের ব্যাস ১ ফুট তন্মধ্যে অঙ্কিত নিয়মিত দ্বাদশ-ভুজের ক্ষেত্রফল কত ?

৬৯ অণুচ্ছেদের প্রতিকৃতিতে ঝক, বৃত্তটীর মধ্যে অঙ্কিত নিয়মিত দ্বাদশভুজ ক্ষেত্রের বাহু। সুতরাং দ্বাদশভুজটীর ক্ষেত্র-ফল ঞকঝ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের বার গুণ। ঞকঝ ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ ঞঝ $\times$ কজ। এখানে ঞঝ $=$ ১ ফুট। চক বৃত্তটীর মধ্যে অঙ্কিত নিয়মিত ষড়্ভুজের বাহু, অতএব চক $=$ ব্যাসার্দ্ধ $=$ ১ ফুট। কজ $=$ চকএর $\frac{১}{২} = \frac{১}{২}$ ফুট। অতএব ঞকঝ ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times ১ \times \frac{১}{২}$ বর্গফুট। কাজেই নিয়মিত দ্বাদশ ভুজটীর ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times ১ \times \frac{১}{২} \times ১২ = ৩$ বর্গফুট।

দ্বাবিংশ উদাহরণ-মালা।

১। যে নিয়মিত নবভুজ ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ ১৬ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

২। যে নিয়মিত পঞ্চভুজ ক্ষেত্রের বাহু ১১ ফুট তাহাতে কত বর্গফুট আছে?

৩। যে নিয়মিত সপ্তভুজ ক্ষেত্রের বাহু ৪০ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত?

৪। যে নিয়মিত দশভুজ ক্ষেত্রের কেন্দ্র হইতে বাহুর উপর পতিত লম্ব ১২ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত?

৫। যে নিয়মিত একাদশ ভুজের কেন্দ্র হইতে বাহুর উপর পতিত লম্ব ১৩ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত?

৬। যে নিয়মিত বহুভুজের প্রত্যেক বাহু ৯ ফুট, কেন্দ্র হইতে বাহুর উপর লম্ব ১৫.৩২৫২ ফুট, এবং ক্ষেত্রফল ৭৫৮.৫৯৭৪ বর্গফুট তাহার বাহুর সংখ্যা কত?

৭। যে নিয়মিত বহুভুজ ক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহু ৪ ফুট, কেন্দ্র হইতে বাহুর উপর লম্ব ৭.৪৬৪ ফুট, এবং ক্ষেত্রফল ১৭৯.১৩৬ বর্গফুট তাহার ভুজ সংখ্যা কত?

৮। যে নিয়মিত ষড়্ভুজ ক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ ৫০ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত।

৯। যে বৃত্তের ব্যাস ৪২ ফুট তাহার মধ্যে অঙ্কিত ষড়্ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্র-ফল কত?

১০। যে বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৪৮ ফুট তাহার মধ্যে অঙ্কিত নিয়মিত দ্বাদশভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কত?

১১। যে বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১০ ফুট তাহার মধ্যে অঙ্কিত নিয়মিত অষ্টভুজ, ষোড়শভুজ, এবং চতুর্ব্বিংশভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

ত্রয়োবিংশ পরিচ্ছেদ।

বিষম বহুভুজক্ষেত্র।

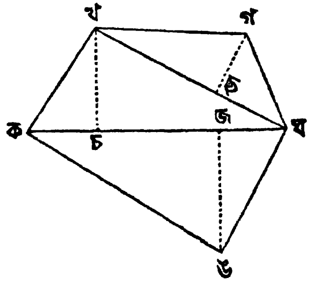
১১১। কোন বিষম বহুভুজক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইলে প্রথমতঃ ক্ষেত্রটীকে সুবিধা মত কয়েকটী অংশে বিভক্ত

করিতে হয় ; তৎপর প্রত্যেক অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় পূর্ব্বক ক্ষেত্রফলগুলির সমষ্টি লইলেই বহুভুজক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল লব্ধ হয়।

বহুভুজ ক্ষেত্রটীকে সাধারণতঃ কয়েকটী ত্রিভুজেই বিভক্ত করিয়া লওয়া হয় কিন্তু স্থলবিশেষে কোন কোন অংশ বর্গক্ষেত্র, সমান্তরাল ক্ষেত্র, বা ট্র্যাপিজএডও হইয়া থাকে।

উদাহরণ :

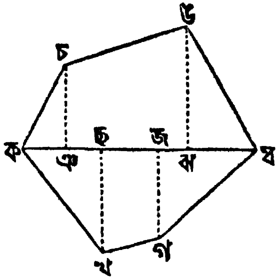
(১) কখগঘঙ একটী পঞ্চভুজক্ষেত্র। খচ এবং ঙজ কঘএর উপর লম্ব, এবং গছ খঘএর উপর লম্ব। কঘ = ১২·৩ ফুট, খঘ = ৯·৬ ফুট, খচ = ৫·৪ ফুট, ঙজ = ৭·২ ফুট, এবং গছ = ৪·৫ ফুট। পঞ্চভুজটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।



কঘঙ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ½ × ১২·৩ × ৭·২ = ৪৪·২৮ বর্গফুট ; কখঘ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ½ × ১২·৩ × ৫·৪ = ৩৩·২১ বর্গফুট ; খগঘ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ½ × ৯·৬ × ৪·৫ = ২১·৬ বর্গফুট।

অতএব পঞ্চভুজটীর ক্ষেত্রফল = ৪৪·২৮ + ৩৩·২১ + ২১·৬
= ৯৯·০৯ বর্গফুট।

(২) কখগঘঙচ একটী ষড়্ভুজক্ষেত্র। খছ, গজ, ঙঝ, চঞ, কঘএর উপর লম্ব। খছ = ৩·৪ ফুট, গজ = ৩·১ ফুট, ঙঝ = ২·৮ফুট, চঞ = ২·৫ ফুট ; আরও, কছ = ২·৯ ফুট, ছজ = ৩·৭ ফুট, জঘ = ৫·৩ ফুট, কঞ = ১·৮ ফুট, ঞঝ = ৬·২ ফুট। ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।



যে সকল পরিমাণ দেওয়া হইয়াছে তাহা হইতে স্পষ্টই দেখা যায় যে কঘ = ১১·৯ ফুট, এবং কঝ = ৮ ফুট; অতএব ঝঘ = ১১·৯ − ৮ = ৩·৯ ফুট।

কখছ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ½ × ২·৯ × ৩·৪ = ৪·৯৩ বর্গফুট।

খছজগ ট্র্যাপিজএডের ক্ষেত্রফল = ½ × (৩·৪ + ৩·১) × ৩·৭ = ১২·০২৫ বর্গফুট।

গজঘ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ½ × ৩·১ × ৫·৩ = ৮·২১৫ বর্গফুট।

কঞচ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ½ × ১·৮ × ২·৫ = ২·২৫ বর্গফুট।

চঞঝঙ ট্র্যাপিজএডের ক্ষেত্রফল = ½ × (২·৫ + ২·৮) × ৬·২ = ১৬·৪৩ বর্গফুট।

ঙঝঘ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল = ½ × ২·৮ × ৩·৯ = ৫·৪৬ বর্গফুট।

অতএব সমস্ত ক্ষেত্রটার ক্ষেত্রফল = ৪·৯৩ + ১২·০২৫ + ৮·২১৫ + ২·২৫ + ১৬·৪৩ + ৫·৪৬ = ৪৯·৩১ বর্গফুট।

ত্রয়োবিংশ উদাহরণ-মালা।

১। কখগঘঙ একটী পঞ্চভুজ ক্ষেত্র; ফুটে ব্যক্ত নিম্নলিখিত পরিমাণগুলি হইতে ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর:—কগ = ২৪, কঘ = ২২, ঙ ও গ বিন্দু হইতে কঘ এর উপর পাতিত লম্বদ্বয় ১৩·৩ ও ১৪·৭, এবং খ বিন্দু হইতে কগএর উপর লম্ব ৫·৫।

২। কখগঘঙ একটী পঞ্চভুজ ক্ষেত্র; কখ = ৫·৭ হাত, খগ = ৬·৫ হাত,

গঘ = ৭·৭ হাত, ঘঙ = ৫·৩ হাত, ঙক = ৮·৮ হাত, কগ কর্ণ = ৬·৮ হাত, এবং কঘ কর্ণ = ৭·৫ হাত। পঞ্চভুজটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৩। কখগঘঙ একটী পঞ্চভুজ ক্ষেত্র; খচ, গছ, ও ঙজ, কঘএর উপর লম্ব। কঘ = ১৬·৪ হাত, খচ = ৮·৭ হাত, গছ = ৬·৬ হাত, ঙজ = ৫·৪ হাত, কচ = ৩·৮ হাত, চছ = ৭·৬ হাত। পঞ্চভুজটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৪। কখগঘঙচ একটী ষড়্‌ভুজ ক্ষেত্র; খছ, গজ, ঘঝ, এবং চঞ, কঙএর উপর লম্ব। কঙ = ২০·৪ ফুট, খছ = ৫ ফুট, গজ = ৪·২ ফুট, ঘঝ = ৬·৬ ফুট, চঞ = ৯·৮ ফুট, কছ = ৩·৮ ফুট, ছজ = ৬·৩ ফুট, জঝ = ৭·৮ ফুট। ষড়্‌ভুজটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৫। কখগঘঙচ একটী ষড়্‌ভুজক্ষেত্র; ইহার সকলগুলি বাহুই পরস্পর সমান। কখ = ৩·২৫ হাত, খচ = ৬·৩ হাত, এবং খগঙচ অংশ একটী আয়ত-ক্ষেত্র। ষড়্‌ভুজটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৬। ক খ গ ঘ ঙ একটী পঞ্চভুজ ক্ষেত্র; ক খ = ২১ হাত, খগ = ২০ হাত, গ ঘ = ৫ হাত, ঘ ঙ = ১৮ হাত, এবং ঙ ক = ২৪ হাত; ক খ গ ও ক ঙ ঘ কোণদ্বয় সমকোণ। পঞ্চভুজটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৭। কখগঘঙ পঞ্চভুজের কখগ কোণ সমকোণ, এবং কগ কর্ণ কঙ বাহুর সমান। কখ = ২৪ ফুট, খগ = ৭ ফুট, গঘ = ২৫ ফুট, ঘঙ = ১১ ফুট, এবং ঙগ কর্ণ = ৩০ ফুট। ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল কত?

৮। ক খ গ ঘ ঙ একটী পঞ্চভুজ ক্ষেত্র; ক খ = ৮ হাত, খ গ = ১৫ হাত, গ ঘ = ১০ হাত, ঘ ঙ = ১০ হাত, এবং ঙ ক = ৯ হাত; ক খ গ কোণ = ৯০°, গ ঘ ঙ কোণ = ৬০°। পঞ্চভুজটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

চতুর্ব্বিংশ পরিচ্ছেদ।

বৃত্ত।

১১২। কোন বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। ব্যাসার্দ্ধের বর্গকে $\frac{২২}{৭}$ দিয়া, অথবা গণনায় অধিক-

তর সূক্ষ্মতার আবশ্যক হইলে, ৩·১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে গুণফল বৃত্তের ক্ষেত্রফল হইবে।

উদাহরণ :

(১) যে বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৬ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= ৬ \times ৬ \times \frac{২২}{৭} = \frac{৭৯২}{৭} = ১১৩\frac{১}{৭}$ বর্গফুট ; অথবা, সূক্ষ্ম গণনায় ক্ষেত্রফল $= ৬ \times ৬ \times ৩·১৪১৬ = ১১৩·০৯৭৬$ বর্গফুট।

(২) যে বৃত্তের ব্যাস ৫ মাইল তাহার ক্ষেত্রফল কত ? ব্যাস ৫ মাইল অতএব ব্যাসার্দ্ধ $\frac{৫}{২}$ মাইল। ক্ষেত্রফল $= \frac{৫}{২} \times \frac{৫}{২} \times \frac{২২}{৭} = \frac{২৭৫}{১৪} = ১৯\frac{৯}{১৪}$ বর্গমাইল। অথবা, সূক্ষ্ম গণনায় ক্ষেত্রফল $= \frac{৫}{২} \times \frac{৫}{২} \times ৩·১৪১৬ = ১৯·৬৩৫$ বর্গমাইল।

১১৩। বৃত্তের ক্ষেত্রফল জানা আছে, ব্যাসার্দ্ধ নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। নির্দ্দিষ্ট ক্ষেত্রফলকে $\frac{২২}{৭}$ দিয়া, অথবা সূক্ষ্মতর গণনায় ৩·১৪১৬ দিয়া ভাগ করিয়া ভাগফলের বর্গমূল লইলেই বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ পাওয়া যাইবে।

উদাহরণ :

(১) যে বৃত্তের ক্ষেত্রফল ১২০ বর্গফুট স্থূল গণনায় তাহার ব্যাসার্দ্ধ কত ?

$১২০ \div \frac{২২}{৭} = ১২০ \times \frac{৭}{২২} = \frac{৮৪০}{২২} = ৩৮·১৮১৮\cdots$। $\sqrt{৩৮·১৮১৮} = ৬·১৭\cdots$। অতএব বৃত্তটীর ব্যাসার্দ্ধ প্রায় ৬·১৭ ফুট।

(২) যে বৃত্তের ক্ষেত্রফল এক বিঘা সূক্ষ্ম গণনায় তাহার ব্যাসার্দ্ধ কত ?

এক বিঘায় ৬৪০০ বর্গহাত ; $৬৪০০ \div ৩·১৪১৬ = ২০৩·৭১৭৮\cdots$। $\sqrt{২০৩·৭১৭৮} = ১৪·২৭\ldots$। অতএব বৃত্তটীর ব্যাসার্দ্ধ ১৪·২৭ হাত।

১১৪। বৃত্তের পরিধি জানা আছে ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে।

$$ব্যাস = \frac{পরিধি}{৩\cdot১৪১৬}। \quad \therefore \quad ব্যাসার্দ্ধ = \frac{পরিধি}{৩\cdot১৪১৬ \times ২}।$$

$$ক্ষেত্রফল = ৩\cdot১৪১৬ \times (ব্যাসার্দ্ধ)^২ = ৩\cdot১৪১৬ \times \frac{(পরিধি)^২}{৩\cdot১৪১৬^২ \times ৪}$$

$$= ৩\cdot১৪১৬ \times \frac{(পরিধি)^২}{৩\cdot১৪১৬ \times ৩\cdot১৪১৬ \times ৪} = \frac{(পরিধি)^২}{৩\cdot১৪১৬ \times ৪}।$$

নিয়ম। পরিধির বর্গকে স্থূল গণনায় $৩\frac{১}{৭}$ এর চতুর্গুণ এবং সূক্ষ্ম গণনায় ৩·১৪১৬ এর চতুর্গুণ দ্বারা ভাগ কর, ভাগফল বৃত্তের ক্ষেত্রফল হইবে।

উদাহরণ :

(১) যে বৃত্তের পরিধি ৪৪ ফুট স্থূল গণনায় তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

$$ক্ষেত্রফল = \frac{৪৪^২}{৩\frac{১}{৭} \times ৪} = \frac{৪৪ \times ৪৪}{\frac{২২}{৭} \times ৪} = \frac{৪৪ \times ৪৪ \times ৭}{২২ \times ৪}$$

$$= ২২ \times ৭ = ১৫৪ \text{ বর্গফুট}।$$

(২) যে বৃত্তের পরিধি ৮৪ ফুট সূক্ষ্ম গণনায় তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

$$ক্ষেত্রফল = \frac{৮৪^২}{৩\cdot১৪১৬ \times ৪} = \frac{৮৪ \times ৮৪}{৩\cdot১৪১৬ \times ৪} = \frac{৮৪ \times ২১}{৩\cdot১৪১৬}$$

$$= \frac{১৭৬৪}{৩\cdot১৪১৬} = ৫৬১\cdot৪৯৭৩ \cdots \text{ বর্গফুট}।$$

১১৫। বৃত্তের ক্ষেত্রফল জানা আছে পরিধি নির্ণয় করিতে হইবে।

পূর্ব্ববর্ত্তী ১১৪ অণুচ্ছেদে দেখা গিয়াছে যে পরিধির বর্গকে

স্থূল গণনায় ৩$\frac{১}{৭}$এর চতুর্গুণ এবং সূক্ষ্ম গণনায় ৩·১৪১৬এর চতুর্গুণ দ্বারা ভাগ করিলেই বৃত্তের ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়। সুতরাং ক্ষেত্রফলকে ৩$\frac{১}{৭}$ অথবা ৩·১৪১৬ এর চতুর্গুণ দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলের বর্গমূল বাহির করিলেই পরিধি পাওয়া যাইতে পারে।

উদাহরণ :

(১) যে বৃত্তের ক্ষেত্রফল ১৯৮$\frac{১৯}{২২}$ বর্গফুট স্থূল গণনায় তাহার পরিধি কত ?

$$১৯৮\frac{১৯}{২২} \times ৩\frac{১}{৭} \times ৪ = \frac{৪৩৭৫}{২২} \times \frac{২২}{৭} \times ৪ = ৬২৫ \times ৪ = ২৫০০।$$

$$\therefore \quad পরিধি = \sqrt{২৫০০} = ৫০ \text{ বর্গফুট।}$$

(২) যে বৃত্তের ক্ষেত্রফল ১০০ বর্গফুট সূক্ষ্ম গণনায় তাহার পরিধি কত ?

$$১০০ \times ৩·১৪১৬ \times ৪ = ১২৫৬·৬৪।$$

$$\therefore \quad পরিধি = \sqrt{১২৫৬·৬৪} = ৩৫·৪৪৯\cdots \text{ ফুট।}$$

১১৬। ১১২ অণুচ্ছেদে যে নিয়ম দেওয়া গিয়াছে তদনুসারে

বৃত্তের ক্ষেত্রফল = (ব্যাসার্দ্ধ)^২ × ৩$\frac{১}{৭}$ = ব্যাসার্দ্ধ × ব্যাসার্দ্ধ × ৩$\frac{১}{৭}$

= $\frac{১}{২}$ × ব্যাসার্দ্ধ × ২ × ব্যাসার্দ্ধ × ৩$\frac{১}{৭}$ = $\frac{১}{২}$ × ব্যাসার্দ্ধ × ব্যাস × ৩$\frac{১}{৭}$

= $\frac{১}{২}$ × ব্যাসার্দ্ধ × পরিধি।

অতএব এই সম্বন্ধ হইতে স্পষ্টই দেখা যায় যে, যে ত্রিভুজের ভূমি বৃত্তটীর পরিধির সমান এবং উন্নতি বৃত্তটীর ব্যাসার্দ্ধের সমান বৃত্তটীর ক্ষেত্রফল সেই ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফলের সমান।

নিম্নলিখিতরূপে বিবেচনা করিয়া দেখিলে এই সম্বন্ধটীর সত্যতা বিষয়ে কথঞ্চিৎ প্রবোধ পাওয়া যাইতে পারে। মনে কর কোন বৃত্তের মধ্যে একটী নিয়মিত সরল রৈখিক ক্ষেত্র অঙ্কিত করা হইয়াছে। স্পষ্টই দেখা যায় যে সরলরৈখিক ক্ষেত্রটার বাহুর সংখ্যা যতই বৃদ্ধি পাইতে থাকিবে, (১) ইহার ক্ষেত্রফল

ও বৃত্তটীর ক্ষেত্রফল, (২) ইহার পরিবেষ্টন ও বৃত্তটীর পরিধি, (৩) ইহার কেন্দ্র হইতে বাহুর উপর পতিত লম্ব ও বৃত্তটীর ব্যাসার্দ্ধ ততই পরস্পর কাছাকাছি হইতে থাকিবে। যখন সরল রৈখিক ক্ষেত্রটীর বাহু অসংখ্য হইবে তখন উক্ত পরিমাণগুলি এক ও সমান হইয়া যাইবে। সুতরাং বৃত্তকে একটী নিয়মিত অসংখ্যভুজক্ষেত্র বলিয়া বিবেচনা করা যাইতে পারে। পরিধি এই অসংখ্য-ভুজের বাহুগুলির সমষ্টি এবং ব্যাসার্দ্ধ ইহার কেন্দ্র হইতে বাহুর উপর লম্ব। অতএব ১১০ অণুচ্ছেদের দ্বিতীয় নিয়মে ইহার ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ ব্যাসার্দ্ধ $\times$ পরিধি।

উদাহরণ :

(১) যে বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ২½ ফুট এবং পরিধি ১৬ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত?

ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times ২\frac{১}{২} \times ১৬ = \frac{১}{২} \times \frac{৫}{২} \times ১৬ = ৫ \times ৪ = ২০$ বর্গফুট।

(২) যে বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৫ ফুট এবং পরিধি ৩১·৪১৬ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত?

ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times ৫ \times ৩১{\cdot}৪১৬ = ৫ \times ১৫{\cdot}৭০৮ = ৭৮{\cdot}৫৪$ বর্গফুট।

১১৭। নিম্নে কয়েকটী বিবিধ প্রশ্ন সন্নিবিষ্ট হইল।

(১) কোন বর্গক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ ১৫ হাত, এই বর্গ-ক্ষেত্রের সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ কত?

বৃত্তের ক্ষেত্রফল = বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= ১৫ \times ১৫ = ২২৫$ বর্গহাত। $২২৫ \div ৩{\cdot}১৪১৬ = ৭১{\cdot}৬১৯৫ \cdots$; $\sqrt{৭১{\cdot}৬১৯৫} = ৮{\cdot}৪৬ \cdots$। অতএব নির্ণেয় ব্যাসার্দ্ধ প্রায় ৮·৪৬ হাত।

(২) লম্বভাবে দণ্ডায়মান কোন বাঁশের অগ্রভাগে তাহার সমান একগাছ রশির এক প্রান্ত বাঁধা ছিল। এক ব্যক্তি রশির অপর প্রান্ত টানিয়া ধরিয়া ৩ হাত উর্দ্ধে হস্ত রাখিয়া বাঁশটী প্রদ-ক্ষিণ করাতে যে বৃত্তটী অঙ্কিত হইল তাহার ক্ষেত্রফল ২৩৫·৬২ বর্গহাত। বাঁশটীর উচ্চতা কত?

মনে মনে কল্পনা কর যেন লোকটী রশি ধরিয়া দাঁড়াইয়া আছে। বাঁশ হইতে সে যতদূরে আছে তাহাই অঙ্কিত বৃত্তটীর ব্যাসার্দ্ধ, অতএব এই দূরতার বর্গ $=\frac{২৩৫\cdot৬২}{৩\cdot১৪১৬}=৭৫$। পুনশ্চ, এই দূরতা, রশিটী, এবং বাঁশটীর নিচের ৩ হাত বাদ দিলে যাহা থাকে তাহা, এই তিনটীতে একটী সমকোণী ত্রিভুজ উৎপন্ন করে; রশি গাছ এই সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ। এখন, এই সমকোণী ত্রিভুজের এক বাহুর বর্গ ৭৫ এবং কর্ণও অপর বাহুর অন্তর ৩, কারণ রশি ও বাঁশ পরস্পর সমান কাজেই বাঁশের যে অংশ সমকোণী ত্রিভুজের এক বাহু তাহা অপেক্ষা রশি ৩ হাত বৃহত্তর। সুতরাং ৪৪ অণুচ্ছেদের সাহায্যে কর্ণ ও অনির্দ্দিষ্ট বাহুর যোগফল $=\frac{৭৫}{৩}=২৫$; সুতরাং কর্ণ $=(২৫+৩)$ এর $\frac{১}{২}=১৪$। অতএব রশি গাছের, কাজেই বাঁশটীর, পরিমাণ ১৪ হাত।

(৩) কোন বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৩০ ফুট; এই বৃত্তকে সমান তিন ভাগে বিভক্ত করিয়া ইহার সহিত ঐককেন্দ্রিক দুইটী বৃত্ত অঙ্কিত করা হইয়াছে, এই দুইটী বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ নির্ণয় কর।

বৃত্তটীর ক্ষেত্রফল $=৩০^২\times৩\cdot১৪১৬=৯০০\times৩\cdot১৪১৬$ বর্গফুট। কেন্দ্রের অব্যবহিত নিকটবর্ত্তী বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্দ্দিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফলের এক তৃতীয়াংশ; অতএব এই বৃত্তের ক্ষেত্রফল $=৩০০\times৩\cdot১৪১৬$ বর্গফুট। সুতরাং ইহার ব্যাসার্দ্ধ $=\sqrt{৩০০}=১৭\cdot৩২\cdots$ ফুট (১১৩ অণুচ্ছেদ দেখ)। দ্বিতীয় বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্দ্দিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফলের দুই তৃতীয়াংশ, অতএব এই বৃত্তের ক্ষেত্রফল $=৬০০\times৩\cdot১৪১৬$ বর্গফুট। সুতরাং ইহার ব্যাসার্দ্ধ $=\sqrt{৬০০}=২৪\cdot৪৯\cdots$ ফুট

(৪) যে ত্রিভুজের তিন বাহু যথাক্রমে ৭, ১৫, ও ২০ ফুট তাহার চতুর্দ্দিকে ও অভ্যন্তরে অঙ্কিত বৃত্তদ্বয়ের ক্ষেত্রফল কত?

$$৭+১৫+২০=৪২,\ ৪২\div২=২১।$$

$$২১-৭=১৪,\ ২১-১৫=৬;\ ২১-২০=১।$$

$\therefore$ ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল $=\sqrt{২১\times১৪\times৬\times১}$

$$=\sqrt{৭\times৩\times২\times৭\times২\times৩}=\sqrt{৭\times৭\times৩\times৩\times২\times২}$$

$$=৭\times৩\times২=৪২$$ বর্গফুট।

$\therefore$ চতুর্দ্দিকে অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাস $=\dfrac{৭\times১৫\times২০}{২\times৪২}=২৫$ফুট (১০১অণুচ্ছেদ দেখ)। $\therefore$ ইহার ক্ষেত্রফল $=(\frac{২৫}{২})^২\times৩\cdot১৪১৬$

$=\frac{৬২৫}{৪}\times৩\cdot১৪১৬=৬২৫\times\cdot৭৮৫৪=৪৯০\cdot৮৭৫$ বর্গ ফুট।

পুনশ্চ, অভ্যন্তরে অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ $=\dfrac{২\times৪২}{৭+১৫+২০}$

$=\frac{২\times৪২}{৪২}=২$ ফুট (১০২ অণুচ্ছেদ দেখ)।

$\therefore$ ক্ষেত্রফল $=২^২\times৩\cdot১৪১৬=৪\times৩\cdot১৪১৬=১২\cdot৫৬৬৪$ বর্গফুট।

চতুর্ব্বিংশ উদাহরণ-মালা।

(অন্যরূপ উল্লেখ না থাকিলে পরিধিকে ব্যাসের ৩·১৪১৬ গুণ ধরিতে হইবে।)

ব্যাসের $৩\frac{১}{৭}$ গুণ পরিধি ধরিয়া নিম্নলিখিত পরিমাণ ব্যাসার্দ্ধ বিশিষ্ট বৃত্তগুলির ক্ষেত্রফল বর্গফুটে নির্ণয় কর।

১। ১৪ ফুট। ২। ১১ গজ ২ ফুট।

৩। ১২ গজ ২ ফুট ৬ ইঞ্চ। ৪। $\frac{১}{২}$ ফার্লং।

ব্যাসের ৩·১৪১৬ গুণ পরিধি ধরিয়া নিম্নলিখিত ব্যাসার্দ্ধ বিশিষ্ট বৃত্তগুলির ক্ষেত্রফল বর্গ ফুটে নির্ণয় কর।

৫। ২০ ফুট। ৬। ৩২ গজ ১ ফুট।

৭। ৪৩ গজ ২ ফুট $\dot{৩}$ ইঞ্চ। ৮। এক মাইলের শতাংশ।

ব্যাসের ৩$\frac{১}{৭}$ গুণ পরিধি ধরিয়া নিম্নলিখিত পরিমাণ ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বৃত্তগুলির ব্যাসার্দ্ধ ফুটে নির্ণয় কর।

৯। ৩৮$\frac{১}{২}$ বর্গ ফুট। ১০। ২৮৯১ বর্গগজ ৭ বর্গফুট।

১১। ১ একার। ১২। ৩ একার ৩ রুড্ ১৬ বর্গ পোল।

পরিধিকে ব্যাসের ৩·১৪১৬ গুণ ধরিয়া নিম্নলিখিত পরিমাণ ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বৃত্তগুলির ব্যাসার্দ্ধ দুই দশমিক স্থান পর্য্যন্ত ফুটে নির্ণয় কর।

১৩। ১০০ বর্গ ফুট। ১৪। ২৫ বর্গ গজ ৪ বর্গ ফুট।

১৫। ১ বর্গ মাইল। ১৬। ২ একার ৩ রুড্।

ব্যাসের ৩$\frac{১}{৭}$ গুণ পরিধি ধরিয়া নিম্নলিখিত পরিমাণ পরিধিবিশিষ্ট বৃত্তগুলির ক্ষেত্রফল বর্গ ফুটে নির্ণয় কর।

১৭। ৬৬ ফুট। ১৮। ৩৬ গজ ২ ফুট।

১৯। ১০ চেইন। ২০। সিকি মাইল।

ব্যাসের ৩·১৪১৬ গুণ পরিধি ধরিয়া নিম্নলিখিত পরিমাণ পরিধি বিশিষ্ট বৃত্তগুলির ক্ষেত্রফল চারি দশমিক স্থান পর্য্যন্ত বর্গফুটে নির্ণয় কর।

২১। ২ ফুট। ২২। ৩০ ফুট।

২৩। ৬৬ গজ ২ ফুট। ২৪। ৩·১৪১৬ ফুট।

ব্যাসের ৩$\frac{১}{৭}$ গুণ পরিধি ধরিয়া নিম্নলিখিত পরিমাণ ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট বৃত্তগুলির পরিধি নির্ণয় কর।

২৫। ৮$\frac{২}{৮}$ বর্গ ফুট। ২৬। ৬৬$\frac{৭}{২২}$ বর্গফুট।

২৭। ৩৮॥ বিঘা। ২৮। ২$\frac{২}{১১}$ একার।

ব্যাসের ৩·১৪১৬ গুণ পরিধি ধরিয়া নিম্নলিখিত পরিমাণ ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট বৃত্তগুলির পরিধি চারি দশমিক স্থান পর্য্যন্ত ফুটে নির্ণয় কর।

২৯। ২৫ বর্গ ফুট। ৩০। ৩·১৪১৬ বর্গফুট।

৩১। ৭৮·৫৪ বর্গফুট। ৩২। ১৯·৬৩৫ বর্গফুট।

নিম্নে যে সকল বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ও পরিধি দেওয়া গেল, তাহাদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৩৩। ব্যাসার্দ্ধ ৪ ফুট, পরিধি ২৫ ফুট।

৩৪। ব্যাসার্দ্ধ ১৪ ফুট, পরিধি ৮৮ ফুট।

৩৫। ব্যাসার্দ্ধ ৯ ফুট, পরিধি ৫৬.৫৪৮৮ ফুট।

৩৬। ব্যাসার্দ্ধ ২৫ ফুট, পরিধি ১৫৭.০৮ ফুট।

৩৭। কত হাত লম্বা দড়ি দিয়া বাঁধিয়া দিলে একটী বলদ চতুর্দ্দিকে ঘুরিয়া এক বিঘা জমীতে ঘাস খাইতে পারে? (পরিধি $=৩\frac{১}{৭}\times$ ব্যাস)।

৩৮। যে খেপলা জাল উত্তমরূপে বিস্তৃত করিলে ৮৬$\frac{৮}{১১}$ বর্গহস্ত স্থান ব্যাপিয়া পড়ে স্থূল গণনায় তাহার দৈর্ঘ্য কত?

৩৯। ১৫ হাত উচ্চ বাঁশের অগ্রভাগে ১৭ হাত লম্বা রজ্জুর এক প্রান্ত বাঁধিয়া অপর প্রান্ত টানিয়া ভূমি সংলগ্ন করতঃ চতুর্দ্দিকে ঘুরাইলে যে বৃত্তটী অঙ্কিত হয় তাহার ক্ষেত্রফল কত?

৪০। ১৫$\frac{১}{২}$ হাত উচ্চ বাঁশের অগ্রভাগে ৩৭ হাত দীর্ঘ রজ্জুর এক প্রান্ত বাঁধিয়া অপর প্রান্ত এক ব্যক্তি টানিয়া ধরিয়া ৩$\frac{১}{২}$ হাত উচ্চে হস্ত রাখিয়া চারিদিকে ঘুরিলে যে বৃত্ত অঙ্কিত হয় তাহার ক্ষেত্রফল কত?

৪১। কোন বৃত্তের তৃতীয়াংশের ক্ষেত্রফল ১২ বর্গগজ; বৃত্তটীর পরিধি কত?

৪২। কোন বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১১ ফুট, ইহার দ্বিগুণ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ নির্ণয় কর।

৪৩। কোন বৃত্তের পরিধি ২০০ ফুট; যে বৃত্ত ইহার এক পঞ্চমাংশ তাহার পরিধি কত?

৪৪। যে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল, ১৫ ফুট ব্যাস বিশিষ্ট বৃত্তের ক্ষেত্রফলের সমান তাহার বাহুর পরিমাণ কত?

৪৫। যে বৃত্তের ব্যাস অপেক্ষা পরিধি ১৭.১৩২৮ ফুট বৃহত্তর তাহার সমান বর্গক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ কত?

৪৬। যে অর্দ্ধ বৃত্তাকার বাগানের চতুর্দ্দিকে বেড়া দিতে, প্রতি হাত ৵১২॥০ হিসাবে, ৯৸/১০ খরচ পড়ে, তাহাতে কত জমী আছে? (পরিধি $=৩\frac{১}{৭}\times$ ব্যাস)।

৪৭। যে অর্দ্ধ বৃত্তাকার উঠান বাঁধাইতে প্রতি বর্গফুট ১৴১০ হিসাবে ৪২২।১৫ খরচ পড়ে তাহার সমগ্র পরিবেষ্টন কত? (পরিধি $=৩\frac{১}{৭}\times$ ব্যাস)।

৪৮। ১৫ ফুট ব্যাসার্দ্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের মধ্যে ইহার সহিত ঐককেন্দ্রিক তিনটী

বৃত্ত এমন ভাবে অঙ্কিত করা হইয়াছে যে বৃত্তটী চারি সমান অংশে বিভক্ত হই-য়াছে ; এই বৃত্তত্রয়ের ব্যাসার্দ্ধ নির্ণয় কর।

৪৯। কোন গোলাকার পুষ্করিণীর ক্ষেত্রফল ৩৪৬$\frac{১}{২}$ বর্গগজ। ইহার চতুর্দ্দিকে বেড়া দিতে, প্রতি গজ ২।• টাকা হিসাবে মোট কত খরচ পড়িবে? (পরিধি=৩$\frac{১}{৭}$ × ব্যাস)।

৫০। কোন অর্দ্ধ বৃত্তাকার উঠান বাঁধাইতে প্রতি বর্গফুট /১১। হিসাবে ১০০ টাকা খরচ পড়ে ; উঠানটীর ব্যাস কত ?

৫১। কোন মেজ্যার দৈর্ঘ্য ২১ ফুট ৩ ইঞ্চ এবং বিস্তার ৯ ফুট ৬ ইঞ্চ; ইহার সহিত সংলগ্ন ১৭ ফুট ব্যাস বিশিষ্ট অর্দ্ধ বৃত্তাকার এক বারেণ্ডা আছে। বারেণ্ডা সহ মেজ্যার ক্ষেত্রফল কত ?

৫২। কোন সমকোণী ত্রিভুজের বাহুদ্বয় ২০ ও ৯৯ ফুট ; ইহার কর্ণ যে বৃত্তের ব্যাস তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

৫৩। কোন ত্রিভুজের বাহুত্রয় ৮, ৯, ১০ ফুট ; যে বৃত্তের ক্ষেত্রফল এই ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের সমান তাহার পরিধি কত ?

৫৪। যে বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৫০ বর্গফুট তাহার চতুর্দ্দিকে অঙ্কিত বৃত্তের ক্ষেত্রফল কত ?

৫৫। কোন বর্গক্ষেত্রের বাহু ১৫ ফুট। বর্গক্ষেত্রটীর মধ্যে একটী বৃত্ত অঙ্কিত হইয়াছে (২১ অণুচ্ছেদ দেখ)। বর্গক্ষেত্র ও বৃত্তটীর অন্তর্গত স্থানের পরিমাণ কত ?

৫৬। কোন বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১ ফুট। বৃত্তটীর মধ্যে একটী বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত করা হইয়াছে। বৃত্ত ও বর্গক্ষেত্রটীর অন্তর্গত স্থানের পরিমাণ নির্ণয় কর।

৫৭। ৫ ফুট ব্যাসার্দ্ধবিশিষ্ট বৃত্তের মধ্যে একটী সমবাহু ত্রিভুজ অঙ্কিত করা হইয়াছে। বৃত্ত ও ত্রিভুজটীর অন্তর্গত স্থানের পরিমাণ কত ? (৬৯ অণুচ্ছেদ দেখ)।

৫৮। কোন বাঁশের অগ্রভাগে তাহার সমান লম্বা একগাছ দড়ির এক প্রান্ত বাঁধিয়া বাঁশটীকে লম্বভাবে ২ ফুট ৪ ইঞ্চ পরিমাণ ভূমিতে পোতা হইল। দড়িগাছের অপর প্রান্ত টানিয়া ধরিয়া ভূমি সংলগ্ন করতঃ বাঁশটীর চতুর্দ্দিকে

ঘুরাইলে যে বৃত্ত অঙ্কিত হয় তাহার ক্ষেত্রফল ২৭৩$\frac{৩}{৮}$ বর্গফুট হইলে, স্থূল গণনায়, বাঁশটীর দৈর্ঘ্য কত হইবে ?

৫৯। ক ও খ নামক দুইটী বৃত্তের ক্ষেত্রফল ক্রমান্বয়ে ৯৫$\frac{১}{১৪}$ ও ১৫৪ বর্গ-ফুট ; ক বৃত্তের কেন্দ্রস্থ ৪২ ডিগ্রী কোণের সম্মুখস্থ চাপের দৈর্ঘ্য খ বৃত্তের কেন্দ্রস্থ কত ডিগ্রী কোণের সম্মুখস্থ চাপের দৈর্ঘ্যের সমান ? (পরিধি = ৩$\frac{১}{৭}$ × ব্যাস)।

৬০। ক, খ, গ তিনজন ক্ষৌরকার ১ গজ ব্যাসবিশিষ্ট এক খানা শান ১০৶০ দিয়া ক্রয় করিল। ক ৫৷৶, খ ২৷০, এবং গ ২, টাকা দিয়াছিল। ক প্রথম, তৎপর খ, এবং সর্ব্বশেষে গ যদি শানখানা ব্যবহার করে তবে টাকার পরিমাণানুসারে তাহাদের কে ব্যাসার্দ্ধের কত অংশ ব্যবহার করিবে ?

নিম্নে যে সকল ত্রিভুজের তিন বাহুর পরিমাণ দেওয়া গেল তাহাদের চতুর্দ্দিকে ও অভ্যন্তরে অঙ্কিত বৃত্তের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৬১। ১৬, ২৫, ৩৯ ফুট। ৬২। ১৩, ৪০, ৫১ ফুট।

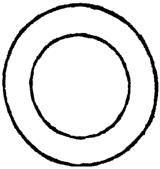
৬৩। ২৫, ৩৩, ৫২ ফুট। ৬৪। ৩৫, ৪৪, ৭৫ ফুট।

৬৫। ২৫, ৫২, ৬৩ ফুট।

পঞ্চবিংশ পরিচ্ছেদ।

অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্র।

১১৮। কোন অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে।



স্পষ্টই দেখা যায় যে বহির্বৃত্তের ক্ষেত্র-ফল হইতে অন্তর্বৃত্তের ক্ষেত্রফল বিয়োগ করিলেই অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়।

উদাহরণ :

(১) যে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৫ ফুট এবং অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৩ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

বহির্বৃত্তের ক্ষেত্রফল = ৫ × ৫ × ৩·১৪১৬ = ৭৮·৫৪ বর্গফুট।

অন্তর্বৃত্তের ক্ষেত্রফল = ৩ × ৩ × ৩·১৪১৬ = ২৮·২৭৪৪ বর্গফুট।

∴ অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ৭৮·৫৪ − ২৮·২৭৪৪

= ৫০·২৬৫৬ বর্গফুট।

১১৯। নিম্নলিখিত নিয়মে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা সুবিধাজনক :—

নিয়ম। অন্তর্বৃত্তের ও বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ দুইটার সমষ্টি ও অন্তরের গুণফলকে ২২/৭ দিয়া, অথবা সূক্ষ্মতর গণনায়, ৩·১৪১৬ দিয়া গুণকর, গুণফল অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হইবে।

উদাহরণ :

(১) যে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১০ হাত এবং অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৬ হাত তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

নিয়মানুসারে, ক্ষেত্রফল = (১০ + ৬) × (১০ − ৬) × ৩·১৪১৬

= ১৬ × ৪ × ৩·১৪১৬ = ২০১·০৬২৪ বর্গহাত।

মন্তব্য। যে কোন দুই বৃত্তের অন্তরফলও এই নিয়মে নির্ণয় করা যাইতে পারে।

১২০। অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের বহির্ব্বেষ্টন, অন্তর্ব্বেষ্টন, ও বিস্তার দেওয়া থাকিলে নিম্নলিখিত নিয়মে অতি সহজে ক্ষেত্রফল নির্ণীত হয়।

নিয়ম। অন্তর্ব্বেষ্টন ও বহির্ব্বেষ্টনের সমষ্টিকে বিস্তার দ্বারা গুণকর, গুণফলের [illegible] অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হইবে।

উদাহরণ :

(১) যে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের বহির্বেষ্টন ৯৯ ফুট, অন্তর্বেষ্টন ৭৭ ফুট, এবং বিস্তার ৩½ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \frac{১}{২} \times (৯৯ + ৭৭) \times ৩\frac{১}{২} = \frac{১}{২} \times ১৭৬ \times \frac{৭}{২}$$
$$= ৪৪ \times ৭ = ৩০৮ \text{ বর্গফুট।}$$

(২) যে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের বহির্বৃত্তের পরিধি ১১ ফুট, অন্তর্বৃত্তের পরিধি ৫ ফুট, এবং বিস্তার ·৯৫৫ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \frac{১}{২} \times (১১ + ৫) \times ·৯৫৫ = ৮ \times ·৯৫৫ = ৭·৬৪ \text{ বর্গফুট।}$$

১২১। নিম্নে অঙ্গুরীয়াকার-ক্ষেত্র-বিষয়ক কয়েকটী বিবিধ প্রশ্ন সন্নিবিষ্ট হইল।

(১) যে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের বহির্বেষ্টন ৭৫ ফুট এবং বিস্তার ৬ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

একটী অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্র অঙ্কিত করিয়া তন্মধ্যে বহির্বৃত্তের একটী ব্যাস টান। স্পষ্টই দেখা যায় যে বহির্বৃত্তের ব্যাস হইতে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রটীর বিস্তার বাদ দিলে অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ + বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ অবশিষ্ট থাকে।

এ স্থলে বহির্বৃত্তের ব্যাস $= \frac{৭৫}{৩·১৪১৬}$, ∴ ব্যাসার্দ্ধদ্বয়ের সমষ্টি $= \frac{৭৫}{৩·১৪১৬} - ৬ = \frac{৭৫ - ১৮·৮৪৯৬}{৩·১৪১৬} = \frac{৫৬·১৫০৪}{৩·১৪১৬}$। ব্যাসার্দ্ধদ্বয়ের অন্তর ৬, কারণ ব্যাসার্দ্ধদ্বয়ের অন্তরই অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের বিস্তার।

∴ ১১৯ অণুচ্ছেদের নিয়মে ক্ষেত্রফল $= \frac{৫৬·১৫০৪}{৩·১৪১৬} \times ৬ \times ৩·১৪১৬$

$$= ৫৬·১৫০৪ \times ৬ = ৩৩৬·৯০২৪ \text{ বর্গফুট।}$$

(২) যে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের অন্তর্বৃত্তের পরিধি ৩১ ফুট এবং বিস্তার ৭ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

একটী অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্র অঙ্কিত কর। অন্তর্বৃত্তের ব্যাসকে এক দিকে বহির্বৃত্তের পরিধি পর্য্যন্ত বৃদ্ধি কর। স্পষ্টই দেখা যায় যে অন্তর্বৃত্তের ব্যাসে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের বিস্তার যোগ করিলে অন্তর্বৃত্তের ও বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধদ্বয়ের সমষ্টি পাওয়া যায়।

এস্থলে অন্তর্বৃত্তের ব্যাস $= \frac{৩১}{৩\cdot১৪১৬}$।

∴ ব্যাসার্দ্ধদ্বয়ের সমষ্টি $= \frac{৩১}{৩\cdot১৪১৬} + ৭ = \frac{৩১ + ২১\cdot৯৯১২}{৩\cdot১৪১৬} = \frac{৫২\cdot৯৯১২}{৩\cdot১৪১৬}$।

∴ ক্ষেত্রফল $= \frac{৫২\cdot৯৯১২}{৩\cdot১৪১৬} \times ৭ \times ৩\cdot১৪১৬ = ৫২\cdot৯৯১২ \times ৭$

$= ৩৭০\cdot৯৩৮৪$ বর্গফুট।

(৩) যে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১২৫·৬৬৪ বর্গফুট এবং বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১১ ফুট তাহার অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ কত?

বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১১ ফুট অতএব বহির্বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= ১১ \times ১১ \times ৩\cdot১৪১৬ = ৩৮০\cdot১৩৩৬$ বর্গফুট।

অন্তর্বৃত্তের ক্ষেত্রফল = বহির্বৃত্তের ক্ষেত্রফল − অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= ৩৮০\cdot১৩৩৬ - ১২৫\cdot৬৬৪ = ২৫৪\cdot৪৬৯৬$ বর্গফুট।

∴ অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ $= \sqrt{\frac{২৫৪\cdot৪৬৯৬}{৩\cdot১৪১৬}} = \sqrt{৮১} = ৯$ ফুট।

(৪) যে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৩১৪১·৬ বর্গফুট ও অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৪৫ ফুট তাহার বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ কত?

অন্তর্বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= ৪৫ \times ৪৫ \times ৩\cdot১৪১৬ = ৬৩৬১\cdot৭৪$ বর্গফুট।

∴ বহির্বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= ৬৩৬১\cdot৭৪ + ৩১৪১\cdot৬$

$= ৯৫০৩\cdot৩৪$ বর্গফুট।

∴ বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ $= \sqrt{\frac{৯৫০৩\cdot৩৪}{৩\cdot১৪১৬}} = \sqrt{৩০২৫} = ৫৫$ ফুট।

(৫) কোন অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১০০·৫৩১২ বর্গ-

ফুট এবং বিস্তার ২ ফুট; অন্তর্বৃত্তের ও বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ নির্ণয় কর।

বহির্বৃত্তের ও অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধদ্বয়ের অন্তরই অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের বিস্তার। সুতরাং ব্যাসার্দ্ধদ্বয়ের অন্তর এখানে ২ ফুট। আরও ব্যাসার্দ্ধদ্বয়ের যোগফলকে অন্তর দিয়া গুণ করতঃ গুণ-ফলকে পুনরায় ৩·১৪১৬ দিয়া গুণ করিলে ক্ষেত্রফল পাওয়া যায় (১১৫ অণুচ্ছেদের নিয়ম দেখ)। অতএব ব্যাসার্দ্ধদ্বয়ের যোগফল $=\frac{১০০\cdot৫৩১২}{২\times৩\cdot১৪১৬}=$ ১৬ ফুট। সুতরাং বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ $=$ (১৬ $+$ ২) এর $\frac{১}{২}=$ ১৮ এর $\frac{১}{২}=$ ৯ ফুট। অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ $=$ ৯ $-$ ২ $=$ ৭ ফুট।

পঞ্চবিংশ উদাহরণ-মালা।

(অন্যরূপ উল্লেখ না থাকিলে পরিধিকে ব্যাসের ৩·১৪১৬ গুণ ধরিতে হইবে)

১। কোন অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১৮ ফুট এবং বহি-র্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ২৭ ফুট; ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

২। যে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৭ গজ ১ ফুট ৬ ইঞ্চ এবং বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৩৪ গজ ৬ ইঞ্চ তাহার ক্ষেত্রফল বর্গফুটে নির্ণয় কর।

৩। যে গোলাকার রাস্তার অন্তর্বৃত্তের ব্যাস ২০ ফুট ও বহির্বৃত্তের ব্যাস ২৫ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত?

৪। যে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের বহির্বেষ্টন ২৬ হাত এবং অন্তর্বেষ্টন ১৮ হাত স্থূল গণনায় তাহার ক্ষেত্রফল কত?

৫। কোন গোলাকার বাগানের চতুর্দ্দিকে একটী রাস্তা আছে; রাস্তাটীর অন্তর্বৃত্তের পরিধি ৫০০ হাত এবং বহির্বৃত্তের পরিধি ৭০০ হাত। রাস্তাটীর ক্ষেত্রফল কত?

৬। যে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের বহির্বেষ্টন ৫৫ ফুট, অন্তর্বেষ্টন ৩৩ ফুট, ও বিস্তার ৩ ফুট ৬ ইঞ্চ তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

৭। যে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের বহির্বৃত্তের পরিধি ২৯৭ ফুট, অন্তর্বৃত্তের পরিধি ২৩১ ফুট, এবং বিস্তার ১০ ফুট ৬ ইঞ্চ তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

৮। যে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের বহির্বেষ্টনের পরিমাণ ৩৭ ফুট, অন্তর্বেষ্টনের পরিমাণ ২৩ ফুট, এবং বিস্তার ২.২২৮১৬ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

৯। যে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের বহির্বেষ্টন ১০৯ ফুট, অন্তর্বেষ্টন ৯১ ফুট, এবং বিস্তার ২.৮৬৪৭৭ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১০। ১৭.৩৭ ফুট ব্যাসার্দ্ধবিশিষ্ট বৃত্তের মধ্যে ১১.৮৯ ফুট ব্যাসার্দ্ধ-বিশিষ্ট একটী বৃত্ত অঙ্কিত হইয়াছে। উভয় পরিধির মধ্যবর্ত্তী স্থানের ক্ষেত্রফল কত ?

১১। যে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের বহির্বৃত্তের পরিধি ৮৯ ফুট এবং বিস্তার ৫ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

১২। যে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের বহির্বৃত্তের পরিধি ৫১ ফুট এবং বিস্তার ২ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

১৩। যে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের অন্তর্বৃত্তের পরিধি ৪৭ ফুট এবং বিস্তার ৩ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

১৪। যে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের অন্তর্বেষ্টন ৬৮.৫৮৪ ফুট এবং বিস্তার ১০ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

১৫। যে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৭ ফুট ও ক্ষেত্রফল ১৬০.২২১৬ বর্গফুট তাহার বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ নির্ণয় কর।

১৬। যে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের বহির্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ২৫ ফুট এবং ক্ষেত্রফল ১১৫৯.২৫০৪ বর্গফুট তাহার বিস্তার কত ?

১৭। কোন অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১২২.৫২২৪ বর্গফুট এবং বিস্তার ৩ ফুট ; ক্ষেত্রটীর বহির্বৃত্তের ও অন্তর্বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ নির্ণয় কর।

১৮। যে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের বিস্তার ৪ ফুট এবং ক্ষেত্রফল ১২৫.৬৬৪ বর্গফুট তাহার বহির্বৃত্তের ও অন্তর্বৃত্তের ব্যাস নির্ণয় কর।

১৯। কোন বৃত্তাকার দেওয়ালের অন্তর্ব্যাস ৪৫ ফুট ৬ ইঞ্চ এবং বেধ ২১ ইঞ্চ; দেওয়ালটী কত বর্গ ফুট স্থান ব্যাপিয়া আছে।

২০। কোন বৃত্তাকার বাগানের ব্যাস ১৪০ ফুট; ইহার চতুর্দ্দিকে $১০\frac{১}{২}$ ফুট বিস্তার বিশিষ্ট একটী রাস্তা প্রস্তুত করিতে প্রতি বর্গফুট ৶১০ আনা হিসাবে কত খরচ পড়িবে? (পরিধি $= ৩\frac{১}{৭} \times$ ব্যাস)।

২১। ৯০ ফুট ব্যাস বিশিষ্ট কোন বৃত্তাকার বাগানের কিনারা হইতে ১ গজ ভিতরের দিকে ১ গজ বিস্তার বিশিষ্ট একটী রাস্তা চতুর্দ্দিক্ বেষ্টন করিয়া আছে। রাস্তাটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

২২। যে ত্রিভুজের বাহুত্রয় ১৩, ৬৮, ও ৭৫ ফুট তাহার অন্তর্বৃত্ত ও বহির্বৃত্ত দ্বারা যে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্র উৎপন্ন হয় তাহার ক্ষেত্রফল কত?

২৩। যে ত্রিভুজের বাহুত্রয় ২৫, ৩৯, ও ৫৬ ফুট তাহার অন্তর্বৃত্ত ও বহির্বৃত্ত দ্বারা উৎপন্ন অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

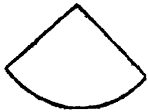
২৪। ২৭ ইঞ্চ ব্যাসার্দ্ধ বিশিষ্ট বৃত্তের মধ্যে ইহার সহিত ঐককেন্দ্রিক দুইটী বৃত্ত অঙ্কিত করিয়া বৃত্তটীকে সমান তিন ভাগে বিভক্ত করা হইয়াছে; যে দুইটী সমান অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্র এইরূপে উৎপন্ন হইল তাহাদের বিস্তার নির্ণয় কর।

২৫। কোন অঙ্গুরীয়াকার পথে একখানা দুই চাকার গাড়ী চলিতে লাগিল। ভিতরের চাকা একবার ঘুরিতে বাহিরের চাকা দেড় বার ঘুরিয়াছিল এবং বাহিরের চাকা ৬৬ বার ঘুরিয়া যে স্থান হইতে প্রথম চলিতে আরম্ভ করিয়াছিল সেই স্থানে পুনরায় আসিল। দুইটী চাকা পরস্পর সমান এবং প্রত্যেকের পরিধি ৪ ফুট। চাকা দুইটীর দাগে যে অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রটী উৎপন্ন হইয়াছিল তাহার ক্ষেত্রফল ও বিস্তার নির্ণয় কর। (পরিধি $= ৩\frac{১}{৭} \times$ ব্যাস)।

ষড়্বিংশ পরিচ্ছেদ।

বৃত্তচ্ছেদক।

১২২। কোন বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে



নিয়ম। বৃত্তচ্ছেদকের কোণের ডিগ্রী সংখ্যার সহিত ৩৬০ এর যে অনুপাত বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফলের সহিত সমস্ত বৃত্তের ক্ষেত্রফলেরও সেই অনুপাত।

উদাহরণ :

(১) যে বৃত্তচ্ছেদকের কোণ ৪২ ডিগ্রী এবং ব্যাসার্দ্ধ ৫ হাত তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

বৃত্তের ক্ষেত্রফল ৫ × ৫ × ৩·১৪১৬ = ৭৮·৫৪।

৩৬০ : ৪২ : : ৭৮·৫৪ : নির্ণেয় ক্ষেত্রফল।

∴ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= \frac{৪২ \times ৭৮·৫৪}{৩৬০} = \frac{৯১·৬৩}{১০} =$ ৯·১৬৩ বর্গহাত।

(২) যে বৃত্তচ্ছেদকের ব্যাসার্দ্ধ ৩·১ ফুট এবং কোণ ১১২½ ডিগ্রী, তাহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

বৃত্তের ক্ষেত্রফল = ৩·১ × ৩·১ × ৩·১৪১৬ = ৩০·১৯০৭৭৬।

৩৬০ : ১১২½ : : ৩০·১৯০৭৭৬ : নির্ণেয় ক্ষেত্রফল।

$$\text{নির্ণেয় ক্ষেত্রফল} = \frac{১১২\frac{১}{২} \times ৩০·১৯০৭৭৬}{৩৬০} = \frac{২২৫ \times ৩০·১৯০৭৭৬}{২ \times ৩৬০}$$

$$= \frac{৫ \times ৩০·১৯০৭৭৬}{২ \times ৮} = \frac{১৫০·৯৫৩৮৮}{১৬} = ৯·৪৩৪৬১৭৫ \text{ বর্গফুট।}$$

১২৩। বৃত্তচ্ছেদকের ব্যাসার্দ্ধ ও চাপের পরিমাণ জানা থাকিলে নিম্নলিখিত নিয়মে তাহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করা যায়:—

নিয়ম। চাপকে ব্যাসার্দ্ধ দিয়া গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধেক লইলেই বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল নির্ণীত হয়।

উদাহরণ :

(১) যে বৃত্তচ্ছেদকের চাপ ১০ হাত এবং ব্যাসার্দ্ধ ৭ হাত তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= \frac{৭ \times ১০}{২} = ৭ \times ৫ = ৩৫$ বর্গহাত।

(২) যে বৃত্তচ্ছেদকের চাপ ৪ ফুট ২ ইঞ্চ এবং ব্যাসার্দ্ধ ৮ ফুট ৩ ইঞ্চ তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

৪ ফুট ২ ইঞ্চ $= ৪\frac{১}{৬} = \frac{২৫}{৬}$ ফুট ; ৮ ফুট ৩ ইঞ্চ $= ৮\frac{১}{৪} = \frac{৩৩}{৪}$ ফুট।

অতএব নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= \frac{২৫}{৬} \times \frac{৩৩}{৪} \times \frac{১}{২}$

$= \frac{২৫ \times ১১}{২ \times ৪ \times ২} = \frac{২৭৫}{১৬} = ১৭\frac{৩}{১৬}$ বর্গফুট $=$ ১৭ বর্গফুট ২৭ বর্গইঞ্চ।

(৩) যে বৃত্তচ্ছেদকের ব্যাসার্দ্ধ ২৫ ফুট এবং জ্যা ১৪ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

এখানে চাপার্দ্ধের জ্যা ৭.০৭১...ফুট, অতএব ৭৯ অণুচ্ছেদের নিয়ম দ্বারা চাপের দৈর্ঘ্য ১৪.১৮৯. ফুট ; সুতরাং বৃত্তচ্ছেদকটীর ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times ১৪.১৮৯ \times ২৫ = \frac{৩৫৪.৭২৫}{২} = ১৭৭.৩৬২\ldots$ বর্গফুট।

১২৪। দুইটী ঐককেন্দ্রিক বৃত্তের সাধারণ কেন্দ্র হইতে বহির্বৃত্তের পরিধি পর্য্যন্ত দুইটী ব্যাসার্দ্ধ টানিলে, বহির্বৃত্তের একটী বৃত্তচ্ছেদক ও অন্তর্বৃত্তের একটী বৃত্তচ্ছেদক উৎপন্ন হইবে। এই বৃত্তচ্ছেদকদ্বয়ের অন্তরের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে।

বৃত্তচ্ছেদক দুইটীর পৃথক্ পৃথক্ ক্ষেত্রফল নির্ণয় পূর্ব্বক বহির্বৃত্তের ছেদকটীর ক্ষেত্রফল হইতে অন্তর্বৃত্তের ছেদকটীর ক্ষেত্রফল বিয়োগ কর ; বিয়োগফল নির্ণেয় ক্ষেত্রফল হইবে।

অথবা, নিম্নলিখিত নিয়মে ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর :—

নিয়ম। অন্তর্বৃত্তের ও বহির্বৃত্তের চাপদ্বয়ের সমষ্টিকে ব্যাসার্দ্ধদ্বয়ের অন্তর দ্বারা গুণ কর; গুণফলের অর্দ্ধেক নির্ণেয় ক্ষেত্রফল হইবে।

উদাহরণ :

(১) সমান কোণবিশিষ্ট দুইটী বৃত্তচ্ছেদকের মধ্যে একটীর ব্যাসার্দ্ধ ২৫ ফুট ও চাপ ১০ ফুট এবং অপরটীর ব্যাসার্দ্ধ ২০ ফুট ও চাপ ৮ ফুট; বৃত্তচ্ছেদকদ্বয়ের অন্তরের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১২৩ অণুচ্ছেদের নিয়মে বৃহত্তরটীর

ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times ২৫ \times ১০ = ২৫ \times ৫ = ১২৫$ বর্গফুট।

লঘুতরটীর ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times ২০ \times ৮ = ১০ \times ৮ = ৮০$ বর্গফুট।

$\therefore$ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= ১২৫ - ৮০ = ৪৫$ বর্গফুট।

অথবা, এই অণুচ্ছেদে যে নিয়ম দেওয়া গিয়াছে তদ্দ্বারা

নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times (১০ + ৮) \times (২৫ - ২০)$

$= \frac{১}{২} \times ১৮ \times ৫ = ৯ \times ৫ = ৪৫$ বর্গফুট।

(২) দুইটী ঐককেন্দ্রিক বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৫ ফুট ও ৭$\frac{১}{২}$ ফুট। কেন্দ্র হইতে বহির্বৃত্ত পর্য্যন্ত দুইটী ব্যাসার্দ্ধ টানা হইয়াছে; ব্যাসার্দ্ধদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ ৪৮ ডিগ্রী। এই ব্যাসার্দ্ধদ্বয়ের অংশ এবং ইহাদের কর্ত্তৃক ছিন্ন চাপদ্বয় এই চতুঃসীমার অন্তর্গত স্থানের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

বহির্বৃত্তের ছেদক হইতে অন্তর্বৃত্তের ছেদক বাদ দিলেই এ স্থলে ইষ্টফল লব্ধ হইবে।

বহির্বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= ৩\cdot১৪১৬ \times ৭\frac{১}{২} \times ৭\frac{১}{২} = ৩\cdot১৪১৬ \times \frac{১৫}{২} \times \frac{১৫}{২}$।

$৩৬০ : ৪৮ :: ৩\cdot১৪১৬ \times \frac{১৫}{২} \times \frac{১৫}{২}$: বহির্বৃত্তের ছেদকের ক্ষেত্রফল।

$\therefore$ বহির্বৃত্তের ছেদকের ক্ষেত্রফল $= \dfrac{৪৮ \times ৩\cdot১৪১৬ \times ১৫ \times ১৫}{৩৬০ \times ২ \times ২}$

$= ১\cdot৫৭০৮ \times ১৫ = ২৩\cdot৫৬২$ বর্গফুট।

অন্তর্বৃত্তের ক্ষেত্রফল $= ৩\cdot১৪১৬ \times ৫ \times ৫$।

৩৬০ : ৪৮ :: $৩\cdot১৪১৬ \times ৫ \times ৫$: অন্তর্বৃত্তের ছেদকের ক্ষেত্রফল।

$\therefore$ অন্তর্বৃত্তের ছেদকের ক্ষেত্রফল $= \dfrac{৪৮ \times ৩\cdot১৪১৬ \times ৫ \times ৫}{৩৬০}$

$= ২ \times ১\cdot০৪৭২ \times ৫ = ১০\cdot৪৭২$ বর্গফুট।

$\therefore$ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= ২৩\cdot৫৬২ - ১০\cdot৪৭২ = ১৩\cdot০৯$ বর্গফুট।

ষড়্বিংশ উদাহরণ-মালা।

নিম্নে যে সকল বৃত্তচ্ছেদকের কোণের পরিমাণ ও ব্যাসার্দ্ধ দেওয়া গেল তাহাদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১। কোণ ৬০°, ব্যাসার্দ্ধ ২৫ ফুট। ২। কোণ ৪৫°, ব্যাসার্দ্ধ ২ গজ।

৩। কোণ ১৮°, ব্যাসার্দ্ধ ৩১ ফুট। ৪। কোণ ৭°৩০′, ব্যাসার্দ্ধ ১ মাইল।

নিম্নে যে সকল বৃত্তচ্ছেদকের ব্যাসার্দ্ধ ও চাপের পরিমাণ দেওয়া গেল তাহাদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৫। ব্যাসার্দ্ধ ২৪ গজ, চাপ ৩২ গজ।

৬। ব্যাসার্দ্ধ ৩·৭৫ ইঞ্চ, চাপ ১ ফুট।

৭। ব্যাসার্দ্ধ ২৮ গজ ১ ফুট ৩ ইঞ্চ, চাপ ১২ গজ ২ ফুট ২ ইঞ্চ।

৮। ব্যাসার্দ্ধ ·০০৩৭ ইঞ্চ, চাপ ·০০১২ ইঞ্চ।

৯। যে বৃত্তচ্ছেদকের জ্যা ৩·৫ হাত এবং ব্যাসার্দ্ধ ২১ হাত তাহার ক্ষেত্রফল কত?

১০। যে বৃত্তচ্ছেদকের চাপের উন্নতি ৩ ইঞ্চ এবং ব্যাসার্দ্ধ ১২ ফুট ৬ ইঞ্চ তাহার ক্ষেত্রফল কত?

১১। যে বৃত্তচ্ছেদকের চাপের উন্নতি ১০ ফুট এবং জ্যা ৯৯ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

১২। সমান কোণ বিশিষ্ট দুইটী বৃত্তচ্ছেদকের ব্যাসার্দ্ধদ্বয় ৩ ফুট ৬ ইঞ্চ ও ১ ফুট ৬ ইঞ্চ, এবং চাপদ্বয় ৭ ফুট ও ৩ ফুট; বৃত্তচ্ছেদক দুইটীর অন্তরের ক্ষেত্রফল কত ?

১৩। দুইটী ঐককেন্দ্রিক বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৭ ও ৯ ফুট; কেন্দ্র হইতে বহির্বৃত্তের পরিধি পর্য্যন্ত দুইটী ব্যাসার্দ্ধ টানা হইয়াছে। ব্যাসার্দ্ধদ্বয়ের মধ্যবর্ত্তী কোণ ৩৭°৩০´। ব্যাসার্দ্ধদ্বয় এবং তাহাদের মধ্যবর্ত্তী দুইটী চাপ, এই চতুঃসীমার মধ্যবর্ত্তী স্থানের ক্ষেত্রফল কত হইবে ?

১৪। যে বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল ৩০ বর্গফুট ও কোণ ২২°৩০´ তাহার ব্যাসার্দ্ধ কত?

১৫। সমবাহু ত্রিভুজাকার কোন ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল এক বিঘা; কোন বলদের নাসিকায় কত লম্বা দড়ির এক প্রান্ত বাঁধিয়া অপর প্রান্ত ক্ষেত্রটীর এক কোণে প্রোথিত খুঁটীতে বাঁধিয়া দিলে বলদটী ঠিক অর্দ্ধেক জমীতে চরিতে পারিবে ?

১৬। যে বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল ১৮.৮৪৯৬ বর্গ ফুট ও ব্যাসার্দ্ধ ১২ ফুট, তাহার কোণের পরিমাণ কত ?

১৭। যে বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল ১০০ বর্গ ফুট এবং কোণের পরিমাণ ৫০ ডিগ্রী তাহার পরিবেষ্টন কত ?

১৮। কোন বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল ৮৫ বর্গ হাত, ব্যাসার্দ্ধ ২১.২৫ হাত, চাপের পরিমাণ কত ?

১৯। কোন বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল ৩২১ বর্গ ফুট এবং চাপের দৈর্ঘ্য ২৬.৭৫ ফুট; ব্যাসার্দ্ধ নির্ণয় কর।

২০। বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল ৫৩২ বর্গ ফুট এবং বৃত্তের ক্ষেত্রফল ১৯৯৫ বর্গ ফুট, বৃত্তচ্ছেদকটীর (১) কোণ, (২) চাপের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সপ্তবিংশ পরিচ্ছেদ।

বৃত্তখণ্ড।

১২৫। বৃত্তের ব্যাস নয় এমন যে কোন জ্যা বৃত্তকে দুই অসমান খণ্ডে বিভক্ত করে। খণ্ড দুইটার মধ্যে একটী বৃত্তার্দ্ধ হইতে বৃহত্তর এবং অপরটী বৃত্তার্দ্ধ হইতে লঘুতর। লঘুতর খণ্ডটীর ক্ষেত্রফল জানা থাকিলে সমগ্র বৃত্তের ক্ষেত্রফল হইতে তাহা বিয়োগ করিয়া বৃহত্তরটীর ক্ষেত্রফল পাওয়া যাইতে পারে। অতএব নিম্নে কেবল লঘুতর বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করার নিয়মই প্রদত্ত হইল।

নিয়ম। বৃত্তখণ্ডের চাপের প্রান্তদ্বয় বৃত্তের কেন্দ্রের সহিত সংযুক্ত করিলে যে বৃত্তচ্ছেদক উৎপন্ন হয় তাহার ক্ষেত্রফল হইতে বৃত্তচ্ছেদকটীর দুইটী ব্যাসার্দ্ধ এবং বৃত্তখণ্ডটীর জ্যা এই তিন সরল রেখা দ্বারা উৎপন্ন ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল বিয়োগ করিলেই বৃত্তখণ্ডটীর ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়।

উদাহরণ :

(১) যে বৃত্তচ্ছেদকের ব্যাসার্দ্ধ ৫ ফুট এবং কোণ ৬০ ডিগ্রী তাহার চাপের প্রান্তদ্বয় সংযুক্ত করিলে যে বৃত্তখণ্ডটী উৎপন্ন হয় তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

বৃত্তের ক্ষেত্রফল = ৫ × ৫ × ৩·১৪১৬ = ৭৮·৫৪ বর্গফুট। অতএব ১২২ অণুচ্ছেদের নিয়ম দ্বারা বৃত্তচ্ছেদকটীর ক্ষেত্রফল $= \frac{৭৮·৫৪ \times ৬০}{৩৬০}$ = ১৩·০৯ বর্গফুট। বৃত্তচ্ছেদকের ব্যাসার্দ্ধদ্বয় ও বৃত্তখণ্ডের জ্যা দ্বারা যে ত্রিভুজটী এখানে উৎপন্ন হয় তাহা একটী সমবাহু ত্রিভুজ, তাহার প্রত্যেক বাহু ৫ ফুট। অতএব এই

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $=$ ½ × ৫ × ·৮৬৬ × ৫ $=$ ১০·৮২৫ বর্গফুট।
অতএব বৃত্তখণ্ডটীর ক্ষেত্রফল $=$ ১৩·০৯ $-$ ১০·৮২৫ $=$ ২·২৬৫ বর্গফুট।

(২) কোন বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ২৬ ফুট ; ২০ ফুট জ্যা দ্বারা ছিন্ন লঘুতর বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল কত ?

এখানে চাপার্দ্ধের জ্যা প্রায় ১০·১৯৮ ফুট, অতএব ৭৯ অনুচ্ছেদের নিয়মে চাপের দৈর্ঘ্য ২০·৫২৮ ফুট। সুতরাং বৃত্তচ্ছেদকটীর ক্ষেত্রফল $=$ ½ × ২৬ × ২০·৫২৮ $=$ ২৬৬·৮৬৪ বর্গফুট। ত্রিভুজটীর ভূমি ২০ ফুট এবং উন্নতি ২৪ ফুট, সুতরাং ইহার ক্ষেত্রফল $=$ ½ × ২০ × ২৪ $=$ ২৪০ বর্গফুট। অতএব বৃত্তখণ্ডটীর ক্ষেত্রফল $=$ ২৬৬·৮৬৪ $-$ ২৪০ $=$ ২৬·৮৬৪ বর্গফুট।

১২৬। কোন বৃত্তখণ্ডের চাপের জ্যা এবং উন্নতি দেওয়া আছে বৃত্তখণ্ডটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে।

এস্থলে প্রথমতঃ চাপার্দ্ধের জ্যা নির্ণয় পূর্ব্বক চাপের দৈর্ঘ্য স্থির কর। তৎপর ব্যাসার্দ্ধ নির্ণয় করিয়া বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল বাহির কর। অবশেষে এই ক্ষেত্রফল হইতে বৃত্তচ্ছেদকের ব্যাসার্দ্ধদ্বয় ও জ্যা দ্বারা উৎপন্ন ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল বিয়োগ করিলেই বৃত্তখণ্ডটীর ক্ষেত্রফল পাওয়া যাইবে।

কিন্তু সহজে সমাধান কার্য্য সম্পাদনার্থ নিম্নলিখিত নিয়মটী এস্থলে দেওয়া গেল :—

নিয়ম। জ্যা এবং উন্নতির গুণফলের দুই-তৃতীয়াংশের সহিত উন্নতির ঘনকে জ্যার দ্বিগুণ দ্বারা ভাগ করিয়া যোগ করিলেই বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়।

সঙ্কেত : ক্ষেত্রফল $=$ ⅔ × জ্যা × উন্নতি $+ \dfrac{(\text{উন্নতি})^3}{২ \times \text{জ্যা}}$।

উদাহরণ :

(১) যে বৃত্তখণ্ডের জ্যা ২৪ ফুট এবং উন্নতি ১ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \tfrac{২}{৩} \times ২৪ \times ১ + \frac{১^৩}{২ \times ২৪} = ১৬ + \frac{১}{৪৮} = ১৬ + ·০২০৮৩\cdots$$

$= ১৬·০২০৮৩\cdots$ বর্গফুট।

(২) যে বৃত্তখণ্ডের জ্যা ২০ ফুট এবং উন্নতি ১·২ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \tfrac{২}{৩} \times ২০ \times ১·২ + \frac{(১·২)^৩}{২ \times ২০} = ২ \times ২০ \times ·৪$$

$$+ \frac{১·২ \times ১·২ \times ১·২}{২ \times ২০} = ১৬ + ·০৪৩২ = ১৬·০৪৩২ \text{ বর্গফুট।}$$

১২৭। কোন সরল রেখাকে জ্যা করিয়া তদুপরি ভিন্ন ভিন্ন উন্নতি বিশিষ্ট দুইটী বৃত্তচাপ অঙ্কিত করিলে চাপদ্বয় দ্বারা যে ক্ষেত্র সীমাবদ্ধ হয় তাহাকে অর্দ্ধচন্দ্রাকার ক্ষেত্র* কহে।

স্পষ্টই দেখা যায় যে বহিঃস্থ বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল হইতে অন্তঃস্থ বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল বিয়োগ করিলেই অর্দ্ধচন্দ্রাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল পাওয়া যাইতে পারে।

(১) যে অর্দ্ধচন্দ্রাকার ক্ষেত্রের চাপদ্বয়ের সাধারণ জ্যা ১৬ফুট এবং উন্নতিদ্বয় ১·৮ ও ১·২ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

১২৬ অণুচ্ছেদের নিয়মে বহিঃস্থ বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল

$$= \tfrac{২}{৩} \times ১৬ \times ১·৮ + \frac{১·৮ \times ১·৮ \times ১·৮}{২ \times ১৬} = ২ \times ১৬ \times ·৬ + \frac{·৯ \times ·৯ \times ·৯}{৪}$$

$$= ১৯·২ + \frac{·৭২৯}{৪} = ১৯·২ + ·১৮২২৫ = ১৯·৩৮২২৫ \text{ বর্গফুট।}$$

---

* এখানে 'অর্দ্ধ' শব্দের অর্থ 'সমান দুই ভাগের এক ভাগ' নয়। ইহার অর্থ—'অংশ', 'খণ্ড'। অর্দ্ধচন্দ্রাকার = চন্দ্রখণ্ডাকার অর্থাৎ শুক্লপক্ষের তৃতীয়া চতুর্থী প্রভৃতি তিথিতে চন্দ্রের যে অংশ দেখা যায় তদ্রূপ আকার বিশিষ্ট।

$$\text{অন্তঃস্থ বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল} = \frac{২}{৩} \times ১৬ \times ১\cdot২ + \frac{১\cdot২ \times ১\cdot২ \times ১\cdot২}{২ \times ১৬}$$

$$= ২ \times ১৬ \times \cdot৪ + \cdot৩ \times \cdot৩ \times \cdot৬ = ১২\cdot৮ + \cdot০৫৪ = ১২\cdot৮৫৪ \text{ বর্গফুট।}$$

$$\therefore \quad \text{অর্দ্ধচন্দ্রাকার ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল} = ১৯\cdot৩৮২২৫ - ১২\cdot৮৫৪$$

$$= ৬\cdot৫২৮২৫ \text{ বর্গফুট।}$$

সপ্তবিংশ উদাহরণ-মালা।

১। কোন বৃত্তচ্ছেদকের কোণ ৯০°, ব্যাসার্দ্ধ ৩২ ফুট; চাপের প্রান্তদ্বয় সংযোগ করিলে যে বৃত্তখণ্ড উৎপন্ন হয় তাহার ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

২। ব্যাসার্দ্ধ ৮ ফুট, বৃত্তচ্ছেদকের কোণ সমকোণ, বৃত্তখণ্ডটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৩। ১ উদাহরণে কোণের পরিমাণ ৬০° হইলে বৃত্তখণ্ডটীর ক্ষেত্রফল কত হইবে?

৪। চাপের উন্নতি ·০৮৭ ফুট, এবং ব্যাস ১ ফুট; বৃত্তখণ্ডটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৫। ১০ ফুট ব্যাস বিশিষ্ট কোন বৃত্ত ৪ ফুট জ্যা দ্বারা যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হয় তাহাদের পৃথক্ পৃথক্ ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৬। ৫২ ফুট ব্যাসার্দ্ধ বিশিষ্ট বৃত্ত ২ ফুট জ্যা দ্বারা যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হয় তাহার বৃহত্তরটীর ক্ষেত্রফল কত?

নিম্নে যে সকল বৃত্ত খণ্ডের জ্যা এবং উন্নতি দেওয়া গেল তাহাদের ক্ষেত্রফল ১২৬ অণুচ্ছেদের দ্বিতীয় নিয়মে নির্ণয় কর।

৭। জ্যা ১৮ ফুট, উন্নতি ১ ফুট। ৮। জ্যা ২৪ ফুট, উন্নতি ১·২ ফুট।

৯। জ্যা ৪০ ফুট, উন্নতি ১·৮ ফুট। ১০। জ্যা ৫০ ফুট, উন্নতি ৩ ফুট।

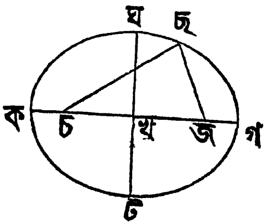
১১। যে অর্দ্ধচন্দ্রাকার ক্ষেত্রের চাপদ্বয়ের সাধারণ জ্যা ৫৪ ফুট এবং উন্নতিদ্বয় ২·৪ ও ·৬ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত?

১২। কোন বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৫ ফুট; প্রত্যেকে ব্যাসার্দ্ধের সমান এমন দুইটী পরস্পর সমান্তরাল জ্যা টানা হইয়াছে। এই জ্যা দুইটীর অন্তর্গত কটিবন্ধের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

অষ্টাবিংশ পরিচ্ছেদ।

বৃত্তাভাস।

১২৮। সংজ্ঞা। যে সমধরাতলের সীমা এক রেখাতে বদ্ধ এবং যাহার মধ্যস্থ দুইটী নির্দ্দিষ্ট বিন্দু হইতে সীমা রেখাস্থ যে কোন বিন্দুর পৃথক্ পৃথক্ দূরতার সমষ্টি সর্ব্বদা একই থাকে, তাহাকে বৃত্তাভাস ক্ষেত্র কহে।



পার্শ্বস্থ কঘছগট একটী বৃত্তাভাস ক্ষেত্রের প্রতিকৃতি।

বৃত্তাভাসের ইংরেজী নাম 'এলিপ্‌স্' (ইলিপ্‌স্ নয়)।

বৃত্তাভাসের মধ্যস্থ উক্ত নির্দ্দিষ্ট বিন্দুদ্বয়ের এক একটীকে এক একটী অধিশ্রয় কহে। পার্শ্বস্থ প্রতিকৃতিতে চ ও জ বিন্দুদ্বয় দুইটী অধিশ্রয়।

অধিশ্রয়দ্বয় সংযোগক সরল রেখার মধ্যবিন্দুকে বৃত্তাভাসের কেন্দ্র কহে। পার্শ্বস্থ প্রতিকৃতিতে খ বিন্দু বৃত্তাভাসটীর কেন্দ্র।

অধিশ্রয়দ্বয়ের মধ্য দিয়া যে সরল রেখা উভয় দিকে পরিধি

স্পর্শ করে তাহাকে বৃত্তাভাসের গরিষ্ঠ ব্যাস কহে। পার্শ্ববর্ত্তী প্রতিকৃতিতে কচখজগ সরল রেখা গরিষ্ঠ ব্যাস।

কেন্দ্র ভেদ করিয়া গরিষ্ঠ ব্যাসের সহিত সমকোণ উৎপাদন পূর্ব্বক যে সরল রেখা উভয় দিকে পরিধি স্পর্শ করে তাহাকে বৃত্তাভাসের লঘিষ্ঠ ব্যাস কহে। পার্শ্বস্থ প্রতিকৃতিতে ঘথট লঘিষ্ঠ ব্যাস।

১২৯। কোন বৃত্তাভাস ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। (১) গরিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধকে লঘিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধ দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলকে ৩·১৪১৬ দ্বারা গুণ কর।

অথবা (২) গরিষ্ঠ ও লঘিষ্ঠ ব্যাসের গুণফলকে ·৭৮৫৪ দ্বারা গুণ কর।

উদাহরণ :

(১) যে বৃত্তাভাসের গরিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধ ৫ ফুট এবং লঘিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধ ৪ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

প্রথম নিয়মে ক্ষেত্রফল = ৫ × ৪ × ৩·১৪১৬ = ৬২·৮৩২ বর্গফুট।

(২) যে বৃত্তাভাসের গরিষ্ঠ ব্যাস ১১ ফুট ও লঘিষ্ঠ ব্যাস ৯ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

দ্বিতীয় নিয়মে ক্ষেত্রফল = ১১ × ৯ × ·৭৮৫৪ = ৭৭·৭৫৪৬ বর্গফুট।

অষ্টাবিংশ উদাহরণ-মালা।

১। যে বৃত্তাভাসের গরিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধ ৭ ফুট এবং লঘিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধ ৫ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

২। যে বৃত্তাভাসের গরিষ্ঠ ব্যাস ৫০ ফুট এবং লঘিষ্ঠ ব্যাস ৩২ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

৩। যে বৃত্তাভাসের গরিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধ ৭ ফুট ৬ ইঞ্চ এবং লঘিষ্ঠ ব্যাসার্দ্ধ ৫ ফুট ৪ ইঞ্চ তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

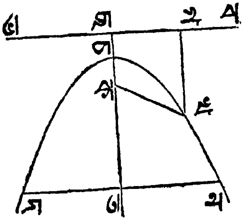
৪। যে বৃত্তাভাসের গরিষ্ঠ ব্যাস বি, ৩৯০৷৷২৷৷ ছটাক ও লঘিষ্ঠ ব্যাস বি, ১০২৷৩ কাঠা তাহার ক্ষেত্রফল কত বিঘা ?

৫। যে বৃত্তাভাসের গরিষ্ঠ ব্যাস ৩২ ফুট এবং লঘিষ্ঠ ব্যাস ১৮ ফুট তাহার সমান বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ কত ?

উনত্রিংশ পরিচ্ছেদ।

ক্ষেপণী-ক্ষেত্র।

১৩০। সংজ্ঞা। যে অসীম রেখার প্রত্যেক বিন্দু কোন নির্দ্দিষ্ট সরল রেখা এবং কোন নির্দ্দিষ্ট বিন্দু হইতে সমদূরবর্ত্তী তাহাকে ক্ষেপণী বা প্যারাবোলা বলে।



সংজ্ঞাটী হইতে স্পষ্টই দেখা যায় ক্ষেপণী রেখা বক্র ভিন্ন সরল হইতে পারে না।

ভব একটী নির্দ্দিষ্ট সরল রেখা এবং ক একটী নির্দ্দিষ্ট বিন্দু। দচন রেখাটী এরূপ ভাবে অঙ্কিত হইয়াছে যে ইহার প্রত্যেক বিন্দু ভব সরল রেখা ও ক বিন্দু হইতে সমদূরবর্ত্তী অর্থাৎ ইহার যে কোন বিন্দু থকে কএর সহিত যোগ করিলে এবং থ বিন্দু হইতে ভব এর উপর থগ লম্ব পাত করিলে কথ ও থগ পরস্পর সমান হয়। সুতরাং পূর্ব্ববর্ত্তী সংজ্ঞানুসারে দচন একটী ক্ষেপণী রেখার অংশ বা চাপ।

ক নির্দ্দিষ্ট বিন্দু হইতে ভব নির্দ্দিষ্ট সরল রেখার উপর কছ লম্ব পাত কর; কছ, চ বিন্দুতে ক্ষেপণী রেখাটীকে ছেদন করিতেছে। চককে বৃদ্ধি কর। চকত সরল রেখাকে, দচন যে ক্ষেপণীর অংশ তাহার অক্ষদণ্ড কহে।

অক্ষদণ্ডের সহিত লম্বভাবে অবস্থিত কোন জ্যা এবং এই জ্যা কর্ত্তৃক অবচ্ছিন্ন ক্ষেপণীর চাপ এই দুই সীমার মধ্যে যে ক্ষেত্র থাকে তাহাকে ক্ষেপণীক্ষেত্র কহে। যথা, দচন একটী ক্ষেপণীক্ষেত্র।

অক্ষ-দণ্ডের যে অংশ ক্ষেপণী ক্ষেত্রের মধ্যে থাকে তাহাকে উহার উন্নতি কহে এবং জ্যাটীকে ভূমি কহে। দচন ক্ষেপণী ক্ষেত্রের চত উন্নতি এবং দন ভূমি।

১৩১। কোন ক্ষেপণী-ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। ভূমিকে উন্নতি দ্বারা গুণ কর; গুণফলের দুই তৃতীয়াংশ ক্ষেপণীক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হইবে।

উদাহরণ :

(১) যে ক্ষেপণী ক্ষেত্রের ভূমি ৮ ফুট এবং উন্নতি ৬ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত?

$$\text{ক্ষেত্রফল} = \frac{২}{৩} \times ৮ \times ৬ = ৩২ \text{ বর্গফুট।}$$

(২) যে ক্ষেপণী ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ২০০০০ বর্গ হাত এবং উন্নতি ১৫০ হাত তাহার ভূমি কত?

$$২০০০০ \div \frac{২}{৩} = ২০০০০ \times \frac{৩}{২} = ৩০০০০।$$

$$\therefore \quad \text{নির্ণেয় ভূমি} = \frac{৩০০০০}{১৫০} = ২০০ \text{ হাত।}$$

ঊনত্রিংশ উদাহরণ-মালা।

নিম্নে যে সকল ক্ষেপণী ক্ষেত্রের ভূমি এবং উন্নতি দেওয়া আছে তাহাদের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১। ভূমি ১০ ফুট, উন্নতি ১২ ফুট।

২। ভূমি ১১ ফুট ৩ ইঞ্চ, উন্নতি ৩০ ফুট ৮ ইঞ্চ।

৩। ভূমি বি, ৫।৩ কাঠা, উন্নতি বি, ২।২ কাঠা।

৪। ভূমি ৮ চেইন ১৬ লিঙ্ক, উন্নতি ৬ চেইন ২৫ লিঙ্ক।

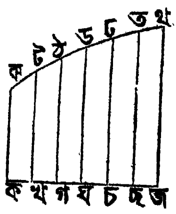
৫। যে ক্ষেপণী-ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৫৬ বর্গ ফুট এবং ভূমি ১০ ফুট ৬ ইঞ্চ। তাহার উন্নতি কত ?

৬। যে ক্ষেপণী ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১ একার এবং উন্নতি ৩ চেইন ৭৫ লিঙ্ক তাহার ভূমি কত ?

ত্রিংশ পরিচ্ছেদ।

সিমসনের নিয়ম।

১৩২। পার্শ্ববর্ত্তী ঝকজথ ক্ষেত্রটী ঝক, কজ, ও জথ এই তিনটী সরল রেখা দ্বারা তিন দিকে এবং ঝথ এই বক্র রেখা দ্বারা চতুর্থ দিকে সীমাবদ্ধ। ঝক এবং থজ, কজ এর উপর লম্বভাবে আছে।



কজকে কখ, খগ, গঘ প্রভৃতি কয়েকটী যুগ্মসংখ্যক সমান অংশে বিভক্ত কর। খ, গ, ঘ প্রভৃতি বিভাজক বিন্দুগুলি হইতে খট, গঠ, ঘড প্রভৃতি কজএর উপর

লম্ব উত্তোলন কর। লম্বগুলি ট, ঠ, ড প্রভৃতি বিন্দুতে বক্র রেখাটীকে স্পর্শ করিতেছে।

প্রতিকৃতিটীতে সমুদয়ে লম্বসংখ্যা সাতটী। তন্মধ্যে ঝক, ঠগ, ঢচ, ও থজ বিযুগ্ম (অর্থাৎ বিজোড়) লম্ব এবং টখ, ডঘ, ও তছ যুগ্ম (অর্থাৎ জোড়) লম্ব।

নিম্ন লিখিত নিয়মে এইরূপ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল আসন্নরূপে নির্ণীত হয় :—

নিয়ম। প্রথম লম্ব, শেষ লম্ব, অন্য বিযুগ্ম লম্বগুলির সমষ্টির দ্বিগুণ, এবং যুগ্ম লম্বগুলির সমষ্টির চতুর্গুণ একত্র যোগ কর; যোগফলকে পরস্পর পার্শ্ববর্ত্তী দুইটী লম্বের দূরতা দ্বারা গুণ করিয়া গুণফলের এক তৃতীয়াংশ লও।

এই নিয়মটী সাধারণতঃ 'সিমসনের নিয়ম' বলিয়া অভিহিত হয়। কিন্তু সিমসন নিয়মটী উদ্ভাবন করেন নাই।

উদাহরণ :

(১) লম্বগুলির সাধারণ দূরত্ব ১ ফুট এবং তাহাদের পরিমাণ ২·১৬, ২·৩২, ২·৪৮, ২·৬৪, ২·৮০, ২·৯৬, ৩·১২ ফুট; ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

২·৪৮	২·৩২	২·১৬
২·৮০	২·৬৪	৩·১২
৫·২৮	২·৯৬	১০·৫৬
২	৭·৯২	৩১·৬৮
১০·৫৬	৪	৪৭·৫২
	৩১·৬৮	

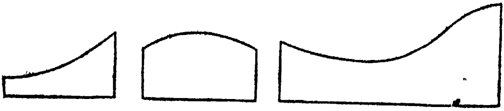
∴ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= \frac{৪৭·৫২ \times ১}{৩} =$ ১৫·৮৪ বর্গফুট।

(২) লম্বগুলির সাধারণ দূরতা ১·২ ফুট এবং তাহাদের পরিমাণ ৪·৫, ৫·৬, ৬·৭, ৭·৮, ও ৮·৯ ফুট; ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৬·৭	৫·৬	৪·৫
২	৭·৮	৮·৯
১৩·৪	১৩·৪	১৩·৪
	৪	৫৩·৬
	৫৩·৬	৮০·৪

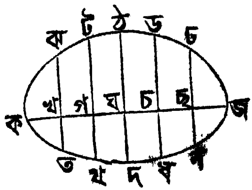
∴ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= \frac{৮০·৪ \times ১·২}{৩} = ২৬·৮ \times ১·২ = ৩২·১৬$ বর্গফুট।

১৩৩। নিম্নস্থ প্রতিকৃতিগুলির ন্যায় আকারবিশিষ্ট ক্ষেত্রের



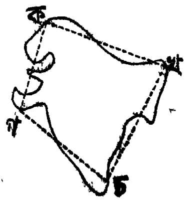
ক্ষেত্রফলও সিমসনের নিয়মে নির্ণীত হইবে। তবে লম্ব সংখ্যা যতই অধিক লওয়া যাইবে ফল ততই ঠিক হইবে।

১৩৪। যদি ক্ষেত্রটী কজ সরল রেখা এবং কঠজ বক্র রেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ হয় তাহা হইলেও সিমসনের নিয়ম প্রয়োগ করা যাইবে। এস্থলে প্রথম ও শেষ লম্বের পরিমাণ (০)শূন্য, সুতরাং গণনায় ধর্ত্তব্য নহে।



যদি ক্ষেত্রটী ক ঠ জ দ ক এই বক্ররেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ হয় তবেও সিমসনের নিয়ম দ্বারা ইহার ক্ষেত্রফল স্থির হইবে। এস্থলে ঝত, টথ, ঠদ, প্রভৃতিকে লম্ব স্বরূপ ধরিতে হইবে।

১৩৫। পার্শ্ববর্ত্তী কগচখ ক্ষেত্রের সীমা রেখাটী অত্যন্ত বক্র। এ প্রকার ক্ষেত্র সম্বন্ধে সিমসনের নিয়ম খাটে না। এরূপস্থলে নিম্নলিখিত প্রকারে ক্ষেত্রফল নির্ণীত হয়ঃ—



ক্ষেত্রটীর উপর একটী সরল রৈখিক ক্ষেত্র এরূপ ভাবে অঙ্কিত কর যেন উভয় ক্ষেত্রের মধ্যে বিভিন্নতা যতদূর সম্ভব কম হয়। প্রথমতঃ সরল রৈখিক ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। তৎপর উভয় ক্ষেত্রের সীমাদ্বয় দ্বারা যে সকল ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র ক্ষেত্র উৎপন্ন হইয়াছে সিমসনের নিয়মে সেগুলির ক্ষেত্রফল স্থির কর। এখন সরল রৈখিক ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফলে উহার সীমার বাহিরে উৎপন্ন ক্ষুদ্র ক্ষেত্রগুলির ক্ষেত্রফল যোগ কর এবং এই সমষ্টি হইতে সরল রৈখিক ক্ষেত্রটীর সীমার মধ্যে উৎপন্ন ক্ষুদ্র ক্ষেত্র-গুলির ক্ষেত্রফল বিয়োগ করিলেই নির্ণেয় ক্ষেত্রফল আসন্নরূপে পাওয়া যাইবে।

১৩৬। বিশেষ সূক্ষ্মতার প্রয়োজন না হইলে ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্যকে কয়েক স্থানে মাপিয়া গড় দৈর্ঘ্য পরিমাণ ধর এবং বিস্তারকেও কয়েক স্থানে মাপিয়া গড় বিস্তার পরিমাণ ধর। এই গড় দৈর্ঘ্য ও গড় বিস্তারের গুণফলই মোটামুটি ক্ষেত্রফল হইবে। জমীদারী আমীনেরা অনেক স্থলে এইরূপে কালি স্থির করিয়া থাকেন।

ত্রিংশ উদাহরণ-মালা।

নিম্নে যে সকল ক্ষেত্রের লম্বপরিমাণ এবং লম্বগুলির সাধারণ দূরত্ব দেওয়া গেল তাহাদের ক্ষেত্রফল সিমসনের নিয়মে বর্গফুটে নির্ণয় কর।

১। লম্বগুলি ৬, ৯, ১৪, ১৯, ২৪, ৩১, ৩৭, ৪৩, ৪৫ ফুট; সাধারণ দূরত্ব ১ ফুট।

২। লম্বগুলি ৮, ১৭, ২৫, ৩৬, ৪৭, ৬৪, ৮২ ফুট; সাধারণ দূরত্ব ১ ফুট।

৩। লম্বগুলি ০, ১০, ১৪, ২১, ১৪, ১০, ০ ফুট; সাধারণ দূরত্ব ১ ফুট ৬ ইঞ্চ।

৪। লম্বগুলি ০, ২.৬, ৬, ৯.৮, ১২, ৮.৬, ০ ফুট; সাধারণ দূরত্ব ১.৪ ফুট।

৫। লম্বগুলি ০, ২.১২, ৩.৪৮, ৪.২৭, ৫.৩১, ৮.৩৫, ৯.৬৬ ফুট; সাধারণ দূরত্ব ৯ ইঞ্চ।

৬। লম্বগুলি ৫.৯৬৭, ৩.২৫৬, ২.৮৩৫, ১.৩২৪, .৮৭৩, .৪৩৭, ০ ফুট; সাধারণ দূরত্ব ১.২ ফুট।

৭। লম্বগুলি ১২.৪, ১৩.১, ১৩.৫, ১৩.৩, ১২.৭, ১২.৩, ১১.৯ ফুট; সাধারণ দূরত্ব ৩ ফুট।

৮। কজখ ক্ষেত্রটী কখ সরল রেখা ও কজখ বক্র রেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ। ক খ কে দশ সমান ভাগে বিভক্ত করিয়া বিভাজক বিন্দুগুলি হইতে নয়টী লম্ব উত্তোলন করা হইয়াছে। বক্র রেখা পর্য্যন্ত লম্বগুলির পরিমাণ .৫৪৬৮, .৭৮৯০, .৯৪৩২, ১, .৯৭৪১, .৮৫৩৬, .৭৩৪৩, .৬৭৮৯, .৪৫৮৬ ফুট; ক খ এর পরিমাণ ১০ ফুট হইলে ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল কত হইবে?

একত্রিংশ পরিচ্ছেদ।

সদৃশ ক্ষেত্র।

১৩৭। দুইটী সদৃশ ক্ষেত্রের মধ্যে একটীর রৈখিক পরিমাণের সহিত অপরটীর রৈখিক পরিমাণের কিরূপ সম্বন্ধ তাহা দশম পরিচ্ছেদে প্রদর্শন করা হইয়াছে। বর্ত্তমান পরিচ্ছেদে তাহাদের ক্ষেত্রফলের মধ্যে কিরূপ সম্বন্ধ তাহা দেখান যাইতেছে। নিম্নলিখিত নিয়মটী অতীব প্রয়োজনীয়:—

সদৃশ ক্ষেত্রদ্বয়ের মধ্যে একটীর যে কোন রৈখিক পরিমাণের বর্গের সহিত অপরটীর তৎসদৃশ রৈখিক পরিমাণের বর্গের যে

অনুপাত প্রথমটীর ক্ষেত্রফলের সহিত দ্বিতীয়টীর ক্ষেত্রফলেরও সেই অনুপাত।

দৃষ্টান্ত স্বরূপ, মনে কর দুইটী সদৃশ ক্ষেত্রের মধ্যে একটীর এক বাহু যেন ৩ এবং অপরটীর তৎসদৃশ বাহু যেন ৪, তাহা হইলে $৩^২$: $৪^২$: : প্রথমটীর ক্ষেত্রফল : দ্বিতীয়টীর ক্ষেত্রফল।

১৩৮। উপরোক্ত নিয়মটী হইতে দেখা যায় যে দুইটী সদৃশ ক্ষেত্রের মধ্যে একটীর কোন রৈখিক পরিমাণ দ্বিতীয়টীর তৎসদৃশ রৈখিক পরিমাণের দ্বিগুণ হইলে প্রথমটীর ক্ষেত্রফল দ্বিতীয়টীর ক্ষেত্রফলের চতুর্গুণ হয়, তিনগুণ হইলে নয়গুণ হয়, চারিগুণ হইলে ষোলগুণ হয় ইত্যাদি।

কি কারণে দুইটী সদৃশ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের অনুপাত তাহাদের সদৃশ বাহুদ্বয়ের বর্গের অনুপাতের তুল্য হয় তাহা জ্যামিতির ষষ্ঠ অধ্যায় না পড়িলে সম্যক্ বুঝা যায় না। তবে নিম্নলিখিতরূপ দুই একটী দৃষ্টান্ত লইয়া দেখিলে ইহার সত্যতা সম্বন্ধে অনেকটা প্রবোধ পাওয়া যাইতে পারে।

মনে কর দুইটী সদৃশ ত্রিভুজের মধ্যে একটীর ভূমি ৬ ও উন্নতি ৪ এবং দ্বিতীয়টীর ভূমি ৩ কাজেই তাহার উন্নতি ২। এখন প্রথমটীর ক্ষেত্রফল ১২ এবং দ্বিতীয়টীর ক্ষেত্রফল ৩। কাজেই প্রথমটীর ক্ষেত্রফল দ্বিতীয়টীর ক্ষেত্রফলের চতুর্গুণ। এইরূপ দ্বিতীয়টীর ভূমি ২ হইলে তাহার উন্নতি $\frac{৩}{৪}$, সুতরাং ক্ষেত্রফল $\frac{৩}{৪}$; অতএবই প্রথমটীর ক্ষেত্রফল দ্বিতীয়টীর ক্ষেত্রফলের ষোলগুণ।

১৩৯। সকল সমবাহু ত্রিভুজই পরস্পর সদৃশ। ৪৩ অনুচ্ছেদে দেখা গিয়াছে যে সমবাহু ত্রিভুজের বাহু ১ হইলে তাহার

উন্নতি ·৮৬৬ হয়। অতএব সমবাহু ত্রিভুজের বাহু ১ হইলে তাহার ক্ষেত্রফল $\frac{1}{2}$ × ১ × ·৮৬৬ অর্থাৎ ·৪৩৩ হয়।

এখন ৬ ফুট বাহু বিশিষ্ট কোন সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইলে আমরা নিম্নলিখিত অনুপাতটী ধরিতে পারি :—

১^২ : ৬^২ :: ·৪৩৩ : নির্ণেয় ক্ষেত্রফল।

∴ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল = ৬^২ × ·৪৩৩ = ৩৬ × ·৪৩৩ = ১৫·৫৮৮ বর্গফুট।

এই উদাহরণ হইতে সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করার নিম্নলিখিত নিয়মটী পাওয়া যায় :—

নিয়ম। সমবাহু ত্রিভুজের বাহুর বর্গকে ·৪৩৩ দিয়া গুণ কর। গুণফল সমবাহু ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল হইবে।

১৪০। এক প্রকারের সকল নিয়মিত ক্ষেত্রই পরস্পর সদৃশ। অতএব কোন নিয়মিত ক্ষেত্রের বাহুর বর্গ দ্বারা ৫৬ অণুচ্ছেদের তালিকায় সেরূপ ক্ষেত্রের যে ক্ষেত্রফল দেওয়া গিয়াছে তাহা গুণ করিলেই উক্ত নিয়মিত ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল পাওয়া যাইতে পারে।

উদাহরণ :

(১) যে নিয়মিত নবভুজের বাহু ৬ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত?

৫৬ অণুচ্ছেদের তালিকায় নিয়মিত নবভুজের ক্ষেত্রফল ৬·১৮১৮, অতএব

১^২ : ৬^২ :: ৬·১৮১৮ : নির্ণেয় ক্ষেত্রফল।

∴ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল = ৬^২ × ৬·১৮১৮ = ২২২·৫৪৪৮ বর্গফুট।

১৪১। সমস্ত বৃত্ত ক্ষেত্রই পরস্পর সদৃশ। এই জন্য দুইটী বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধের বর্গের মধ্যে যে অনুপাত বৃত্ত দুইটীর

ক্ষেত্রফলের মধ্যেও সেই অনুপাত। আরও, সমান কোণ বিশিষ্ট বৃত্তচ্ছেদকগুলি এবং তৎসংলগ্ন বৃত্তখণ্ডগুলিও পরস্পর সদৃশ। দুইটী সদৃশ বৃত্তচ্ছেদক বা বৃত্তখণ্ডের ব্যাসার্দ্ধের বর্গের মধ্যে যে অনুপাত বৃত্তচ্ছেদক বা বৃত্তখণ্ড দুইটীর ক্ষেত্রফলের মধ্যেও সেই অনুপাত।

উদাহরণ :

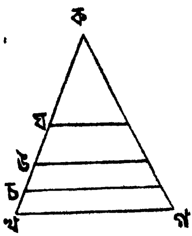
(১) ৬০° কোণের বৃত্তচ্ছেদকসংলগ্ন যে বৃত্তখণ্ড তাহার ক্ষেত্রফল ১০ বর্গফুট হইলে বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ কত হইবে?

বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১ হইলে ১২৫ অণুচ্ছেদের নিয়ম দ্বারা ৬০ ডিগ্রীর বৃত্তচ্ছেদক সংলগ্ন বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল ·০৯০৬ পাওয়া যায়, অতএব ·০৯০৬ : ১০ :: ১^২ : (নির্ণেয় ব্যাসার্দ্ধ)^২

∴ নির্ণেয় ব্যাসার্দ্ধের বর্গ = $\frac{১০}{.০৯০৬}$ = ১১০·৩৭৫২।

∴ নির্ণেয় ব্যাসার্দ্ধ = $\sqrt{১১০·৩৭৫২}$ = ১০·৫০··· ফুট।

১৪২। কখগ একটী ত্রিভুজ, ক খ বাহু ৮ ফুট। খ গ এর সমান্তরাল তিনটী সরল রেখা টানিয়া ক খ গ ত্রিভুজকে চারি সমান অংশে বিভক্ত করিতে হইবে।



মনে কর ঘ, ঙ, চ তিনটী বিন্দু দিয়া খ গ এর সমান্তরাল তিনটী সরল রেখা টানিলে যেন ক খ গ ত্রিভুজটী চারি সমান অংশে বিভক্ত হয় সুতরাং কঘ যে ত্রিভুজের বাহু তাহা সমগ্র ত্রিভুজের এক চতুর্থাংশ, অতএব

১ : $\frac{১}{৪}$ :: ৮^২ : কঘ^২।

$\therefore$ কঘ$^২ = \frac{১}{৪} \times ৮^২ = \frac{১}{৪} \times ৮ \times ৮ = ১৬$। $\therefore$ কঘ $= ৪$ ফুট।

এইরূপে, $১ : \frac{২}{৪} :: ৮^২ :$ কঙ^২। $\therefore$ কঙ$^২ = \frac{২}{৪} \times ৮^২ = \frac{১}{২} \times ৬৪ = ৩২$।

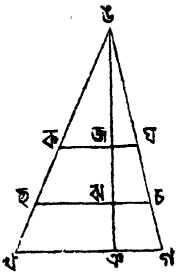
$\therefore$ কঙ $= \sqrt{৩২} = ৫{\cdot}৬৫৬৮\cdots$ ফুট।

আরও, $১ : \frac{৩}{৪} :: ৮^২ :$ কচ^২। $\therefore$ কচ$^২ = \frac{৩}{৪} \times ৮^২ = \frac{৩}{৪} \times ৬৪ = ৪৮$।

$\therefore$ কচ $= \sqrt{৪৮} = ৬{\cdot}৯২৮২\cdots$ ফুট।

অতএব কঘ বাহুর মধ্যে ক বিন্দু হইতে ৪, ৫·৬৫৬৮, ও ৬·৯২৮২ ফুট অন্তরে তিনটী বিন্দু লইয়া তাহাদের মধ্য দিয়া খগ এর সমান্তরাল তিনটী রেখা টানিলে তাহাদের দ্বারা কখগ ত্রিভুজটী তিন সমান ভাগে বিভক্ত হইবে।

১৪৩। কখগঘ একটী ট্র্যাপিজএড; সমান্তরাল বাহু কঘ ও খগ এর দূরতা ২৭ ফুট ; কঘ = ৩১ ও খগ = ৪৯ ফুট। খগ এর সমান্তরাল কোন সরল রেখা ট্রাপিজএডটীকে দুই সমান ভাগে বিভক্ত করিতেছে। খগ হইতে রেখাটীর দূরতা নির্ণয় কর।



খক ও গঘকে বৃদ্ধি করিয়া ঙ বিন্দুতে পরস্পর মিলিত কর। মনে কর ছচ সরল রেখা যেন কখগঘকে দুই সমান ভাগে বিভক্ত করিতেছে। খগ এর উপর ঙঞ লম্ব পাত কর।

সহজেই নির্ণয় করা যায় যে ঙজ $= ৪৬\frac{১}{২}$ ফুট (৫৭ অণুচ্ছেদের (৬) উদাহরণ দেখ)। অতএব ঙঞ $= ৪৬\frac{১}{২} + ২৭ = ৭৩\frac{১}{২}$ ফুট। অতএব ঙখগ ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times ৪৯ \times ৭৩\frac{১}{২} = ১৮০০\frac{৩}{৪}$। ছখগচ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কখগঘএর ক্ষেত্রফলের অর্দ্ধ, অতএব ছখগচ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times \frac{৪৯+৩১}{২} \times ২৭ = \frac{১}{২} \times \frac{৮০}{২} \times ২৭ = ৫৪০$।

সুতরাং ঙছচ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ১৮০০¾—৫৪০=১২৬০¾।
এখন, ঙখগ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল : ঙছচ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল
: : ঙঞ² : ঙঝ²। ∴ ১৮০০¾ : ১২৬০¾ : : (৭৩½)² : ঙঝ²।

$$\therefore \quad \frac{৭২০৩}{৪} : \frac{৫০৪৩}{৪} :: \frac{১৪৭}{২} \times \frac{১৪৭}{২} : ঙঝ^{২}।$$

$$\therefore \quad ঙঝ^{২} = \frac{৪ \times ৫০৪৩ \times ১৪৭ \times ১৪৭}{৭২০৩ \times ৪ \times ২ \times ২} = \frac{১৫১২৯}{৪}।$$

$$\therefore \quad ঙঝ = \sqrt{\frac{১৫১২৯}{৪}} = \frac{১২৩}{২} = ৬১\tfrac{১}{২}।$$

অতএব ঞঝ=৭৩½—৬১½=১২ ফুট। সুতরাং খগ হইতে ১২ ফুট দূরে সরল রেখাটী টানিলে তাহা দ্বারা ট্রাপিজএডটী দুই সমান ভাগে বিভক্ত হইবে।

১৪৪। নিম্নে কয়েকটী বিবিধ প্রশ্নের সমাধান করা গেল।

(১) ৫০ গজকে ১ ইঞ্চ ধরিয়া মানচিত্র অঙ্কিত করিলে, যে স্থানের আয়তন ১০০০০ বর্গগজ তাহার মানচিত্রের আয়তন কত হইবে?

৫০ গজ=১৮০০ ইঞ্চ। ১০০০০ বর্গগজ=১০০০০×৯×১৪৪ বর্গ ইঞ্চ। স্থানটী ও মানচিত্রটী পরস্পর সদৃশ; স্থানটীতে কোন রৈখিক পরিমাণ ৫০ গজ অর্থাৎ ১৮০০ ইঞ্চ হইলে মানচিত্রটীতে তৎসদৃশ রৈখিক পরিমাণ ১ ইঞ্চ হয় অতএব,

$$১৮০০^{২} : ১^{২} :: ১০০০০ \times ৯ \times ১৪৪ : \text{নির্ণেয় ফল।}$$

$$\therefore \text{ নির্ণেয় ফল} = \frac{১০০০০ \times ৯ \times ১৪৪}{১৮০০ \times ১৮০০} = ৪।$$

অতএব মানচিত্রটীর আয়তন ৪ বর্গ ইঞ্চ হইবে।

(২) ৯ বর্গগজ যদি কোন মানচিত্রে ১ বর্গ ইঞ্চে ব্যক্ত হয় তবে কিরূপ স্কেলে মানচিত্রটী আঁকা হইয়াছে?

৯ বর্গগজ=৯×৯×১৪৪ বর্গ ইঞ্চ। এস্থলে কোন্ রৈখিক

পরিমাণকে ১ ইঞ্চ ধরিয়া মানচিত্রটী আঁকা হইয়াছে তাহাই নির্ণয় করিতে হইবে।

১ : ৯ × ৯ × ১৪৪ : : ১² : নির্ণেয় রৈখিক পরিমাণের বর্গ।

∴ নির্ণেয় রৈখিক পরিমাণের বর্গ = ৯ × ৯ × ১৪৪।

∴ নির্ণেয় রৈখিক পরিমাণ = ৯ × ১২ ইঞ্চ = ৩ গজ।

অতএব ৩ গজকে ১ ইঞ্চ ধরিয়া মানচিত্রটী আঁকা হইয়াছে।

(৩) কোন আয়ত ক্ষেত্রের পরস্পর পার্শ্ববর্ত্তী বাহুদ্বয়ের অনুপাত ২ : ৩ এবং ক্ষেত্রফল ২১৬৬ বর্গ গজ; বাহুদ্বয় নির্ণয় কর।

যদি আয়ত ক্ষেত্রটীর পার্শ্ববর্ত্তী বাহুদ্বয় ২ ও ৩ হয় তবে তাহার ক্ষেত্রফল ৬ হয়, অতএব, ৬ : ২১৬৬ : : ২² : নির্ণেয় লঘুতর বাহুর বর্গ। ∴ নির্ণেয় লঘুতর বাহুর বর্গ = $\frac{২১৬৬ \times ২ \times ২}{৬}$ = ১৪৪৪।

∴ নির্ণেয় লঘুতর বাহু = $\sqrt{১৪৪৪}$ = ৩৮ গজ।

অতএব বৃহত্তর বাহু = $\frac{২১৬৬}{৩৮}$ = ৫৭ গজ।

৪। কোন ত্রিভুজের বাহুত্রয় ১৩, ১৪, ১৫ এই তিনটী সংখ্যার সহিত সামানুপাতিক, ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল ৩৩৬ বর্গফুট হইলে ত্রিভুজটীর বাহুত্রয়ের পরিমাণ কত হইবে?

যেহেতুক ত্রিভুজটীর বাহুত্রয় ১৩,১৪,১৫ এই তিনটী সংখ্যার সহিত সামানুপাতিক অতএব ১৩, ১৪, ১৫ হাত যে ত্রিভুজের বাহু তাহার সহিত এই ত্রিভুজটী সদৃশ। এখন ১৩, ১৪, ১৫ হাত বাহু হইলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ৮৪ বর্গ হাত হয় (৯৮ অণুচ্ছেদ, (১) উদাহরণ)।

এখন, ৮৪ : ৩৩৬ : : ১৩² : নির্ণেয় প্রথম বাহুর বর্গ।

$\therefore$ নির্ণেয় প্রথম বাহুর বর্গ $= \frac{৩৩৬ \times ১৩^২}{৮৪} = ৪ \times ১৩^২$।

$\therefore$ নির্ণেয় প্রথম বাহু $= ২ \times ১৩ = ২৬$।

এইরূপ সমানুপাত ধরিয়া অন্য দুইটী বাহুও নির্ণয় করা যায়। এই দুইটী বাহুর পরিমাণ ২৮ ও ৩০ হাত।

একত্রিংশ উদাহরণ-মালা।

১। ১ মাইলকে ১ ইঞ্চ ধরিয়া মানচিত্র অঙ্কিত করিলে তন্মধ্যে ১৯৩৬০০ বর্গ গজ স্থানের আয়তন কত হইবে?

২। ১০০ মাইলকে ১ ইঞ্চ ধরিয়া ২০০০ মাইল দীর্ঘ ১৮০০ মাইল বিস্তৃত কোন দেশের মানচিত্র আঁকিলে সেই মানচিত্রটীর ক্ষেত্রফল কত হইবে?

৩। ৪ বর্গমাইল ২ বর্গইঞ্চে ব্যক্ত হইয়াছে, মানচিত্রটীর স্কেল নির্ণয় কর।

৪। কোন মানচিত্রে ৫ কাঠা জমী ১ বর্গ অঙ্গুলি দ্বারা ব্যক্ত হইয়াছে; মানচিত্রটীর স্কেল নিরূপণ কর।

৫। মানচিত্র অপেক্ষা কোন স্থান আয়তনে ২০০০ গুণ বড়; স্থানটীর ৮০ গজ দীর্ঘ কোন রৈখিক পরিমাণ, কত দীর্ঘ রেখা দ্বারা মানচিত্রে ব্যক্ত হইবে?

৬। কোন স্থানের মানচিত্র অপেক্ষা স্থানটী আয়তনে ১০০০০০ গুণ বৃহত্তর; কিরূপ স্কেলে মানচিত্রটী আঁকা হইয়াছে?

৭। কোন আয়ত-ক্ষেত্রের পরস্পর পার্শ্ববর্ত্তী বাহুদ্বয়ের অনুপাত ৩ : ৭, এবং ক্ষেত্রফল ১৫৩০৯ বর্গফুট; বাহুদ্বয় নির্ণয় কর।

৮। কোন আয়ত-ক্ষেত্রের পরস্পর পার্শ্ববর্ত্তী বাহুদ্বয়ের অনুপাত ৫ : ৬, এবং ক্ষেত্রফল ৫০৭০ বর্গ হাত; বাহুদ্বয় নির্ণয় কর।

৯। কোন ত্রিভুজের তিন বাহুর পরিমাণ ৩৯, ৪১, ও ৫০ এই তিনটী সংখ্যার সহিত সামানুপাতিক। ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল ৭০২০ বর্গফুট হইলে বাহুত্রয়ের পরিমাণ কত হইবে?

১০। কোন ত্রিভুজের তিন বাহু ৯, ১০, ও ১৭ এই তিন সংখ্যার সহিত সামানুপাতিক। ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল ৫৭৬ বর্গহাত; বাহুত্রয় নির্ণয় কর।

১১। কোন সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ২০ বর্গফুট; বাহু নির্ণয় কর।

১২। যে নিয়মিত ষড়ভুজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১১, ১৩, ২০ ফুট বাহুবিশিষ্ট ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলের সমান তাহার বাহুর পরিমাণ কত?

১৩। ৯০ ডিগ্রী কোণের বৃত্তচ্ছেদকসংলগ্ন বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল ৪০ বর্গফুট হইলে বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ কত হইবে?

১৪। ৬০ ডিগ্রী কোণের বৃত্তচ্ছেদকসংলগ্ন বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল ৬০ বর্গহাত হইলে বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ কত হইবে?

১৫। কোন ত্রিভুজের এক বাহু ২০ ফুট; এই বাহুর মধ্যে শীর্ষ কোণ হইতে কত কত দূরে দুইটী বিন্দু লইয়া ভূমির সমান্তরাল দুইটী সরল রেখা টানিলে তদ্দ্বারা ত্রিভুজটী তিন সমান ভাগে বিভক্ত হইবে?

১৬। কোন ত্রিভুজের উন্নতি ১০ ফুট, ভূমির সমান্তরাল তিনটী রেখাদ্বারা ত্রিভুজটীকে চারি সমান অংশে বিভক্ত করা হইয়াছে; এই সমান অংশগুলির উন্নতি নির্ণয় কর।

১৭। কোন ত্রিভুজের ভূমি ২৪ ফুট; ভূমির সমান্তরাল কোন রেখাদ্বারা ত্রিভুজটীকে এমন দুই ভাগে বিভক্ত করা হইয়াছে যে উপরের ও নিচের খণ্ডের ক্ষেত্রফলের অনুপাত ৪ : ৫। এই সরল রেখাটীর পরিমাণ নির্ণয় কর।

১৮। কোন ট্র্যাপিজিএডের সমান্তরাল বাহুদ্বয় ৭ ও ১৭ ফুট, উন্নতি ৫ ফুট। সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের সমান্তরাল একটী সরল রেখা দ্বারা ট্র্যাপিজএডটীকে দুই সমান ভাগে বিভক্ত করা হইয়াছে। লঘুতর সমান্তরাল বাহু হইতে এই রেখা-টীর দূরত্ব এবং ইহার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

১৯। ট্র্যাপিজএডের আকার-বিশিষ্ট কোন তক্তার সমান্তরাল বাহুদ্বয় ৫ ও ৮ ইঞ্চ, তাহাদের দূরতা ৩ ফুট; লঘুতর পার্শ্ব হইতে কত দীর্ঘ অংশ কাটিয়া লইলে তাহার ক্ষেত্রফল এক বর্গফুট হইবে?

২০। কোন বর্গক্ষেত্রের কর্ণ ১০ ফুট; কর্ণের সমান্তরাল দুইটী সরল রেখা টানিয়া বর্গক্ষেত্রটীকে তিন সমান ভাগে বিভক্ত করা হইয়াছে; সমান্তরাল রেখা গুলির পরস্পর দূরতা নির্ণয় কর।

চতুর্থ অধ্যায়।

ঘন পরিমাণ।

দ্বাত্রিংশ পরিচ্ছেদ।

পরিভাষা।

১৪৫। যাহার দৈর্ঘ্য, বিস্তার, ও বেধ আছে তাহাকে ঘন বস্তু কহে।

আমরা সর্ব্বদা যে সকল বস্তু দেখিতে পাই সে সকলই ঘন বস্তু। ঘন বস্তু অসংখ্য আকারের হয়। এই গ্রন্থে আমরা সহজ সহজ আকারের কয়েকটী ঘন বস্তুর বিষয় কথঞ্চিৎ আলোচনা করিব।

১৪৬। যদি দুই বা ততোধিক সমধরাতল এরূপভাবে অবস্থিত হয় যে বৃদ্ধি পাইলেও তাহারা পরস্পরের সহিত মিলিত না হয় তবে তাহাদিগকে সমান্তরাল সমধরাতল কহা যায়। কোন কোঠার মেজ্যা ও ছাদ পরস্পর সমান্তরাল সমধরাতল।

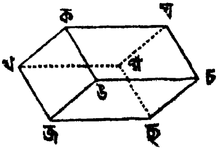
১৪৭। যদি কোন সরল রেখা কোন সমধরাতলের উপর এরূপভাবে দণ্ডায়মান হয় যে সরল রেখাটীর সম্পাত বিন্দু দিয়া ঐ সমধরাতলে যত সরল রেখাই টানা যায় সে সকলের সহিতই ঐ সরল রেখা সমকোণ উৎপন্ন করে তবে সরল রেখাটীকে সমধরাতলটীর উপর লম্ব বলা যায়।

কোন কোঠার মেজ্যার উপর একখানা যষ্টি ঠিক সোজাভাবে দণ্ডায়মান করিলে যষ্টিটী মেজ্যার উপর লম্ব হয়।

কোন কোঠার মেজ্যা ও দেওয়াল যেরূপ অবস্থিত থাকে সেইরূপ দুইটী সমধরাতল অবস্থিত হইলে তাহারা পরস্পরের উপর লম্ব ভাবে আছে এরূপ বলা যায়।

১৪৮। যে সকল সমতলক্ষেত্র কোন ঘন বস্তুর সীমা নির্দ্দেশ করে সে সকলকে ঘন বস্তুটীর পৃষ্ঠ বলে। আর এই সকল পৃষ্ঠের সীমাজ্ঞাপক রেখাগুলিকে ঘন বস্তুটীর শির বলা হয়। কোন কড়িকাঠ, উপরে, নীচে, দুই পার্শ্বে, এবং দুই প্রান্তে ছয়টী আয়ত দ্বারা সীমাবদ্ধ। এই ছয়টী আয়তক্ষেত্রকে কড়িকাঠটীর ছয়টী পৃষ্ঠ বলা যায়। আর এই সকল আয়তক্ষেত্রের সীমা-জ্ঞাপক রেখাগুলিকে কড়িকাঠটীর শির বলা যায়। অতএব কড়িকাঠের বারটী শির।

১৪৯। যে ঘন বস্তু এরূপ ছয়টী আয়তদ্বারা সীমাবদ্ধ যে তাহাদের মধ্যে পরস্পর সম্মুখবর্ত্তী প্রত্যেক দুইটী আয়ত সমান ও সমান্তরাল তাহাকে আয়তবেষ্টিত ঘন বস্তু বলে। কড়িকাঠ, বরগা, ইষ্টক, তক্তা ইত্যাদি ইহার দৃষ্টান্ত।



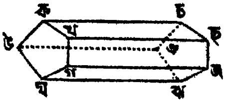
পার্শ্বে আয়তবেষ্টিত ঘন বস্তুর একটী প্রতিকৃতি দেওয়া গেল। কখগঘ ও ঙজছচ আয়তদ্বয় পরস্পর সমান ও সমান্তরাল, কখজঙ ও ঘগছচ আয়তদ্বয় পরস্পর সমান ও সমান্তরাল, এবং কঙচঘ ও খজছগ আয়তদ্বয় পরস্পর সমান ও সমান্তরাল।

১৫০। যে আয়ত-বেষ্টিত ঘন বস্তুর পৃষ্ঠগুলি পরস্পর সমান বর্গক্ষেত্র তাহাকে 'ঘন' শব্দে নির্দ্দেশ করা যায়।

অতএব ঘনের দৈর্ঘ্য, বিস্তার, ও বেধ পরস্পর সমান।

মন্তব্য। 'ঘনবস্তু' এবং 'ঘন' এই দুইটী শব্দ যে পৃথক্ পৃথক্ অর্থে ব্যবহৃত হইল তাহা পাঠার্থীদের বিশেষ করিয়া মনে রাখা উচিত।

১৫১। যে ঘনবস্তুর প্রান্তদ্বয় পরস্পর সমান, সদৃশ, ও সমান্তরাল সরল রৈখিকক্ষেত্র এবং অপর পৃষ্ঠগুলি আয়তক্ষেত্র তাহাকে 'রাইট্ প্রিজ্ম' কহে।

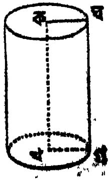


পার্শ্বে একটী রাইট্ প্রিজ্মের প্রতিকৃতি দেওয়া গেল। কখগঘঙ এবং চছজঝঞ এই দুইটী সমান, সদৃশ, ও সমান্তরাল পঞ্চভুজক্ষেত্রদ্বয় ইহার দুই প্রান্ত। আর কখছচ, খগজছ প্রভৃতি পৃষ্ঠগুলি আয়তক্ষেত্র।

রাইট্ প্রিজ্মের প্রান্তদ্বয় ত্রিভুজ, চতুর্ভুজ, পঞ্চভুজ, ষড়্ভুজ প্রভৃতি যাবতীয় সরল রৈখিকক্ষেত্রই হইতে পারে।

রাইট প্রিজ্মের যেরূপ ব্যাখ্যা করা হইল তাহা হইতে স্পষ্টই দেখা যায় যে 'আয়তবেষ্টিত ঘনবস্তু' এবং "ঘন" ইহারা 'রাইট্ প্রিজ্মের'ই বিশেষ বিশেষ দৃষ্টান্ত মাত্র।

১৫২। কোন আয়ত ক্ষেত্রের একটী বাহু স্থির রাখিয়া আয়ত ক্ষেত্রটীকে সেই বাহুর চতুর্দ্দিকে ঘুরাইলে যেরূপ ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তাহাকে 'স্তম্ভ' কহে।



কখগঘ একটী আয়তক্ষেত্র। যদি কখ বাহুকে স্থির রাখিয়া আয়তটীকে কখ এর চতুর্দ্দিকে ঘুরাইয়া আনা যায় তবে একটী স্তম্ভ উৎপন্ন হয়

যে কাঠ-পেন্সিল কাটা হয় নাই তাহা স্তম্ভের একটী দৃষ্টান্ত।

১৫৩। যে ঘন বস্তুর পৃষ্ঠস্থ প্রত্যেক বিন্দু তাহার মধ্যস্থ কোন নির্দ্দিষ্ট বিন্দু হইতে সমদূরে তাহাকে 'বর্ত্তুল' কহে।

বর্ত্তুলের আকার সম্পূর্ণ গোল। খেলিবার বারবল, কদম ফুল ইত্যাদি বর্ত্তুলের উদাহরণ।

বর্ত্তুলের মধ্যস্থ ঐ বিন্দুটীকে তাহার কেন্দ্র কহে।

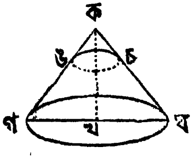
বর্ত্তুলের কেন্দ্র হইতে পৃষ্ঠ পর্য্যন্ত সরল রেখা টানিলে তাহাকে বর্ত্তুলের ব্যাসার্দ্ধ বলে।

বর্ত্তুলের কেন্দ্র ভেদ করিয়া যে সরল রেখা দুই দিকে পৃষ্ঠ স্পর্শ করে তাহাকে বর্ত্তুলের ব্যাস বলে।

১৫৪। যদি কোন বর্ত্তুল কোন সমধরাতল দ্বারা দুই ভাগে বিভক্ত হয় তবে প্রত্যেক ভাগকে এক একটী বর্ত্তুলচ্ছেদ কহে।

সমধরাতল এবং বর্ত্তুলের অবচ্ছেদে যে বৃত্ত উৎপন্ন হয় তাহাই বর্ত্তুলচ্ছেদের ভূমি। বর্ত্তুলচ্ছেদের ভূমির উপর লম্বভাবে অবস্থিত বর্ত্তুলের যে ব্যাস তাহার যে অংশ বর্ত্তুলচ্ছেদটীর মধ্যে থাকে তাহাকে উহার উন্নতি কহে।

১৫৫। সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণের পার্শ্বস্থ একটী বাহুকে স্থির রাখিয়া ত্রিভুজটীকে তাহার চতুর্দ্দিকে ঘুরাইয়া আনিলে যে আকারের ঘন বস্তু উৎপন্ন হয় তাহাকে 'বৃত্তসূচি' বলে।



মনে কর কখগ একটী সমকোণী ত্রিভুজ, কখগ কোণ সমকোণ। এখন কখ বাহুকে স্থির রাখিয়া কখগ ত্রিভুজটীকে কখ এর চতুর্দ্দিকে ঘুরাইয়া আনিলে একটী বৃত্তসূচি উৎপন্ন হয়।

ক বিন্দুকে সূচিটীর শৃঙ্গ এবং খগ এর ঘূর্ণনে অঙ্কিত বৃত্তকে সূচিটীর ভূমি বলা যায়। কখকে সূচিটীর উন্নতি বলা যায়।

ক বিন্দু হইতে ভূমির পরিধিস্থ যে কোন বিন্দুর দূরতাকে সূচিটীর 'ঢালুতা' শব্দে নির্দ্দেশ করা যাইতে পারে।

১৫৬। যে গুলির শৃঙ্গ এক বিন্দুতে মিলিত হইয়াছে এরূপ তিন অথবা অধিক সংখ্যক ত্রিভুজ এবং অপর একটী সরল রৈখিক ক্ষেত্র দ্বারা যে ঘন পদার্থ সীমাবদ্ধ হয় তাহাকে সকোণ সূচি কহে। পিরামিড্ প্রভৃতি ইহার দৃষ্টান্ত।

ত্রিভুজগুলির শৃঙ্গ যে বিন্দুতে মিলিত হয় তাহাকে সকোণ-সূচিটীর শৃঙ্গ কহে এবং শৃঙ্গের সম্মুখস্থ সরল রৈখিক ক্ষেত্রটীকে ভূমি কহে।

ভূমি ত্রিভুজ হইলে সকোণ সূচিটীকে তেশিরে সকোণ সূচি কহে, চতুর্ভুজ হইলে চৌশিরে সকোণ সূচি কহে ইত্যাদি।

১৫৭। ভূমির সমান্তরাল কোন সমধরাতল দ্বারা বৃত্তসূচি ও সকোণ সূচির উপরের কিয়দংশ ছেদন করিয়া ফেলিলে যাহা অবশিষ্ট থাকে তাহাকে মস্তক শূন্য বৃত্তসূচি এবং মস্তক শূন্য সকোণ সূচি কহে। পুষ্করিণী, ইটের পাঁজা প্রভৃতি ইহার দৃষ্টান্ত।

ত্রয়োত্রিংশ পরিচ্ছেদ।

ঘনবস্তুর পৃষ্ঠফল।

১৫৮। ঘন বস্তুর পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলকে তাহার পৃষ্ঠফল বলে। কোন ঘন বস্তুর যে কয়েকটী পৃষ্ঠ থাকে সেই পৃষ্ঠগুলির পৃথক্ পৃথক্ ক্ষেত্রফলের সমষ্টি লইলেই ঘন বস্তুটীর পৃষ্ঠফল পাওয়া যায়।

উদাহরণ :

(১) যে বাক্সের দৈর্ঘ্য ২ ফুট, বিস্তার ১½ ফুট, এবং বেধ ১¼ ফুট তাহার পৃষ্ঠফল কত ?

বাক্সটীর ছয়টী পৃষ্ঠ ছয়টী আয়ত। দুইটীর প্রত্যেকের দৈর্ঘ্য ও বিস্তার ২ ও ১½ ফুট সুতরাং তাহাদের ক্ষেত্রফল ২ × ২ × ১½ = ৬ বর্গফুট। অপর দুইটীর প্রত্যেকের দৈর্ঘ্য ও বিস্তার ২ ও ১¼ ফুট, সুতরাং তাহাদের ক্ষেত্রফল ২ × ২ × ১¼ = ৫ বর্গফুট। তৃতীয় দুইটীর প্রত্যেকের দৈর্ঘ্য ও বিস্তার ১½ ও ১¼ ফুট, সুতরাং তাহাদের ক্ষেত্রফল ২ × ১½ × ১¼ = ৩¾ বর্গফুট। অতএব বাক্সটীর পৃষ্ঠফল = ৬ + ৫ + ৩¾ = ১৪¾ বর্গফুট।

(২) কোন রাইট্ প্রিজমের প্রান্তদ্বয় দুইটী ত্রিভুজ যাহাদের প্রত্যেকের বাহুদ্বয় ১২, ১৭, ও ২৫ ফুট ; প্রিজমটীর দৈর্ঘ্য ৩০ ফুট হইলে তাহার পৃষ্ঠফল কত হইবে ?

এখানে প্রিজমটীর পাঁচটী পৃষ্ঠ, তন্মধ্যে দুইটী ত্রিভুজ ও তিনটী আয়ত। ত্রিভুজ দুইটীর প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল ৯০ বর্গফুট। আয়ত তিনটীর একটীর ক্ষেত্রফল = ১২ × ৩০ = ৩৬০ বর্গফুট ; দ্বিতীয়টীর ক্ষেত্রফল = ১৭ × ৩০ = ৫১০ বর্গফুট এবং তৃতীয়টীর ক্ষেত্রফল = ২৫ × ৩০ = ৭৫০ বর্গফুট। অতএব প্রিজমটীর পৃষ্ঠফল = ৯০ + ৯০ + ৩৬০ + ৫১০ + ৭৫০ = ১৮০০ বর্গফুট।

১৫৯। স্তম্ভের প্রান্তের দুইটি পৃষ্ঠ দুইটী বৃত্ত ; অপরটী বক্র পৃষ্ঠ। একটুকু অনুধাবন করিয়া দেখিলে সহজেই বুঝা যাইবে যে বক্র পৃষ্ঠটী একটী আয়তক্ষেত্র মাত্র ; স্তম্ভের দৈর্ঘ্য ও প্রান্তস্থ বৃত্তের পরিধি এই আয়ত ক্ষেত্রটীর পরস্পর পার্শ্ববর্ত্তী বাহুদ্বয়। অতএব স্তম্ভের বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল স্থির করার নিম্নলিখিত নিয়মটী লিখা গেল:—

নিয়ম। প্রান্তস্থ বৃত্তের পরিধিকে স্তম্ভের দৈর্ঘ্য দিয়া গুণ কর, গুণফল স্তম্ভের বক্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল হইবে।

উদাহরণ :

(১) যে স্তম্ভের প্রান্তস্থ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ২ ফুট এবং দৈর্ঘ্য ১০ ফুট তাহার বক্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত?

প্রান্ত-বৃত্তের পরিধি = ৪ × ৩·১৪১৬। অতএব বক্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = ৪ × ৩·১৪১৬ × ১০ = ১২৫·৬৬৪ বর্গফুট।

যদি সমগ্র পৃষ্ঠফল বাহির করিতে হয় তবে প্রান্তস্থ বৃত্তদ্বয়ের ক্ষেত্রফল এই ফলে যোগ করিলেই তাহা পাওয়া যায়। এ স্থলে স্তম্ভটীর সমগ্র পৃষ্ঠফল = ১২৫·৬৬৪ + ১২·৫৬৬৪ + ১২·৫৬৬৪ = ১৫০·৭৯৬৮ বর্গফুট।

১৬০। কোন বর্ত্তুলের পৃষ্ঠফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। বর্ত্তুলের ব্যাসের বর্গকে ৩·১৪১৬ দিয়া গুণ কর, গুণফল বর্ত্তুলের পৃষ্ঠফল হইবে।

উদাহরণ :

(১) যে বর্ত্তুলের ব্যাস ৫ ফুট তাহার পৃষ্ঠফল কত?

নির্ণেয় পৃষ্ঠফল = ৫ × ৫ × ৩·১৪১৬ = ৭৮·৫৪ বর্গফুট।

১৬১। কোন বর্ত্তুলচ্ছেদের বক্র পৃষ্ঠের ফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। বর্ত্তুলের পরিধিকে ছেদের উন্নতি দ্বারা গুণ কর।

উদাহরণ :

(১) কোন বর্ত্তুলের পরিধি ২৫ ফুট, উহার কোন ছেদের উন্নতি ২ ফুট; ছেদটীর বক্রপৃষ্ঠের ফল কত?

নির্ণেয় ফল = ২৫ × ২ = ৫০ বর্গফুট।

১৬২। কোন বৃত্তসূচির বক্রপৃষ্ঠের ফল নির্ণয় করিতে হইবে।

একটুকু অনুধাবন করিয়া দেখিলে সহজেই বুঝা যাইবে যে বৃত্তসূচির বক্রপৃষ্ঠ একটী বৃত্তচ্ছেদক মাত্র। তলস্থ বৃত্তের পরিধি ইহার চাপ এবং 'ঢালুতা' ইহার ব্যাসার্দ্ধ, সুতরাং বৃত্তসূচির বক্র পৃষ্ঠের ফল স্থির করার নিম্নলিখিত নিয়মটী লিখা গেল :—

নিয়ম। বৃত্তসূচির তলস্থ বৃত্তের পরিধিকে ঢালুতা দিয়া গুণ করিয়া গুণফলের অর্দ্ধেক লইলেই বৃত্তসূচির বক্র পৃষ্ঠের ফল পাওয়া যায়।

উদাহরণ :

(১) যে বৃত্তসূচির তলস্থ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৩ ফুট এবং ঢালুতার পরিমাণ ১২ ফুট তাহার বক্র পৃষ্ঠের ফল কত ?

তলস্থ বৃত্তের পরিধি $=$ ২ $\times$ ৩ $\times$ ৩·১৪১৬। অতএব নির্ণেয় পৃষ্ঠফল $= \frac{১}{২} \times$ ২ $\times$ ৩ $\times$ ৩·১৪১৬ $\times$ ১২ $=$ ১১৩·০৯৭৬ বর্গফুট।

১৬৩। সকোণ সূচির ভূমি ব্যতীত অপর পৃষ্ঠগুলির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইলে ভূমির পরিবেষ্টনকে শৃঙ্গ হইতে ভূমি পর্য্যন্ত ঢালুতার পরিমাণ দ্বারা গুণ কর, গুণফলের অর্দ্ধেক নির্ণেয় ক্ষেত্রফল হইবে।

উদাহরণ :

(১) কোন সকোণ সূচির ভূমি একটী ত্রিভুজ, ত্রিভুজটীর বাহুত্রয় ১২, ১৫, ও ১৭ ফুট এবং সূচিটীর শৃঙ্গ হইতে ভূমি পর্য্যন্ত ঢালুতা ৯ ফুট ; সূচিটীর ভূমি ব্যতীত অপর পৃষ্ঠগুলির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ ৯ $\times$ (১২ $+$ ১৫ $+$ ১৭) $= \frac{১}{২} \times$ ৯ $\times$ ৪৪

$=$ ৯ $\times$ ২২ $=$ ১৯৮ বর্গফুট।

১৬৪। কোন মস্তকশূন্য বৃত্তসূচি ও কোন মস্তকশূন্য সকোণ সূচির পৃষ্ঠফল নির্ণয় করিতে হইবে।

মস্তকশূন্য বৃত্তসূচি ও মস্তকশূন্য সকোণ সূচির প্রান্তদ্বয় ব্যতীত অবশিষ্ট পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করিতে হইলে তলস্থ ক্ষেত্রের পরিবেষ্টন ও উপরিস্থ ক্ষেত্রের পরিবেষ্টন একত্র যোগ করিয়া যোগফলকে উপর হইতে ভূমি পর্য্যন্ত পৃষ্ঠদেশের ঢালুতা দ্বারা গুণ কর। গুণফলের অর্দ্ধ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল হইবে।

যদি সমগ্র পৃষ্ঠফলের প্রয়োজন হয় তবে তলস্থ ও উপরিস্থ ক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফল পৃথক্ পৃথক্ নির্ণয় পূর্ব্বক উক্ত ফলে যোগ কর।

উদাহরণ :

(১) যে মস্তকশূন্য বৃত্তসূচির ভূমির পরিধি ১৪০ ফুট, উপরিস্থ ক্ষেত্রের পরিধি ৮০ ফুট, এবং ঢালুতা ১৬ ফুট তাহার বক্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত?

নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times (১৪০+৮০) \times ১৬ = ২২০ \times ৮$

$= ১৭৬০$ বর্গফুট।

(২) যে মস্তকশূন্য সকোণ সূচির ভূমির ভুজ পরিমাণ ১০, ১৫, ২০, ও ২৫ ফুট, উপরিস্থ ক্ষেত্রের ভুজ পরিমাণ ৬, ৯, ১২ ও ১৫ ফুট, এবং উপর হইতে ভূমি পর্য্যন্ত ঢালুতা ৮ ফুট তাহার প্রান্তদ্বয় ব্যতীত অপর পৃষ্ঠগুলির ক্ষেত্রফল কত?

নির্ণেয় ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times (১০+১৫+২০+২৫+৬+৯+১২$

$+১৫) \times ৮ = \frac{১}{২} \times ১১২ \times ৮ = ৪৪৮$ বর্গফুট।

ত্রয়োত্রিংশ উদাহরণ-মালা।

১। যে সকল ঘনের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে ৫, ৮, ১০, ও ১২½ ফুট তাহাদের পৃষ্ঠ-ফল কত?

২। যে কড়িকাঠের দৈর্ঘ্য, বিস্তার, ও বেধ যথাক্রমে ২৫, ৩½, ও ২½ ফুট, তাহার পৃষ্ঠফল কত?

৩। কোন রাইট প্রিজমের প্রান্তদ্বয় দুইটী ত্রিভুজ যাহাদের প্রত্যেকের বাহুত্রয় ২৫, ২৯, ও ৩৬ ফুট। প্রিজমটীর দৈর্ঘ্য ৫০ ফুট; পৃষ্ঠফল নির্ণয় কর।

৪। যে রাইট প্রিজমের প্রান্তদ্বয় ৩ ফুট বাহুবিশিষ্ট দুইটী নিয়মিত ষড়্ভুজ ক্ষেত্র এবং দৈর্ঘ্য ১২ ফুট তাহার পৃষ্ঠফল কত?

৫। যে স্তম্ভের প্রান্তস্থ বৃত্তের ব্যাস ৭ ফুট এবং দৈর্ঘ্য ১৫ ফুট তাহার বক্র-পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত?

৬। যে স্তম্ভের প্রান্তস্থ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১·৪ ফুট এবং দৈর্ঘ্য ২৫ ফুট তাহার সমগ্র পৃষ্ঠফল কত?

৭। যে সকল বর্ত্তুলের ব্যাস যথাক্রমে ৪, ৯, ৩·৫, ও ৪·৬ ফুট তাহাদের পৃষ্ঠফল কত?

৮। কোন বর্ত্তুলের পরিধি ৯০ ফুট; ইহার যে ছেদের উন্নতি ৪ ফুট তাহার বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল কত?

৯। যে সূচির তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ৩·৪ হাত এবং ঢালুতা ১৩ হাত তাহার পৃষ্ঠফল কত?

১০। যে সূচির উন্নতি ৪০ ফুট, ঢালুতা ৪১ ফুট তাহার পৃষ্ঠফল কত?

১১। যে সূচির তলস্থ বৃত্তের ব্যাস ১৪ ফুট ও উন্নতি ২৪ ফুট তাহার পৃষ্ঠফল কত?

১২। কোন সকোণ সূচির ভূমির বাহুগুলি ১১, ১৭, ২০, ও ২৩ ফুট, শৃঙ্গ হইতে ভূমি পর্য্যন্ত ঢালুতা ৪০ ফুট; সূচিটীর ভূমি ব্যতীত অপর পৃষ্ঠগুলির ক্ষেত্র-ফল নির্ণয় কর।

১৩। যে মস্তকশূন্য বৃত্তসূচির ভূমির পরিধি ১০৮ ফুট, উপরিস্থ ক্ষেত্রের পরিধি ৫২ ফুট, এবং ঢালুতা ২৫ ফুট তাহার বক্র পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১৪। যে মস্তকশূন্য সকোণ সূচির ভূমির ভুজ পরিমাণ ১৪, ২১, ২৮, ও ৩৫ ফুট, উপরিস্থ ক্ষেত্রের ভুজ পরিমাণ ৮, ১২, ১৬, ও ২০ ফুট, এবং উপর হইতে ভূমি পর্য্যন্ত ঢালুতা ১২ ফুট তাহার প্রান্তদ্বয় ব্যতীত অপর পৃষ্ঠগুলির ক্ষেত্রফল কত ?

চতুস্ত্রিংশ পরিচ্ছেদ।

ঘন পরিমাণ।

১৬৫.। যে ঘনের দৈর্ঘ্য, বিস্তার, ও বেধ প্রত্যেকে এক ইঞ্চ তাহাকে এক ঘন ইঞ্চ বলে; যে ঘনের দৈর্ঘ্য, বিস্তার, ও বেধ প্রত্যেকে এক ফুট তাহাকে এক ঘন ফুট কহে। ঘন গজ, ঘন হাত প্রভৃতির অর্থও এইরূপ।

১২ × ১২ × ১২ অর্থাৎ ১৭২৮ ঘন ইঞ্চে ·· ··১ ঘন ফুট।

৩ × ৩ × ৩ অর্থাৎ ২৭ ঘন ফুটে ······ ···· ১ ঘন গজ।

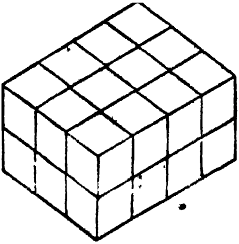
১৪২। কোন ঘন-বস্তুর মধ্যে দৈর্ঘ্য, বিস্তার বেধ বিশিষ্ট যে পরিমাণ স্থান থাকে তাহাকে ঐ ঘন বস্তুটীর 'ঘন ফল' বলা হয়।

রৈখিক ও বর্গ মাপ প্রণালীর ন্যায় ঘন মাপ-প্রণালীতেও কোন একটী ঘনের ঘন-ফলকে একক স্বরূপ ধরিয়া অন্যান্য বস্তুর ঘনফল তাহার সহিত তুলনা করা হয়। সাধারণতঃ ঘন ইঞ্চ, ঘনফুট, ঘনহাত, বা ঘনগজকে একক ধরা হইয়া থাকে। অতএব কোন বস্তুর ঘনফল, কত ঘনইঞ্চ, বা কত ঘনফুট, বা কত ঘন গজের সমান তাহা স্থির করাকেই বস্তুটীর ঘনফল নির্ণয় করা বলে।

পঞ্চত্রিংশ পরিচ্ছেদ।

ঘনফল।

১৬৬। কোন আয়ত বেষ্টিত ঘন বস্তুর ঘন ফল নির্ণয় করিতে হইবে।



মনে কর কোন আয়ত-বেষ্টিত-ঘন বস্তুর দৈর্ঘ্য যেন ৪ ইঞ্চ, বিস্তার ৩ ইঞ্চ এবং বেধ ২ ইঞ্চ।

এখন এই আয়ত বেষ্টিত-ঘন বস্তুটীকে এক এক ইঞ্চ দূরে দূরে ইহার পৃষ্ঠগুলির সমান্তরাল সমধরাতল দ্বারা কাটিলে দেখা যাইবে যে ঘন বস্তুটী এমন ২৪টী সমান অংশে বিভক্ত হইয়াছে যে তাহাদের প্রত্যেকটী এক ঘন ইঞ্চ। অতএব এই ঘন বস্তুটীর ঘনফল ২৪ ঘন ইঞ্চ। আরও, ২৪ এই সংখ্যা ঘন বস্তুটীর দৈর্ঘ্য, বিস্তার, ও বেধের গুণফল। এইরূপে যে কোন আয়ত বেষ্টিত ঘন বস্তু লওয়া যাউক না কেন সর্ব্বদাই দেখা যাইবে যে তাহার দৈর্ঘ্য, বিস্তার, ও বেধের ইঞ্চ সংখ্যা বা ফুট সংখ্যা পরস্পর গুণ করিলে যত হইবে ঘন বস্তুটীর ঘন ফলও তত ঘন ইঞ্চ বা ঘন ফুট হইবে। অতএব আয়তবেষ্টিত ঘনবস্তুর ঘনফল নির্ণয় করার নিম্নলিখিত নিয়মটী প্রদত্ত হইল:—

নিয়ম। দৈর্ঘ্য, বিস্তার, ও বেধ পরস্পর গুণ কর, গুণফল আয়তবেষ্টিত ঘনবস্তুটীর ঘনফল হইবে।

উদাহরণ :

(১) যে আয়তবেষ্টিত ঘন বস্তুর দৈর্ঘ্য ৯০ গজ, বিস্তার ৭ গজ, ও বেধ ২½ গজ তাহার ঘনফল কত?

ঘনফল $=$ ৯০ $\times$ ৭ $\times$ ২½ $=$ ১৫৭৫ ঘন গজ।

(২) যে আয়তবেষ্টিত ঘন বস্তুর ঘনফল ৬৪ ঘনফুট এবং বিস্তার ৪ ফুট ও বেধ ২ ফুট তাহার দৈর্ঘ্য কত ?

$$\text{নির্ণেয় দৈর্ঘ্য} = \frac{৬৪}{৪ \times ২} = ৮ \text{ ফুট।}$$

১৬৭। ঘনের দৈর্ঘ্য, বিস্তার, ও বেধ তিনই সমান, সুতরাং ঘনের দৈর্ঘ্যের ঘন লইলেই তাহার ঘনফল পাওয়া যায়।

উদাহরণ :

(৩) যে ঘনের দৈর্ঘ্য ১০ গজ তাহার ঘনফল কত ?

ঘনফল $=$ ১০ $\times$ ১০ $\times$ ১০ $=$ ১০০০ ঘনগজ।

১৬৮। কোন 'রাইট্ প্রিজমে'র ঘনফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। প্রান্তস্থ সরল রৈখিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলকে দৈর্ঘ্য দিয়া গুণ কর, গুণফল 'রাইট্ প্রিজ্মে'র ঘনফল হইবে।

উদাহরণ :

(১) কোন 'রাইট্ প্রিজমের' প্রান্তদ্বয় ১১, ১৩, ও ২০ ফুট বাহুবশিষ্ট দুইটী ত্রিভুজ, দৈর্ঘ্য ১৫ ফুট; প্রিজমটীর ঘনফল কত ?

ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ৬৬ বর্গফুট। অতএব নির্ণেয় ঘনফল $=$ ৬৬ $\times$ ২৫ $=$ ১৬৫০ ঘনফুট।

(২) যে প্রিজ্মের ঘনফল ১০২ ঘনফুট এবং প্রান্তস্থ সরল রৈখিক ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৮½ বর্গফুট, তাহার দৈর্ঘ্য কত ?

$$\text{নির্ণেয় দৈর্ঘ্য} = \frac{১০২}{৮\frac{১}{২}} = ১০২ \times \frac{২}{১৭} = ৬ \times ২ = ১২ \text{ ফুট।}$$

১৬৯। কোন স্তম্ভের ঘনফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। স্তম্ভের প্রান্তস্থ বৃত্তের ক্ষেত্রফলকে দৈর্ঘ্য দিয়া গুণ কর, গুণফল স্তম্ভের ঘনফল হইবে।

উদাহরণ :

(১) যে স্তম্ভের প্রান্তস্থ বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ২ ফুট ও দৈর্ঘ্য ২৫ ফুট তাহার ঘনফল কত ?

ঘনফল $=$ (২ $\times$ ২ $\times$ ৩·১৪১৬) $\times$ ২৫ $=$ ৩১৪·১৬ ঘনফুট।

(২) এক ঘন ইঞ্চ তামা দিয়া $\frac{১}{৫}$ ইঞ্চ বেধ বিশিষ্ট তার প্রস্তুত করিলে তারের দৈর্ঘ্য কত হইবে ?

তার একটী স্তম্ভ, ইহার প্রান্তস্থ বৃত্তের ব্যাস $\frac{১}{৫}$ ইঞ্চ অতএব তাহার ক্ষেত্রফল ·০৩১৪১৬ বর্গ ইঞ্চ। যেহেতুক তারটীর ঘনফল ১ ঘন ইঞ্চ, অতএব তারের দৈর্ঘ্য $= \frac{১}{.০৩১৪১৬} =$ ৩১·৮৩... ইঞ্চ।

১৭০। কোন বর্ত্তুলের ঘনফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। বর্ত্তুলের ব্যাসের ঘনকে ৩·১৪১৬ এর $\frac{১}{৬}$ অর্থাৎ ·৫২৩৬ দিয়া গুণ কর, গুণফল বর্ত্তুলের ঘনফল হইবে।

উদাহরণ :

(১) যে বর্ত্তুলের ব্যাস ১০ ফুট তাহার ঘনফল কত ?

নির্ণেয় ঘনফল $=$ ১০ $\times$ ১০ $\times$ ১০ $\times$ ·৫২৩৬ $=$ ৫২৩·৬ ঘনফুট।

(২) এক ঘন ফুট সীসায় ৪ ইঞ্চ ব্যাস বিশিষ্ট কতটী কামানের গোলা প্রস্তুত করা যাইতে পারে।

গোলার ঘনফল $=$ ৪ $\times$ ৪ $\times$ ৪ $\times$ ·৫২৩৬ ঘন ইঞ্চ।

$$\frac{১২ \times ১২ \times ১২}{৪ \times ৪ \times ৪ \times ·৫৩৬} = \frac{২৭}{·৫২৩৬} = \frac{২৭০০০০}{৫২৩৬} = ৫১\frac{২৯৬৪}{৫২৩৬}।$$

অতএব ৫১টী গোলা হইয়া $\frac{২৯৬৪}{৫২৩৬}$ ঘন ইঞ্চ সীসা অবশিষ্ট থাকিবে।

১৭১। কোন বর্ত্তুলচ্ছেদের ঘনফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। ভূমির ব্যাসার্দ্ধের বর্গের তিন গুণের সহিত উন্নতির বর্গ যোগ কর; যোগফলকে উন্নতি দিয়া গুণ করিয়া গুণফলকে পুনঃ ·৫২৩৬ দ্বারা গুণ কর; এই গুণফল নির্ণেয় ঘনফল হইবে।

উদাহরণ :

(১) যে বর্ত্তুলচ্ছেদের ভূমির ব্যাসার্দ্ধ ৪ ফুট এবং উন্নতি ২ ফুট তাহার ঘনফল কত ?

$$৩\times ৪^{২}+২^{২}=৩\times ১৬+৪=৪৮+৪=৫২।$$

∴ নির্ণেয় ঘনফল $=৫২\times ২\times ·৫২৩৬=৫৪·৪৫৪৪$ ঘনফুট।

১৭২। কোন বৃত্তসূচি বা সমকোণ সূচির ঘনফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। ভূমির ক্ষেত্রফলকে উন্নতি দিয়া গুণ করিয়া গুণ ফলের এক তৃতীয়াংশ লইলেই নির্ণেয় ঘনফল পাওয়া যায়।

উদাহরণ :

(১) যে বৃত্তসূচির ভূমির ব্যাসার্দ্ধ ২ ফুট ও উন্নতি ১০ ফুট তাহার ঘনফল কত ?

ভূমির ক্ষেত্রফল $=২\times ২\times ৩·১৪১৬$। ∴ নির্ণেয় ঘনফল $=\frac{১}{৩}\times ২\times ২\times ৩·১৪১৬\times ১০=৪১·৮৮৮$ ঘন ফুট।

(২) যে বৃত্তসূচির উন্নতি ৮ ফুট ও ঘনফল ৭৫·৩৯৮৪ ঘনফুট তাহার ভূমির ব্যাসার্দ্ধ কত ?

ভূমির ক্ষেত্রফল $=\frac{৩\times ৭৫·৩৯৮৪}{৮}=২৮·২৭৪৪$। $\frac{২৮·২৭৪৪}{৩·১৪১৬}=৯$।

অতএব নির্ণেয় ব্যাসার্দ্ধ $=\sqrt{৯}=৩$ ফুট।

(৩) কোন সকোণ সূচির ভূমি একটী বর্গক্ষেত্র যাহার বাহু

২০ ফুট; উন্নতি ১৫ ফুট হইলে সকোণ সূচিটীর ঘনফল কত হইবে?

ভূমির ক্ষেত্রফল = ২০ × ২০ বর্গফুট।

∴ নির্ণেয় ঘনফল = ⅓ × ১৫ × ২০ × ২০ = ৫ × ২০ × ২০

= ২০০০ ঘনফুট।

১৭৩। কোন মস্তকশূন্য সকোণ সূচি ও মস্তকশূন্য বৃত্ত-সূচির ঘনফল নির্ণয় করিতে হইবে।

নিয়ম। দুই প্রান্তের (অর্থাৎ ভূমি ও উপরিস্থ ক্ষেত্রের) ক্ষেত্রফলে ক্ষেত্রফলদ্বয়ের গুণফলের বর্গমূল যোগ কর; যোগ-ফলকে উন্নতি দ্বারা গুণ কর, গুণফলের তৃতীয়াংশ নির্ণেয় ঘনফল।

উদাহরণ :

(১) কোন মস্তকশূন্য সকোণ সূচির প্রান্তদ্বয় দুইটী আয়ত-ক্ষেত্র, উপরিস্থ ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ১৫ ফুট ও বিস্তার ১০ ফুট এবং ভূমির দৈর্ঘ্য ১৮ ফুট ও বিস্তার ১২ ফুট, উন্নতি ৮ ফুট হইলে মস্তকশূন্য সকোণ সূচিটীর ঘনফল কত হইবে?

উপরিস্থ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ১৫ × ১০ = ১৫০ বর্গফুট।

ভূমির ক্ষেত্রফল = ১৮ × ১২ = ২১৬ বর্গফুট।

$\sqrt{১৫০ \times ২১৬} = \sqrt{৩২৪০০} = ১৮০$।

১৫০ + ২১৬ + ১৮০ = ৫৪৬।

∴ নির্ণেয় ঘনফল = ⅓ × ৮ × ৫৪৬ = ৮ × ১৮২ = ১৪৫৬ ঘনফুট।

(২) কোন মস্তকশূন্য বৃত্তসূচির প্রান্তদ্বয়ের ব্যাসার্দ্ধ ৩ ফুট ও ৪ ফুট; উন্নতি ৭ ফুট হইলে উহার ঘনফল কত হইবে?

প্রান্তদ্বয়ের ক্ষেত্রফল ৩ × ৩ × ৩·১৪১৬ ও ৪ × ৪ × ৩·১৪১৬ বর্গফুট।

$$\sqrt{৩\times৩\times৩\cdot১৪১৬\times৪\times৪\times৩\cdot১৪১৬}=৩\times৪\times৩\cdot১৪১৬।$$

$$৩\times৩\times৩\cdot১৪১৬+৪\times৪\times৩\cdot১৪১৬+৩\times৪\times৩\cdot১৪১৬$$

$$=২৮\cdot২৭৪৪+৫০\cdot২৬৫৬+৩৭\cdot৬৯৯২=১১৬\cdot২৩৯২।$$

$$\therefore \text{ নির্ণেয় ঘনফল}=\frac{১}{৩}\times৭\times১১৬\cdot২৩৯২=৭\times৩৮\cdot৭৪৬৪$$

$$=২৭১\cdot২২৪৮ \text{ ঘনফুট।}$$

মন্তব্য। পুষ্করিণী একটী উল্টা মস্তকশূন্য সকোণ সূচি। অতএব এই নিয়মে পুষ্করিণীর কালি নির্ণীত হইতে পারে।

পঞ্চত্রিংশ উদাহরণ-মালা।

১। যে ঘনের দৈর্ঘ্য ১ ফুট ৫ ইঞ্চ তাহার ঘনফল কত?

২। যে আয়ত-বেষ্টিত ঘন বস্তুর দৈর্ঘ্য, বিস্তার, বেধ ১২ ফুট ৬ ইঞ্চ, ৪ ফুট, এবং ২ ফুট ৩ ইঞ্চ তাহার ঘনফল কত?

৩। ১০০ ফুট দীর্ঘ, ৬ ফুট উচ্চ, ২ ফুট বেধবিশিষ্ট দেওয়াল গাঁথিতে, যে ইটের দৈর্ঘ্য, বিস্তার, বেধ যথাক্রমে ১ ফুট, ৬ ইঞ্চ, এবং ২ ইঞ্চ তাহার কতখানা ইট লাগিবে?

৪। জলপূর্ণ কোন চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য ৪ ফুট ও বিস্তার ২½ ফুট; চৌবাচ্চাটী হইতে কত ঘনফুট জল তুলিয়া ফেলিলে জলের উপরিভাগ এক ফুট নিচে পড়িবে?

৫। কোন বাক্সের বাহিরের দৈর্ঘ্য, বিস্তার, বেধ ক্রমান্বয়ে ৩½ ফুট, ২ ফুট, ও ১¾ ফুট, ১ ইঞ্চ বেধ বিশিষ্ট তক্তা দিয়া বাক্সটী প্রস্তুত করিতে কত ঘন ফুট কাঠের দরকার হইবে?

৬। যে 'রাইট প্রিজমের' প্রান্তদ্বয় ২৯, ৩৫, ও ৪৮ ফুট বাহু বিশিষ্ট দুইটী ত্রিভুজ ও দৈর্ঘ্য ৮৬০ ফুট তাহার ঘনফল কত?

৭। 'যে রাইট প্রিজমের' প্রান্তদ্বয় ২ ফুট বাহুবিশিষ্ট দুইটী নিয়মিত ষড়্‌ভুজ ক্ষেত্র এবং দৈর্ঘ্য ১৫ ফুট তাহার ঘনফল কত?

৮। যে পাতকুয়ার ব্যাস ৪ ফুট ও গভীরতা ১১৯ ফুট তাহা হইতে কত ঘনফুট মাটী উঠান হইয়াছে?

৯। যদি টাকার ব্যাস ১·২ ইঞ্চ এবং বেধ ·০৭ ইঞ্চ হয় তবে এক লক্ষ টাকা প্রস্তুত করিতে কত ঘনফুট কত ঘনইঞ্চ রূপার দরকার হইবে?

নিম্নলিখিত ব্যাস বিশিষ্ট বর্তুলগুলির ঘনফল স্থির কর।

১০। ৯ ইঞ্চ। ১১। ৫ ফুট। ১২। ১৮ ফুট।

১৩। ৫ ইঞ্চ ব্যাস বিশিষ্ট ১০০০ কামানের গোলা প্রস্তুত করিতে কত সীসার প্রয়োজন হইবে?

১৪। যে বর্তুলচ্ছেদের ভূমির ব্যাসার্দ্ধ ৫ ফুট এবং উন্নতি ৩ ফুট তাহার ঘনফল কত?

১৫। যে সূচির ভূমির ব্যাসার্দ্ধ ৬ফুট এবং উচ্চতা ২২ফুট তাহার ঘনফল কত?

১৬। যে সূচির ভূমির ব্যাসার্দ্ধ ৩ফুট ও উন্নতি ২৫ফুট তাহার ঘনফল কত?

১৭। যে সূচির ভূমির ব্যাসার্দ্ধ ২০ফুট ও ঢালুতা ২৯ফুট তাহার ঘনফল কত?

১৮। যে সূচির উন্নতি ১৫ ফুট এবং ঢালুতা ১৭ ফুট তাহার ঘনফল কত?

১৯। কোন সকোণ সূচির আয়তাকার ভূমির দৈর্ঘ্য ২০ ফুট এবং বিস্তার ১২ ফুট, উন্নতি ১৪ ফুট হইলে সূচিটীর ঘনফল কত হইবে?

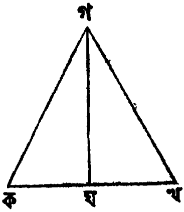
২০। কোন পুষ্করিণীর উপরিভাগের দৈর্ঘ্য ২০০ হাত ও বিস্তার ১৬০ হাত, নিম্নভাগের দৈর্ঘ্য ১৮০ হাত ও বিস্তার ১৪৪ হাত; পুষ্করিণীর গভীরতা ১২ হাত হইলে পুষ্করিণীর কালি কত ঘন হাত হইবে?

২১। কোন মস্তকশূন্য বৃত্তসূচির প্রান্তদ্বয়ের ব্যাসার্দ্ধ ৬ ফুট ও ৭ ফুট; উন্নতি ৭ ফুট ৬ ইঞ্চ হইলে উহার ঘনফল কত হইবে?

ষট্‌ত্রিংশ পরিচ্ছেদ।

বিবিধ উদাহরণ।

১৭৪। গঘক একটী সমকোণী ত্রিভুজ। গঘক কোণ সমকোণ, গকঘ কোণ ৬০ ডিগ্রী; কাজেই, কগঘ কোণ ৩০ ডিগ্রী। অতএব ∠গকঘ =২ × ∠কগঘ।



কঘকে বৃদ্ধি করিয়া ঘখকে কখ এর সমান কর এবং গখ সংযোগ কর। গক=গখ, ∠কগঘ=∠খগঘ (জ্যাঃ ১ অঃ ৪ প্রঃ)।

∴ ∠কগখ=২×∠কগঘ=∠গকঘ।

সুতরাং কখ=গখ। অতএব কগখ একটী সমবাহু ত্রিভুজ।

$$\text{সুতরাং কঘ}=\frac{\text{কগ}}{২}\text{, এবং গঘ}=\cdot৮৬৬\times\text{কগ (৫২ অণুচ্ছেদ দেখ)।}$$

স্পষ্টই দেখা যায় যে কোন সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণদ্বয়ের একটী ৬০°, কাজেই অপরটী ৩০° হইলে কর্ণ, ৩০ ডিগ্রী কোণের সম্মুখস্থ বাহুর দ্বিগুণ হয় এবং কর্ণকে ·৮৬৬ দিয়া গুণ করিলে ৬০ ডিগ্রী কোণের সম্মুখস্থ বাহু পাওয়া যায়। আরও, ৬০° কোণের সম্মুখস্থ বাহুকে ·৮৬৬ দ্বারা ভাগ করিলে কর্ণ পাওয়া যায়।

উদাহরণ :

(১) কোন সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ১০ হাত, একটী কোণ ৬০°, বাহুদ্বয় নির্ণয় কর।

$$৩০^\circ \text{ সম্মুখস্থ বাহু}=\frac{১০}{২}=৫ \text{ হাত};$$

$$৬০^\circ \text{ সম্মুখস্থ বাহু}=১০\times\cdot৮৬৬=৮\cdot৬৬ \text{ হাত।}$$

(২) কোন সমকোণী ত্রিভুজের ৩০° কোণের সম্মুখেস্থ বাহু ৪ হাত, কর্ণ ও অপর বাহু নির্ণয় কর।

$$\text{কর্ণ}=২\times৪=৮ \text{ হাত; অপর বাহু}=৮\times\cdot৮৬৬=৬\cdot৯২৮ \text{ হাত।}$$

(৩) কোন সমকোণী ত্রিভুজের ৬০° কোণের সম্মুখস্থ বাহু ১২ হাত, কর্ণ ও অপর বাহু নির্ণয় কর।

$$\text{কর্ণ}=\frac{১২}{\cdot৮৬৬}=১৩\cdot৮৫৬\ldots\text{হাত (৫২ অণুচ্ছেদ দেখ)।}$$

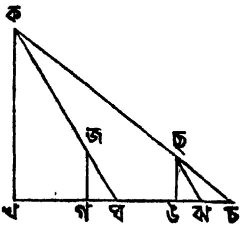
$$\text{অপর বাহু}=\frac{১৩\cdot৮৫৬}{২}=৬\cdot৯২৮\ldots\text{হাত।}$$

১৫৪। প্রদীপের আলোতে একখানা যষ্টি লম্বভাবে ধরিলে প্রদীপ ও যষ্টির

অগ্রভাগ সংযোজক রেখা যে স্থানে ভূমি স্পর্শ করে যষ্টিটী হইতে সেই স্থান পর্য্যন্ত তাহার ছায়া পতিত হয় ; আরও, প্রদীপস্তম্ভের ও যষ্টির মূলদেশ সংযোজক সরল রেখার সহিত এই ছায়া একই সরল রেখায় থাকে।

উদাহরণ :

(১) কোন দীপস্তম্ভ হইতে কিছু দূরে দুই হাত যষ্টি ভূমির উপর লম্বভাবে ধরাতে উহার ছায়া ১ হাত ৬ অঙ্গুলি হইল। ছায়ার সরল রেখায় এই স্থান হইতে আরও ৪ হাত ১৬ অঙ্গুলি দূরে যাইয়া যষ্টিটী পুনরায় ভূমির উপর লম্বভাবে ধরাতে তাহার ছায়া ২ হাত ১০ অঙ্গুলি হইল। দীপ স্তম্ভের উচ্চতা এবং দীপ-স্তম্ভ হইতে কত দূরে যষ্টিটী প্রথম ধরা হয় তাহা নির্ণয় কর।



পার্শ্ববর্ত্তী প্রতিকৃতিতে কখ দীপ-স্তম্ভ। জগ যষ্টির প্রথম অবস্থান, গঘ তাহার ছায়া ; ছঙ যষ্টির দ্বিতীয় অব-স্থান এবং ঙচ তাহার ছায়া।

ছ বিন্দু দিয়া ছঝকে কঘএর সমা-ন্তরাল করিয়া টান।

জগঘ ত্রিভুজ = ছঙঝ ত্রিভুজ, এবং গঘ = ঙঝ। ঝচ = ঙচ − ঙঝ = ঙচ − গঘ

$$= ২\frac{৫}{১২} - ১\frac{১}{৪} = \frac{৭}{৬} \text{ হাত।}$$

$$ঘচ = (\,গঙ - গঘ\,) + ঙচ = (\,৪\frac{২}{৩} - ১\frac{১}{৪}\,) + ২\frac{৫}{১২} = \frac{৩৫}{৬} \text{ হাত।}$$

ছঝচ ও কঘচ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ, অতএব

ঝচ : ছঙ : : ঘচ : কখ (৫৮ অণুচ্ছেদ দেখ)।

$$\therefore\ \frac{৭}{৬} : ২ :: \frac{৩৫}{৬} : কখ।$$

$$\therefore\ কখ = \frac{৬ \times ২ \times ৩৫}{৭ \times ৬} = ২ \times ৫ = ১০ \text{ হাত।}$$

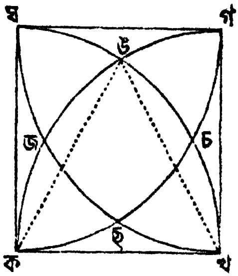
পুনশ্চ, জ গ ঘ ও ক খ ঘ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ অতএব

জ গ : গ ঘ : : ক খ : খ ঘ। $\therefore$ ২ : ১$\frac{১}{৪}$: : ১০ : খ ঘ।

$$\therefore\ খঘ = \frac{৫ \times ১০}{২ \times ৪} = \frac{২৫}{৪} = ৬\frac{১}{৪}। \quad \therefore\ খগ = ৬\frac{১}{৪} - ১\frac{১}{৪} = ৫ \text{ হাত।}$$

অতএব দ্বীপস্তম্ভের উচ্চতা ১০ হাত এবং যষ্টিটী ৫ হাত দূরে প্রথম ধরা হইয়াছিল।

১৫৫। কোন বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক ভুজের পরিমাণ ১ ফুট। চারিটী কৌণিক বিন্দুর প্রত্যেককে কেন্দ্র করিয়া বাহুর পরিমাণ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া চারিটী বৃত্ত অঙ্কিত করা হইয়াছে। বৃত্তচতুষ্টয়ের সাধারণ খণ্ডের ক্ষেত্রফল কত ?



কখগঘ একটী বর্গক্ষেত্র; ইহার প্রত্যেক বাহু ১ ফুট। ক, খ, গ, ঘ বিন্দু সমূহ কেন্দ্র করিয়া বাহুর পরিমাণ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া চারিটী বৃত্ত অঙ্কিত করা হইয়াছে। এই চারিটী বৃত্তের সাধারণ-খণ্ড ঙচছজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল বাহির করিতে হইবে। অনাবশ্যক বিবেচনায় পার্শ্ববর্ত্তী প্রতিকৃতিতে বৃত্তগুলি পূর্ণাকারে আঁকা হয় নাই।

কখগঘ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হইতে কজঙঘ, ঘঙচগ, গচছখ, ও খছজক ক্ষেত্রচতুষ্টয়ের ক্ষেত্রফল বিয়োগ করিলেই ঙচছজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল পাওয়া যায়। আরও, স্পষ্টই উপলব্ধি হইতেছে যে এই চারিটী ক্ষেত্রই পরস্পর সমান। সুতরাং ইহাদের কোন একটীর (মনে কর, কজঙঘ ক্ষেত্রের) ক্ষেত্রফলের চতুর্গুণ বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হইতে বাদ দিলেই অভীষ্ট ক্ষেত্রফল লব্ধ হইবে। এখন কজঙঘ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল কিরূপে বাহির করা যাইতে পারে তাহা নিম্নে লিখা যাইতেছে।

ঙক ও ঙখ যোগ কর। ঙকখ একটী সমবাহু ত্রিভুজ (জ্যামিতি ১ম্ অঃ ১ম্ প্রঃ) সুতরাং ইহার প্রত্যেক কোণের পরিমাণ ৬০ ডিগ্রী। অতএব ঘকঙ কোণ ৩০ ডিগ্রী।

অঙ্কিত চারিটী বৃত্তের প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল = ৩.১৪১৬ বর্গফুট। কাজেই

৩৬০ : ৬০ : : ৩.১৪১৬ : খঙজক বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল।

$\therefore$ খঙজক এর ক্ষেত্রফল $= \dfrac{৬০ \times ৩.১৪১৬}{৩৬০} =$.৫২৩৬ বর্গফুট।

পুনশ্চ, কখঙ সমবাহু ত্রিভুজের উন্নতি = ·৮৬৬ ফুট অতএব ইহার ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times ১ \times$ ·৮৬৬ = ·৪৩৩ বর্গফুট।

∴ ঙকজ বৃত্তখণ্ডের ক্ষেত্রফল = ·৫২৩৬ − ·৪৩৩ = ·০৯০৬ বর্গফুট।

আরও, ৩৬০ : ৩০ :: ৩·১৪১৬ : কঙঘ বৃত্তচ্ছেদকের ক্ষেত্রফল।

∴ কঙঘ এর ক্ষেত্রফল $= \frac{৩০ \times ৩·১৪১৬}{৩৬০}$ = ·২৬১৮ বর্গফুট।

এখন কঙঘ বৃত্তচ্ছেদক হইতে ঙকজ বৃত্তখণ্ড বাদ দিলেই কজঙঘ ক্ষেত্র অবশিষ্ট থাকে, অতএব কজঙঘ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ·২৬১৮ − ·০৯০৬ = ·১৭১২ বর্গফুট।

সুতরাং কজঙঘ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের চতুর্গুণ = ·৬৮৪৮ বর্গফুট। অতএব বৃত্ত-চতুষ্টয়ের সাধারণ খণ্ড ঙচছজ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = ১ − ·৬৮৪৮ = ·৩১৫২ বর্গফুট।

বিবিধ উদাহরণ-মালা।

১। কোন ঘড়ির কাঁটা দুইটীর পরিমাণ ১$\frac{১}{২}$ ও ২ ইঞ্চ। ৩ টার সময় কাঁটা দুইটীর অগ্রভাগের ব্যবধান কত হইবে?

২। ৪৯ হাত উচ্চ বাঁশ বায়ুবেগে এমন দুই খণ্ডে ভগ্ন হইল যে একখণ্ড অপর খণ্ড হইতে ১ ফুট বৃহত্তর হইল। মূলদেশ হইতে কত দূরে বাঁশের অগ্রভাগ ভূমি স্পর্শ করিয়াছিল?

৩। কপিগাছের মূল হইতে ৯ হাত দূরে দাঁড়াইয়া ৮১ হাত লম্বা কাছি দিয়া কোন বস্তু উঠান যায়। কপিগাছের উচ্চতা কত?

৪। কোন কমলকলিকার অগ্রভাগ বায়ুবেগে ক্রমশঃ নত হইয়া ৫ হাত অন্তরে যাইয়া ডুবিল। জলের গভীরতা ১২ হাত হইলে কমলকলিকাটী জলের উপরে কত জাগিয়াছিল?

৫। "ভূমির উপর লম্বভাবে ৩২ হাত বাঁশ দণ্ডায়মান ছিল। প্রবল বায়ু-বেগে ভগ্ন হওয়াতে তাহার অগ্রভাগ মূল হইতে ১৬ হাত দূরে ভূমি স্পর্শ করিল; কত উচ্চে বাঁশটী ভাঙ্গিয়াছিল এবং কর্ণরূপ দ্বিতীয় খণ্ডেরই বা পরিমাণ কত?"—লীলাবতী।

৬। কোন কুঠরীর দৈর্ঘ্য ১৬ ফুট, বিস্তার ১২ ফুট, এবং উচ্চতা ৯ ফুট ৯ ইঞ্চ; উহার ছাদ সংলগ্ন কোন কোণকে তৎসম্মুখবর্ত্তী মেজ্যা সংলগ্ন কোণের সহিত সংযুক্ত করিলে সংযোজক রেখার পরিমাণ কত হইবে?

৭। কোন সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেক বাহু ভূমির অর্দ্ধ অপেক্ষা ১ ফুট বৃহত্তর, লম্ব ৫ ফুট; বাহু ও ভূমি নির্ণয় কর।

৮। কোন সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি ২৪ ফুট, উন্নতি ও এক বাহুর সমষ্টি ৭২ ফুট; উন্নতি ও বাহু নির্ণয় কর।

৯। লম্বভাবে দণ্ডায়মান কোন বাঁশ বায়ুবেগে ভগ্ন হওয়াতে তাহার অগ্রভাগ মূলদেশ হইতে ১৫ ফুট অন্তরে ভূমি স্পর্শ করিল। ভগ্ন অংশের পরিমাণ ৩৯ ফুট হইলে বাঁশটীর উচ্চতা কত ছিল?

১০। ৫০ ফুট দীর্ঘ একখানা মই কোন দেওয়ালের গায়ে সোজাভাবে লাগান ছিল। মইখানার গোড়া দেওয়াল হইতে ১৪ ফুট দূরে টানিয়া আনিলে তাহার অগ্রভাগ কত নামিয়া পড়িবে?

১১। পার্সিপোলিস নগরের ধ্বংসাবশেষ মধ্যে ৪৩ ও ৬০ ফুট উচ্চ দুইটী স্তম্ভ এবং স্তম্ভেদ্বয়ের মধ্যে, এক সরলরেখায়, একটী দেবমূর্ত্তি দণ্ডায়মান ছিল। মূর্ত্তিটীর অগ্রভাগ বৃহত্তর স্তম্ভের অগ্রভাগ হইতে ৮২½ ফুট ও লঘুতর স্তম্ভের অগ্রভাগ হইতে ৮৪½ ফুট দূরে ছিল। লঘুতর স্তম্ভ হইতে মূর্ত্তিটী ৭৮ ফুট দূরে থাকিলে স্তম্ভদ্বয়ের অগ্রভাগের পরস্পর কত দূরতা ছিল?

১২। আকাশ প্রদীপের বাঁশের অগ্রভাগ রজ্জু দ্বারা মূলদেশ হইতে ৭ ফুট দূরে প্রোথিত কীলকে সংযুক্ত ছিল। ২১ ফুট উচ্চে প্রদীপ ছিল। মূলদেশ হইতে প্রদীপের উচ্চতা ও কীলকের দূরতার সমষ্টি যদি রজ্জু ও বাঁশটীর অনির্দ্দিষ্ট অংশের সমষ্টির সমান হয় তবে রজ্জু ও বাঁশের দৈর্ঘ্য কত কত ছিল?

১৩। এক স্থান হইতে দক্ষিণ দিকে ৩০০ হাত যাইয়া পরে পূর্ব্বদিকে আর ৩০০ হাত গেলে কোন সরোবরের ঘাটে যাওয়া যায়, অথবা স্থানটী হইতে কিছু দূর উত্তর দিকে যাইয়া পরে ঘাট সোজা এক রাস্তা দিয়াও তথায় যাওয়া যায়। উভয় রাস্তাই সমান। স্থানটী হইতে কত উত্তরে আসিলে ঘাট সোজা রাস্তা পাওয়া যায়?

১৪। কোন বাঁশের অগ্রভাগে, তাহা অপেক্ষা ৩ হাত অধিক লম্বা রজ্জুর এক প্রান্ত বাঁধা ছিল। ৬ হাত দীর্ঘ খুঁটীর মাথায় অপর প্রান্ত বাঁধিয়া বাঁশ হইতে ২৭ হাত দূরে খুঁটীটী লম্বভাবে ধরাতে রজ্জুটী সম্পূর্ণরূপে বিস্তৃত হইল। বাঁশটীর উচ্চতা নির্ণয় কর।

১৫। কোন বৃত্তের ব্যাস সেই বৃত্তের কোন জ্যা হইতে ৪ হাত বৃহত্তর জ্যাটী কেন্দ্র হইতে ৮ হাত দূরে অবস্থিত হইলে জ্যা ও ব্যাসের পরিমাণ কত হইবে?

১৬। কোন রজ্জুর এক প্রান্তে একটী গোলা বাঁধিয়া অপর প্রান্ত ২৩ ফুট লম্বা বাঁশের অগ্রভাগে বাঁধা গেল। ৪৫° কোণে বাঁশটী হেলাইয়া ধরাতে গোলাটী ভূমি স্পর্শ করিল। রজ্জুর দৈর্ঘ্য কত?

১৭। কোন বৃত্তের দুইটী জ্যা ৬·৪ ও ৭·৬৮। প্রথম জ্যাটী কেন্দ্র হইতে ৪·৮ দূরে হইলে দ্বিতীয়টী কেন্দ্র হইতে কত দূরে হইবে?

১৮। কোন প্রাচীন নগরের ধ্বংসাবশেষ মধ্যে দুইটী স্তম্ভ ও স্তম্ভ দুইটীর মধ্যে একটী দেবমূর্ত্তি এক সরল রেখাতে দণ্ডায়মান ছিল। স্তম্ভদ্বয় ও প্রতি-মূর্ত্তির উচ্চতা যথাক্রমে ৯২, ৬৭, ও ১২ ফুট। প্রতিমূর্ত্তির অগ্রভাগ বড় স্তম্ভের অগ্রভাগ হইতে ৮৯ ফুট ও ছোট স্তম্ভের অগ্রভাগ হইতে ৭৩ ফুট অন্তরে ছিল। স্তম্ভদ্বয়ের অগ্রভাগের পরস্পর দূরতা নির্ণয় কর।

১৯। রাধানগর মধুপুরের ২৫ মাইল পূর্ব্বে; কৃষ্ণপুর রাধানগর হইতে ৪০ মাইল উত্তরে এবং শ্যামনগর মধুপুর হইতে ২০ মাইল দক্ষিণে; কৃষ্ণপুর ও শ্যামনগরের মধ্যে ব্যবধান কত?

২০। ৫০ হাত উচ্চ কোন তালবৃক্ষ বায়ুবেগে ভগ্ন হওয়াতে তাহার অগ্রভাগ কোন দেওয়ালের উপর পড়িল। দেওয়াল হইতে বৃক্ষের দূরতা যত ভূমি হইতে ভগ্ন স্থানের উচ্চতাও তত। যদি দেওয়ালটীর উচ্চতা ভগ্ন স্থানের উচ্চতার সমান হইত তবে তালবৃক্ষের অগ্রভাগ দেওয়ালের অপর পার্শ্বে ২ হাত বাহির হইয়া থাকিত। দেওয়ালের উচ্চতা হইতে ভগ্ন স্থানের উচ্চতা বৃহত্তর হইলে দেওয়ালটীর উচ্চতা কত? আর লঘুতর হইলেই বা কত?

২১। কোন মইএর দৈর্ঘ্য কোন রাস্তার বিস্তারের দ্বিগুণ। মইএর গোড়া

রাস্তার এক প্রান্তে রাখিয়া মইখানা হেলাইলে তাহার অগ্রভাগ অপর প্রান্তস্থ ৪০ ফুট উচ্চ কোন জানালা স্পর্শ করে। মইএর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

২২। রাম ও শ্যাম এক স্থান হইতে যাত্রা করিল। রাম ঘণ্টায় ৮ মাইল করিয়া উত্তর দিকে এবং শ্যাম ঘণ্টায় ৬ মাইল করিয়া পশ্চিম দিকে যাইতে লাগিল, কতক্ষণ পরে তাহাদের মধ্যে ৩০ মাইলের ব্যবধান হইবে?

২৩। রাস্তার কোন স্থান হইতে তৎপার্শ্ববর্ত্তী কোন বাড়ীর ২৭ ফুট উচ্চ জানালার উপর এক মই স্থাপিত আছে; মইএর গোড়া ঠিক রাখিয়া ঘুরাইলে তাহার অগ্রভাগ রাস্তার অপর পার্শ্বস্থ কোন বাড়ীর ৩৬ ফুট উচ্চ জানালায় যাইয়া পড়ে। মইএর অবস্থানদ্বয়ের মধ্যবর্ত্তী কোণ যদি সমকোণ হয়, তবে রাস্তার পরিসর ও মইএর দৈর্ঘ্য কত হইবে?

২৪। কোন সমকোণী ত্রিভুজের এক বাহু ৭৭ হাত এবং বাহুদ্বয়ের সমষ্টি কর্ণ হইতে ২৮ হাত বৃহত্তর; কর্ণ ও অনির্দ্দিষ্ট বাহুটী নির্ণয় কর।

২৫। কোন ব্যক্তি কোন দেওয়াল হইতে ৬০ ফুট দূরে ৫ ফুট উচ্চে হস্ত রাখিয়া ঘুড়ী উড়াইতেছিল। ঘুড়ীটী পড়িয়া যাওয়াতে দেওয়ালে তাহার সূতা ঠেকিল এবং তজ্জন্য দেওয়ালের অপর পার্শ্ব দিয়া ঝুলিয়া ঘুড়ীটা মৃত্তিকা স্পর্শ করিয়া রহিল। সূতার দৈর্ঘ্য ৭৯ ফুট এবং দেওয়ালের বিস্তার ২ ফুট; দেওয়ালের উচ্চতা কত?

২৬। কোন ত্রিভুজের ভূমি ১২৬ হাত, উন্নতি ২৪ হাত, শীর্ষ কোণ হইতে ভূমি সমদ্বিখণ্ডকারক রেখা ২৫ হাত, ত্রিভুজটীর বাহুদ্বয় নির্ণয় কর?

২৭। দুই ব্যক্তি ঠিক একই ভাবে পা বিস্তার করিয়া দাঁড়াইল। এক ব্যক্তির পা ২ হাত লম্বা এবং দুই পাদমূলের দূরতা ২$\frac{4}{5}$ হাত। অপর ব্যক্তির দুই পাদমূলের দূরতা ২$\frac{1}{2}\frac{2}{5}$ হাত; তাহার পা কত লম্বা?

২৮। কখ ও কগ দুইটী সরল রেখা ক বিন্দুতে মিলিত হইয়াছে। কখএর মধ্যে ক বিন্দু হইতে ৩ ইঞ্চ দূরে ঘ বিন্দু লইয়া কখ এর উপর ঘঙ লম্ব উত্তোলন কর। ঘঙ যেন ঙ বিন্দুতে কগ স্পর্শ করে। ঘঙ = ৪ ইঞ্চ। ঙ বিন্দু হইতে ঙচ রেখাকে কগ এর উপর লম্ব উত্তোলন কর; ঙচ যেন চ বিন্দুতে কখ স্পর্শ করে; এবং চ হইতে চছ রেখাকে কখ এর উপর লম্ব

উত্তোলন কর, চছ যেন ছ বিন্দুতে কগ স্পর্শ করে। কছ এর পরিমাণ নির্ণয় কর।

২৯। দশম উদাহরণ-মালার প্রথম উদাহরণের প্রতিকৃতিতে খগ ও ঘঙ এর অন্তর ১০ ফুট; কঙ=১৮ ফুট; গঙ=৬ ফুট; খগ এর পরিমাণ কত?

৩০। একটী ত্রিভুজের ভূমি ২০ ফুট; তাহার উন্নতিকে সমান চারি ভাগে বিভক্ত করিয়া বিভাজক বিন্দুত্রয়ের মধ্য দিয়া ত্রিভুজটীর মধ্যে ভূমির সমান্তরাল তিনটী রেখা টানা হইয়াছে, এই রেখাত্রয়ের পরিমাণ নির্ণয় কর।

৩১। কোন ত্রিভুজের ভুজত্রয় ৫, ৬, ও ৭ ফুট; ত্রিভুজটীর সদৃশ অন্য একটী ত্রিভুজের লঘুতম বাহু ১২.৫ ফুট, অপর দুই বাহুর পরিমাণ কত?

৩২। কোন ত্রিভুজের ভূমি ১৫ ফুট এবং বাহুদ্বয়ের অন্তর ৬ ফুট; ইহার সদৃশ অন্য একটী ত্রিভুজের ভূমি ৩৫ ফুট এবং বাহুদ্বয়ের সমষ্টি ৭০ ফুট; ত্রিভুজ দুইটীর অনির্দ্দিষ্ট বাহু চতুষ্টয় নির্ণয়।

৩৩। সমভূমি হইতে ৩$\frac{1}{২}$ হাত উচ্চ দীপের তল হইতে ৩ হাত অন্তরে দণ্ডায়মান ১২ অঙ্গুলি শঙ্কুর ছায়া কত হইবে?

৩৪। কোন দীপের তল হইতে ৩ হাত দূরে দণ্ডায়মান ১২ অঙ্গুলি শঙ্কুর ছায়া ১৬ অঙ্গুলি হইলে দীপের উচ্চতা কত?

৩৫। ২$\frac{৫}{৬}$ হাত উচ্চ দীপ হইতে কিছু দূরে ১২ অঙ্গুলি শঙ্কু দণ্ডায়মান করাতে ১৬ অঙ্গুলি ছায়া পড়িল। দীপের তল হইতে কত দূরে শঙ্কুটী ধরা হইয়াছিল?

৩৬। কোন দীপস্তম্ভ হইতে কিছু দূরে ১২ অঙ্গুলি শঙ্কু লম্বভাবে ধরাতে ৮ অঙ্গুলি ছায়া পড়িল। ঐ ছায়ার সূত্রে উক্ত স্থান হইতে ২ হাত দূরে যাইয়া শঙ্কুটী পুনরায় ভূমির উপর লম্বভাবে ধরাতে ১২ অঙ্গুলি ছায়া পড়িল। প্রদীপটীর উচ্চতা এবং প্রদীপ স্তম্ভ হইতে কত দূরে শঙ্কুটী প্রথম ধরা হইয়াছিল তাহা নির্ণয় কর।

৩৭। কখগ সমকোণী ত্রিভুজের খ কোণ সমকোণ; গঘ সরল রেখা গ কোণকে সমদ্বিখণ্ডিত করিয়া ঘ বিন্দুতে কখ বাহুর সহিত মিলিত হইয়াছে। কঘ=৫১ ফুট ও খঘ=২৪ ফুট; ত্রিভুজটীর বাহুত্রয় নির্ণয় কর।

৩৮। যে বর্গক্ষেত্রের বাহু অপেক্ষা কর্ণের পরিমাণ ৮.২৮৪ ফুট অধিক তাহার বাহু ও কর্ণ বাহির কর।

৩৯। যে চতুর্ভুজের বাহুচতুষ্টয় পরস্পর সমান এবং কর্ণদ্বয় ২০ ও ৩০ চেইন তাহার ক্ষেত্রফল কত একার?

৪০। কোন পুষ্করিণীর জলের উপরিভাগের দৈর্ঘ্য ৫৩ হাত, তলভাগের দৈর্ঘ্য ৪০ হাত, ও গভীরতা ১৩ হাত; জল কমিয়া যাওয়াতে উপরিভাগের দৈর্ঘ্য ৪৬ হাত হইল। জলের গভীরতা কত কমিয়াছিল?

৪১। কোন বৃত্তের ব্যাস ১২ ফুট, ইহার চতুর্দ্দিকে ও অভ্যন্তরে অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৪২। কোন স্তম্ভের দৈর্ঘ্য ১৩ হাত এবং ব্যাস ৩$\frac{1}{2}$ হাত; এই স্তম্ভ ১০০ বার ঘুরিয়া যে জমীর উপর দিয়া যাইবে স্থূলগণনায় তাহার ক্ষেত্রফল কত?

৪৩। কোন চতুর্ভুজের বাহুচতুষ্টয়ের নিম্নলিখিত পরিমাণ দেওয়া আছে:—কখ=৩০০ লিঙ্ক; খগ=৪০০ লিঙ্ক; গঘ=৬ চেইন ৯০ লিঙ্ক, ঘক=৭ চেইন ৩০ লিঙ্ক। কখগ কোণ সমকোণ, চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল কত?

৪৪। যে বাক্সের দৈর্ঘ্য ৪ ফুট, উচ্চতা ৩ ফুট এবং বিস্তার $\frac{2}{3}$ গজ তাহা আচ্ছাদন করিতে ১৮ ইঞ্চ ওসার কাপড়ের কত গজ কাপড় লাগিবে?

৪৫। ৩৬ ফুট বাহুবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্রাকার কোন আঙ্গিনার ঠিক মধ্যস্থলে ঘাসাবৃত বৃত্তাকার একটী স্থান আছে। এই স্থানটার ব্যাস ১৪ ফুট। আঙ্গিনাটার তিন দিকে ফুলের গাছ লাগানের জন্য ৪ ফুট বিস্তৃত স্থান রাখিয়া অবশিষ্টাংশ বাঁধাইতে প্রতি বর্গগজ ১৸৴০ আনা হিসাবে কত খরচ পড়িবে? (পরিধি=৩$\frac{1}{7}$ × ব্যাস)।

৪৬। কোন চতুর্ভুজের দুই বাহুর মধ্যবর্ত্তী কোণ সমকোণ, এই দুই বাহুর পরিমাণ ৭৫ ও ১৮০ গজ। বাহু দুইটীর প্রান্তদ্বয় সংযোজক সরল রেখার উপর সমকোণটীর সম্মুখবর্ত্তী কোণ হইতে পাতিত লম্বের পরিমাণ ৬৪ গজ। ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল কত?

৪৭। যে বর্গক্ষেত্রাকার বাগানের ক্ষেত্রফল ৮৩২ একার ২ রুড ২৫ বর্গপোল তাহার চতুর্দ্দিক্ বেষ্টন করিতে কত গজ বেড়ার দরকার হইবে?

৪৮। কোন বর্গক্ষেত্রাকার স্থানের ক্ষেত্রফল ৯ একার ৩ রুড ৮.১৬ বর্গপোল। ইহার মধ্যে চারিদিক্ দিয়া ৩.৯ গজ বিস্তৃত রাস্তা প্রস্তুত করা হইয়াছে।

এই রাস্তা প্রস্তুত করিতে প্রতি বর্গগজে ৵১৩।/ ক্রান্তি এবং স্থানটীর অবশিষ্টাংশে ঘাসের চাপড়া বসাইতে প্রতি ১০০ বর্গগজে ২৮০ খরচ পড়িল। স্থানটী প্রস্তুত করার মোট ব্যয় নির্ণয় কর।

৪৯। ২১ ফুট দীর্ঘ ১৫ ফুট ৯ ইঞ্চ বিস্তৃত এবং ১১ ফুট ৮ ইঞ্চ উচ্চ কুঠরীর চারিটী দেওয়াল চিত্রিত করিতে ৯৬।০ খরচ পড়িল। এই হিসাবে ছাতের নিম্নদিক্ চিত্রিত করিতে আর কত অধিক খরচ পড়িবে?

৫০। কখগঘ চতুর্ভুজের ক ও ঘ কোণ সমকোণ; কখ=৪৫ ফুট, কঘ=৫০ ফুট, এবং ঘগ=৭৮ ফুট; ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল কত?

৫১। বর্গক্ষেত্রাকার কোন পুষ্করিণীর চারি পার্শ্বে একটী রাস্তা প্রস্তুত করিতে হইবে; যদি পুষ্করিণীর এক বাহুর পরিমাণ ৪০ ফুট হয় এবং রাস্তার ক্ষেত্রফল পুষ্করিণীর ক্ষেত্রফলের $\frac{৭৭}{২০০}$ ভাগ হয় তবে রাস্তার পরিসর কত হইবে?

৫২। একখানা তক্তার দৈর্ঘ্য ১৪ ফুট ৩ ইঞ্চ; তক্তাখানা লম্বালম্বি চিরিয়া এক বর্গগজ পরিমাণ একখণ্ড বাহির করিলে তাহার বিস্তার কত হইবে?

৫৩। কোন আয়তাকার স্থানের দৈর্ঘ্য ও বিস্তারের অনুপাত ৩ : ২। প্রতি বর্গগজ ৵১৩।/ ক্রান্তি হিসাবে স্থানটীতে ঘাসের চাপড়া বসাইতে ১৪৪৲ টাকা খরচ পড়িল। স্থানটীর দৈর্ঘ্য ও বিস্তার নির্ণয় কর।

৫৪। দুইটী বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল একত্র যোগে ২৪৫ বর্গফুট; একটীর বাহু অপরটীর বাহুর দ্বিগুণ। প্রত্যেক বর্গক্ষেত্রের বাহু নির্ণয় কর।

৫৫। কোন আয়তের পরিবেষ্টন ১৩৬ হাত এবং দৈর্ঘ্য, বিস্তারের তিন গুণ; আয়তটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৫৬। কোন কুঠরীর দৈর্ঘ্য, বিস্তারের তিন গুণ; প্রতি বর্গফুট ।৵১০ হিসাবে মেজ্যা কার্পেট দিয়া মুড়িতে ১২১৸৵০ আনা এবং প্রতি বর্গফুট ১।৵০ হিসাবে চারিটী দেওয়াল চিত্রিত করিতে ৯৩৫৲ টাকা খরচ পড়িলে কুঠরীটীর উচ্চতা কত হইবে?

৫৭। একটী কোঠার দৈর্ঘ্য ও বিস্তার উভয়ই ১৮ ফুট এবং উচ্চতা ১৪ ফুট। ইহার মধ্যে ৮ ফুট দীর্ঘ ও ৪ ফুট বিস্তৃত দুইটী দরজা এবং ১০ ফুট দীর্ঘ ও ৫ ফুট

বিস্তৃত তিনটী জানালা আছে। প্রত্যেক জানালার দরুণ ২৮/০ আনা করিয়া খরচ কম পড়িলে কোঠাটীর দেওয়ালগুলি চিত্রিত করিতে কত খরচ পড়িবে? কোঠাটী কি পরিমাণ অধিক উচ্চ হইলে ৪৷৷০ টাকা অধিক খরচ পড়িত?

৫৮। কোন কুঠরীর দৈর্ঘ্য ২৪ হাত, ইহার মেজ্যা মাদুর দিয়া মুড়িতে ৯৪৷৷০ এবং দেওয়াল চারিটী কাগজ দিয়া মুড়িতে ৮৬৷৷/০ খরচ পড়ে। কুঠরীটীর বিস্তার যদি ৩ হাত অধিক এবং উচ্চতা যদি ১ হাত ন্যূন হইত তবে মেজ্যা মুড়িতে ১১০৷০ খরচ পড়িত কিন্তু দেওয়াল চারিটী মোড়ার খরচ সমানই থাকিয়া যাইত। কুঠরীটীর বিস্তার ও উচ্চতা নির্ণয় কর।

৫৯। '১২ ফুট বর্গ' '১২ বর্গফুট' হইতে কত বৃহত্তর?

৬০। কখগঘঙ পঞ্চভুজক্ষেত্রের খ, গ, ও ঘ কোণ সমকোণ; কখ=৩৩ ফুট, খগ=৩৭ ফুট, গঘ=৪৮ ফুট, এবং ঘঙ=২৯ ফুট। পঞ্চভুজটীর ক্ষেত্রফল ও কঙএর পরিমাণ নির্ণয় কর।

৬১। কখগঘ একটী চতুর্ভুজ। গচ ও ঘছ কখএর উপর একই পার্শ্বে লম্ব। ফুটে দেওয়া নিম্নলিখিত পরিমাণগুলি হইতে ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। কছ=২২৪, কচ=৮৯৬, কখ=১২৫২, ঘছ=৪৪৬, গচ=৫৯০।

৬২। কোন চতুর্ভুজের বহির্দ্দেশে পতিত কর্ণের পরিমাণ ৭০ ফুট এবং তৎসম্মুখস্থ কোণদ্বয় হইতে তদুপরি পাতিত লম্বদ্বয়ের অন্তর ২৫ ফুট, চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল কত?

৬৩। কোন আয়তের দৈর্ঘ্য ও বিস্তারের অনুপাত ৫ : ৬, ক্ষেত্রফল ১৪৭০ বর্গফুট; দৈর্ঘ্য ও বিস্তার নির্ণয় কর।

৬৪। কোন আয়তের পার্শ্ববর্ত্তী বাহুদ্বয় ২৪ ও ৭ ফুট; আয়তটীর কোন কর্ণের উপর তৎসম্মুখস্থ কোণদ্বয় হইতে দুইটী লম্ব পাত করিলে লম্বদ্বয়ের মধ্যে কর্ণের যে অংশটুকু থাকিবে তাহার পরিমাণ নির্ণয় কর।

৬৫। কোন ট্র্যাপিজএডের সমান্তরাল বাহুদ্বয় ১৭ ও ২৩ ফুট; অন্য দুই বাহুর একটী সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের উপর লম্ব। এই বাহু হইতে কর্ণদ্বয়ের সম্পাত বিন্দুর দূরতা কত?

৬৬। কখগঘ আয়তের কখ ও খগ বাহুদ্বয় যথাক্রমে ৯ ও ৪০ ফুট; খঘ

কর্ণের উপর পাতিত গচ লম্বকে বৃদ্ধি করিয়া ঙ বিন্দুতে কঘ স্পর্শ করান হইয়াছে। গঙ নির্ণয় কর।

৬৭। কখগঘ আয়তের পার্শ্ববর্তী বাহুদ্বয় ১৫ ও [illegible] ফুট; খঘ কর্ণের উপর কঙ ও গচ লম্বদ্বয় পাত করিয়া কচ ও ঙগ সংযোগ করা হইয়াছে। কচগঙ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৬৮। কখগঘ চতুর্ভুজের কখগ কোন সমকোণ; খ হইতে পাতিত লম্ব দ্বারা কগ যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হয় তাহাদের পরিমাণ ৮ ও ১৮ ফুট। ঘ হইতে কগএর উপর পাতিত লম্ব ১৫ ফুট হইলে কখগঘ চতুর্ভুজটীর ক্ষেত্রফল কত হইবে?

৬৯। বর্গক্ষেত্রাকার দুইটী বাগানের একটীর চতুর্দ্দিকে ৩৬ গজ ও অপরটীর চতুর্দ্দিকে ১৬০ গজ বেড়া লাগে। এই দুইটীর সমান যে বর্গক্ষেত্রাকার বাগান, তাহার চতুর্দ্দিকে কত গজ বেড়ার দরকার হইবে?

৭০। কোন সমবাহু ত্রিভুজের উন্নতি অপেক্ষা বাহু ১·৩৪ ফুট বৃহত্তর; বাহুর ও উন্নতির পরিমাণ নির্ণয় কর।

৭১। কোন সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভুজসমষ্টি ৫৪·৬২৭২ ফুট; প্রত্যেক বাহু ও কর্ণের পরিমাণ কত?

৭২। সমকোণী ত্রিভুজাকার কোন স্থানের সমকোণের পার্শ্বস্থ বাহুদ্বয় ক্রমান্বয়ে ১০০ এবং ২০০ গজ দীর্ঘ। ইহার মধ্যে কত একার স্থান আছে? আরও, সমকোণ হইতে কর্ণের উপর লম্ব পাত করিলে ত্রিভুজটী যে দুই ভাগে বিভক্ত হয়, তাহাদের প্রত্যেকের ক্ষেত্রফল কত?

৭৩। কখগ একটী ত্রিভুজ; কঘ, খগএর উপর লম্ব। যদি কঘ=২৫ ফুট, এবং ঘ বিন্দু হইতে কখ ও কগএর উপর পাতিত লম্বদ্বয়ের পরিমাণ ২৪ ও ৭ ফুট হয়, তবে ত্রিভুজটীর বাহুত্রয় ও ক্ষেত্রফল কত হইবে?

৭৪। যে নিয়মিত ষড়ভুজ ক্ষেত্রের বাহু ২০ চেইন তাহার ক্ষেত্রফল কত?

৭৫। কোন সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ৬০০ বর্গফুট, এবং কর্ণের পরিমাণ ৫০ ফুট; ত্রিভুজটীর বাহুদ্বয় কত?

৭৬। কোন সমকোণী ত্রিভুজের বাহুদ্বয় ২৭ ও ৩৬ ফুট; সমকোণ হইতে পাতিত লম্ব দ্বারা কর্ণ যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হয় তাহাদের পরিমাণ নির্ণয় কর।

৭৭। কোন ত্রিভুজের বাহুত্রয় যথাক্রমে ৩, ৪, ও ৫ ফুট; সম্মুখস্থ কোণ-সমদ্বিখণ্ডকারক রেখা দ্বারা ৪ ফুট বাহু যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হয়, তাহাদের পরিমাণ কত?

৭৮। যে সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ২৫ হাত এবং সমকোণ হইতে কর্ণের উপর পাতিত লম্ব ১২ হাত তাহার বাহুদ্বয় কত?

৭৯। কোন খালের এক প্রান্তে একটী দেওয়াল আছে, অপর প্রান্তে ১৬$\frac{৫}{৬}$ হাত লম্বা মইএর গোড়া রাখিয়া হেলাইলে দেওয়ালের উপর মই পড়িয়া মইএর ৪$\frac{১}{৬}$ হাত দেওয়ালের অপর দিকে বাহির হইয়া থাকে। কিন্তু যদি আরও ৫$\frac{১}{৬}$ হাত দূরে মইএর গোড়া রাখা যায়, তবে মইএর অগ্রভাগ ঠিক দেওয়ালের অগ্রভাগে যাইয়া পড়ে। খালের বিস্তার ও দেওয়ালের উচ্চতা নির্ণয় কর।

৮০। একটী বাঁশের অগ্রভাগে কপিতে দড়ি জড়ান ছিল; এক ব্যক্তি সেই দড়ি ধরিয়া কিছুদূর যাওয়াতে কপি হইতে ৩০ হাত দড়ি বাহির হইল এবং সেই দিকে আরও ২৭ হাত যাওয়াতে কপি হইতে আরও ২১ হাত দড়ি বাহির হইল; বাঁশটী কত উচ্চ ছিল?

৮১। ২১ হাত দীর্ঘ নৌকার মাস্তুলের অগ্রভাগ ১৩ ও ২০ হাত রজ্জু দ্বারা গলুই দুইটীর সহিত সংযুক্ত করা হইল। মাস্তুলের উচ্চতা কত এবং নৌকার অগ্রভাগ হইতে কত দূরে তাহা দণ্ডায়মান ছিল?

৮২। ত্রিভুজাকার কোন বাগানের ভূমি ১০০ গজ। ভূমির সমান্তরাল একটী বেড়া দ্বারা বাগানটীকে দুই সমান ভাগে বিভক্ত করা হইল; বেড়ার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

৮৩। কোন ত্রিভুজের বাহুত্রয় ১৯, ২০, ও ৩৭; ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর; এবং ইহার সদৃশ যে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ২৮·৫ তাহার বাহুত্রয় নির্ণয় কর।

৮৪। যে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ৪২ বর্গ ফুট, ভূমিসংলগ্ন একটী কোণ স্থূল-কোণ এবং এই কোণের সম্মুখস্থ বাহু ২০ ফুট, এবং ভূমি ৭ ফুট তাহার অপর বাহুর পরিমাণ কত?

৮৫। কোন সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের ভূমি ও উন্নতি ১৪ ও ১২ ফুট, ভূমি-

সংলগ্ন কোন কোণ হইতে তৎসম্মুখবর্ত্তী বাহুর উপর পাতিত লম্ব ১১·২ ফুট হইলে ত্রিভুজটীর অপর দুই বাহু কত হইবে ?

৮৬। কোন ত্রিভুজের তিন বাহু ১৩, ২০, ও ২১ ফুট ; বৃহত্তম বাহু তৎসম্মুখস্থ কোণ হইতে পাতিত লম্ব দ্বারা যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হয় সেই দুই খণ্ডের পরিমাণ নির্ণয় কর।

৮৭। কোন সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি ৪০ ফুট এবং শীর্ষ কোণ ১২০°,। ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৮৮। কোন সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি ১২ হাত এবং লম্ব ১৬ হাত ; লম্বের সমান্তরাল কোন রেখা দ্বারা ত্রিভুজটী হইতে এমন একটী ত্রিভুজ কাটিয়া লওয়া হইল যাহার ক্ষেত্রফল ২৪ বর্গ হাত। এই ত্রিভুজটীর তিন বাহুর পরিমাণ কত ?

৮৯। কোন সমবাহু ত্রিভুজের ভূমি কোন বৃত্তার্দ্ধের ব্যাসের উপর এবং শীর্ষকোণ বৃত্তার্দ্ধের চাপের মধ্যবিন্দুতে আছে। ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল ১০০ বর্গফুট হইলে বৃত্তার্দ্ধের ব্যাসার্দ্ধ কত ?

৯০। কোন সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ২৫ হাত, সমকোণ হইতে পাতিত লম্বদ্বারা কর্ণ যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হয় তাহাদের অন্তর ৭ হাত ; সমকোণী ত্রিভুজটীর বাহুদ্বয় ও ক্ষেত্রফল কত ?

৯১। কোন সূক্ষ্মকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি ১৩ ফুট এবং ভূমি সংলগ্ন কোন কোণ হইতে তৎসম্মুখবর্ত্তী বাহুর উপর পাতিত লম্ব ১২ ফুট ; ত্রিভুজটীর বাহু ও ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৯২। কখগ ত্রিভুজের কখ বাহু=৬৮ ফুট, খগ বাহু=৭৭ ফুট, এবং গক বাহু=৭৫ ফুট। ত্রিভুজটীর মধ্যস্থ ঘ নামক একটী বিন্দু ক, খ, গ তিন কৌণিক বিন্দুর সহিত সংযুক্ত হইয়াছে। খঘ=৫১ ফুট ও ঘগ=৪০ ফুট। কখগ ত্রিভুজটী যে তিনটী ত্রিভুজে বিভক্ত হইল তাহাদের পৃথক্ পৃথক্ ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৯৩। একটী বাঁশ ভূমির উপর লম্বভাবে দণ্ডায়মান ছিল। তাহার উপরের ১৩ হাত ভাঙ্গিয়া মূলদেশ হইতে কিছু দূরে ভূমি স্পর্শ করিল। বাঁশটী যদি আর ২ হাত অধিক লম্বা হইত এবং এই স্থানেই ভাঙ্গিত তবে তাহার অগ্রভাগ মূলদেশ হইতে আরও ৪ হাত দূরে ভূমি স্পর্শ করিত ; বাঁশটী কত উচ্চে ভাঙ্গিয়াছিল ?

৯৪। কোন ত্রিভুজের একটী কোণ ৬০° এবং ঐ কোণের পার্শ্বস্থ দুইটী বাহু ৪ ও ২ ফুট। ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ও তৃতীয় বাহু নির্ণয় কর।

৯৫। কোন সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির পরিমাণ ৬ গজ ২ ফুট; প্রত্যেক বাহুর পরিমাণ ৮ গজ ২ ফুট; ভূমিসংলগ্ন কোন কোণ হইতে তৎসম্মুখস্থ বাহুর উপর লম্ব পাত করিলে তাহা দ্বারা বাহুটী যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হয় তাহাদের পরিমাণ নির্ণয় কর।

৯৬। কোন সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের বাহুদ্বয়ের পরিমাণ ৪১ ও ৫০ ফুট, শীর্ষকোণ হইতে ভূমির উপর লম্বের পরিমাণ ৪০ ফুট; ভূমির পরিমাণ নির্ণয় কর।

৯৭। কোন ত্রিভুজের দুইটী বাহু ৪০ ও ৬০ ফুট এবং তাহাদের মধ্যবর্ত্তী কোণ ৩০°; ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৯৮। কোন ত্রিভুজের বাহুত্রয় ৫২, ১৪৮, ও ১৬০ গজ; যে সরল রেখা ইহার দীর্ঘতম বাহুর মধ্য বিন্দুকে সম্মুখস্থ কৌণিক বিন্দুর সহিত সংযোগ করে তাহার পরিমাণ কত?

৯৯। কোন ত্রিভুজের দুই বাহু ৩ ও ১২ ফুট, এই দুই বাহুর মধ্যবর্ত্তী কোণ ৩০°। ত্রিভুজটার সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ স্থির কর।

১০০। কোন সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ৭১৪০ বর্গহস্ত, ভূমি ১০২ হস্ত। ত্রিভুজটীর বাহুর পরিমাণ কত?

১০১। যে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল ৩৬০ বর্গহাত, ভূমি ৬০ হাত, এবং শীর্ষকোণ হইতে ভূমিসমদ্বিখণ্ডকারক রেখা ১৩ হাত, তাহার বাহুদ্বয় কত?

১০২। কোন সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষকোণ ৪৫° এবং প্রত্যেক সমান বাহু ১০ ফুট; ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল ও ভূমি নির্ণয় কর।

১০৩। কোন ত্রিভুজের শীর্ষকোণ ভূমিসংলগ্ন একটী কোণের দ্বিগুণ; ভূমিসংলগ্ন অপর কোণের পার্শ্বস্থ বাহু ১২ এবং ভূমি ১৬ হইলে অবশিষ্ট বাহুর পরিমাণ কত হইবে?

১০৪। শ্যামপুর রামনগর হইতে ১৫ মাইল দক্ষিণে এবং কৃষ্ণপুর হইতে

২০ মাইল পূর্ব্বে। রামনগর হইতে কৃষ্ণপুর পর্য্যন্ত ঠিক সোজা রাস্তা হইতে শ্যামপুরের লঘুতম দূরত্ব নির্ণয় কর।

১০৫। যে বৃত্তার্দ্ধের পরিবেষ্টন ১০ ফুট তাহার ব্যাস কত ?

১০৬। কোন বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ও পরিধির যোগফল ১০০ ফুট; ব্যাসার্দ্ধ ও পরিধির পরিমাণ কত ?

১০৭। বৃত্ত-চাপাকার কোন সেতুর প্রান্তদ্বয় জল স্পর্শ করিয়া আছে। জল হইতে সেতুর ঠিক মধ্যস্থল ১২·০০৫ ফুট উচ্চ। সেতুর ব্যাসার্দ্ধ ১০০ ফুট হইলে সোজাভাবে সেতুর মধ্যস্থল হইতে এক প্রান্তের দূরতা কত হইবে ?

১০৮। কোন বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১৪ হাত, বৃত্তটীর মধ্যে অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ কত ?

১০৯। কোন চাকার ব্যাস ৪ ফুট; এক মাইল পথ যাইতে চাকাটা কতবার ঘুরিবে ?

১১০। পৃথিবীর পরিধির $\frac{১}{৩৬০}$ অংশের দৈর্ঘ্য ৬৮$\frac{২}{১১}$ মাইল; স্থূল গণনায় পৃথিবীর ব্যাস কত ?

১১১। কোন বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১ মাইল; ৩১·৪১৬ ফুট দীর্ঘ চাপের সম্মুখস্থ কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাণ কত ডিগ্রী ?

১১২। তিন জন লোক ১ গজ ব্যাস-বিশিষ্ট এক খানা শান ক্রয় করিল। তাহারা সকলেই সমান টাকা দিয়াছিল; কে ব্যাসার্দ্ধের কত অংশ ক্ষয় করিবে ?

১১৩। ৪ ফুট ব্যাস বিশিষ্ট দুইটী চুঙ্গি একত্র করিয়া বাঁধিতে কত লম্বা দড়ির প্রয়োজন হইবে ?

১১৪। কোন বর্গক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ ১ ইঞ্চ। বর্গক্ষেত্রটীর প্রত্যেক কৌণিক বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া বাহুর অর্দ্ধেক ব্যাসার্দ্ধ লইয়া চারিটী বৃত্ত অঙ্কিত করা হইয়াছে। বর্গক্ষেত্রটীর যে অংশ বৃত্ত চতুষ্টয়ের চাপ দ্বারা সীমাবদ্ধ তাহার ক্ষেত্রফল কত ?

১১৫। ২৬$\frac{১}{২}$ ফুট দীর্ঘ কোন বাঁশের ২ ফুট পরিমাণ পুঁতিয়া বাঁশটীকে ভূমির উপর লম্বভাবে রাখা হইল। বায়ুবেগে বাঁশটীর ঠিক মধ্যস্থলে ভগ্ন হওয়াতে

অগ্রভাগ ভূমি স্পর্শ করিল। এখন এই অগ্রভাগ ধরিয়া চতুর্দ্দিকে ঘুরাইলে যে বৃত্তটী অঙ্কিত হইবে স্থূল গণনায় তাহার পরিধি কত?

১১৬। কোন বর্গক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ ৬ হাত। ইহার চারিটী কোণের প্রত্যেককে কেন্দ্র করিয়া বাহুর পরিমাণ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া চারিটী বৃত্ত অঙ্কিত করা হইয়াছে। এই চারিটী বৃত্তের সাধারণ খণ্ডের ক্ষেত্রফল সূক্ষ্ম গণনায় স্থির কর।

১১৭। কোন খুঁটীর অগ্রভাগে তাহার সমান দীর্ঘ একগাছ দড়ির এক প্রান্ত বাঁধিয়া অপর প্রান্ত কোন বলদের গলদেশে বাঁধা হইল। খুঁটীটী লম্বভাবে ২ হাত ভূমিতে পোতা হইল। বলদ চারিদিকে যে স্থানে চরিয়া ঘাস খাইয়াছিল তাহার ক্ষেত্রফল ১৪১.৩৭২ বর্গহাত হইলে এবং বলদের গলদেশ ভূমি হইতে ১ হাত উচ্চে থাকিলে সূক্ষ্ম গণনায় বন্ধন-রজ্জুর দৈর্ঘ্য কত ছিল?

১১৮। কোন অঙ্গুরীয়-আকার রাস্তা দিয়া এক খানা দুই চাকার গাড়ী চলিতে লাগিল। দেখা গেল যে ভিতরের চাকা একবার ঘুরিতে বাহিরের চাকা দুই বার ঘোরে। দুইটী চাকা ঠিক সমান এবং তাহাদের পরস্পর দূরতা ৫ ফুট; বাহিরের চাকা দ্বারা যে বৃত্ত অঙ্কিত হইল তাহার পরিধি কত?

১১৯। দুইটী ঐককেন্দ্রিক বৃত্তের ক্ষেত্রফল ১৫৪ বর্গগজ ও ৬৮ বর্গগজ ৪ বর্গফুট; বৃত্তদ্বয়ের মধ্যস্থ অঙ্গুরীয়াকার ক্ষেত্রটীর বিস্তার নির্ণয় কর।

১২০। কোন বৃত্তার্দ্ধের ব্যাস ৩৯ ফুট; পরিধির কোন বিন্দু হইতে ব্যাসের উপর পাতিত লম্ব ১৮ ফুট; এই লম্ব দ্বারা ব্যাস যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হয় তাহাদের প্রত্যেকের পরিমাণ নির্ণয় কর।

১২১। ১৬ ফুট উচ্চ বাঁশের অগ্রভাগে একগাছ দড়ির এক প্রান্ত বাঁধা ছিল। ৩ ফুট উচ্চ কোন বালক দড়ির অপর প্রান্ত ধরিয়া বাঁশের চতুর্দ্দিকে ঘুরিতে লাগিল। বালকটী প্রতি সেকেণ্ডে ৭ ফুট করিয়া দৌড়িতে লাগিল এবং ৫ ঘণ্টা ৮ মিনিট ৩৩ সেকেণ্ডে ৫০০ বার ঘুরিয়াছিল। সূক্ষ্ম গণনায় দড়িগাছের দৈর্ঘ্য কত ছিল?

১২২। কোন বৃক্ষের বেড় ৫$\frac{1}{2}$ ফুট; করাত দিয়া বৃক্ষটীকে চিরিয়া ১৮ খানা তক্তা প্রস্তুত করা হইল। স্থূল গণনায় প্রত্যেক তক্তার বেধ কত?

১২৩। সমবাহু ত্রিভুজাকার কোন ময়দানের ক্ষেত্রফল অর্দ্ধ একার। ইহার কোন কোণে একটী খুঁটী পোতা আছে। খুঁটীর সহিত ও কোন বলদের

নাসিকার সহিত এরূপ লম্বা একগাছ রশি লাগান আছে যে বলদটী মাঠের ঠিক অর্দ্ধেক জমীতে চরিতে পারে। রশির দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

১২৪। জ্যামিতির প্রথম অধ্যায়ের প্রথম প্রতিজ্ঞায় নির্দ্দিষ্ট রেখাটীর পরিমাণ ১ ফুট হইলে বৃত্তদ্বয়ের সাধারণ খণ্ডের ক্ষেত্রফল কত হইবে?

১২৫। কোন সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ও এক বাহুর সমষ্টি ২০ ফুট; কর্ণ ও বাহুর পরিমাণ নির্ণয় কর।

১২৬। কোন সমদ্বিবাহু সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ও এক বাহুর অন্তর ১০ ফুট, কর্ণ ও বাহু নির্ণয় কর।

১২৭। কোন সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণ ২৫ হাত এবং সমকোণ হইতে কর্ণের উপর পাতিত লম্ব ১২ হাত; সমকোণী ত্রিভুজটীর অন্য দুই বাহু নির্ণয় কর।

১২৮। ১২ ফুট দূর হইতে ৯ ফুট উচ্চ দেওয়ালের উপর একখানা মই রাখিলে মইএর এক চতুর্থাংশ দেওয়ালের অপর পার্শ্বে বাহির হইয়া থাকে। গোড়া ঠিক রাখিয়া অপরদিকে হেলাইলে মইএর অগ্রভাগ ১৬ ফুট উচ্চ দেওয়ালের অগ্রভাগ স্পর্শ করে; দেওয়াল দুইটীর ব্যবধান নির্ণয় কর।

১২৯। ১০০ ফুট পরিবেষ্টনযুক্ত সমবাহু ত্রিভুজ, বর্গক্ষেত্র, ও বৃত্তক্ষেত্র এই তিনটীর মধ্যে কোন্‌টীর ক্ষেত্রফল সর্ব্বাপেক্ষা অধিক?

১৩০। একটী সমবাহু ত্রিভুজের বাহু, যে আয়ত ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১৬৮বর্গ হাত এবং দৈর্ঘ্য ২৪ হাত তাহার কর্ণের সমান; এই সমবাহু ত্রিভুজের সমান বর্গক্ষেত্রের বাহুর পরিমাণ স্থির কর।

১৩১। কোন বর্গক্ষেত্রাকার বাগানের ক্ষেত্রফল ৫ একার; ইহার ঠিক মধ্যে ১ একার ১ রুড ২০ পোল স্থান ব্যাপিয়া একটী গোলাকার পুকুর আছে। প্রত্যেক কোণ হইতে জলের পাড় পর্য্যন্ত লঘুতম রাস্তার দৈর্ঘ্য কত হইবে?

১৩২। কোন ত্রিভুজের শীর্ষ কোণ হইতে পাতিত লম্ব দ্বারা ভূমি যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হয় তাহার এক খণ্ড ও তৎসংলগ্ন বাহুর অন্তর ৫০ এবং অপর খণ্ড ও তৎসংলগ্ন বাহুর সমষ্টি ২০০; লম্বের পরিমাণ ৮০ হইলে ত্রিভুজটীর বাহুত্রয় নির্ণয় কর।

১৩৩। কোন দেওয়ালের ছায়া ৫০০ বর্গ ফুট স্থান ব্যাপিয়া পড়িয়াছে। দেওয়ালটীর দৈর্ঘ্য আর ৯ ফুট অধিক হইলে তাহার ছায়া ৫৯০ বর্গ ফুট ব্যাপিয়া পড়িত। ছায়ার বিস্তার নির্ণয় কর।

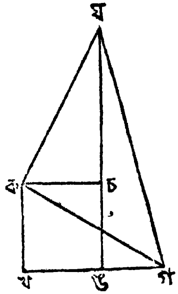
১৩৪। কখগঘ একটী ট্র্যাপিজএড। কঘ এবং খগ তাহার সমান্তরাল বাহুদ্বয়। কখ = ৭৫ হাত, খগ = ২৬৬ হাত, গঘ = ১০৯ হাত, ঘক = ১৩০ হাত। ট্রাপিজএড্টীর (১) ক্ষেত্রফল, (২) কর্ণদ্বয় নির্ণয় কর।

১৩৫। কখগঘ একখানা আয়তাকার কাগজ। কঘ = ২০ ইঞ্চ, কখ = ১৬ ইঞ্চ। কাগজখানা এরূপ ভাবে ভাঁজ করা হইয়াছে যে ক কৌণিক বিন্দু খগ পার্শ্বের উপরে পড়িয়াছে এবং ভাঁজের রেখাটী ঘ কৌণিক বিন্দু দিয়া চলিয়া গিয়াছে। এইরূপ ভাঁজ হওয়াতে কাগজখানা যে দুই অংশে বিভক্ত হইল সেই দুই অংশের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

প্রথম পরিশিষ্ট।

১। নিম্নলিখিত প্রকারে ৪৫ অনুচ্ছেদের নিয়মটী সপ্রমাণ করা যাইতে পারে।

ক খ গ একটী সমকোণী ত্রিভুজ। ক বিন্দু হইতে ক গ এর উপর ক ঘ লম্ব উত্তোলন কর এবং কঘকে কগএর সমান কর। গঘ সংযুক্ত কর; ঘ বিন্দু হইতে খগএর উপর ঘ ঙ লম্বপাত কর, ক বিন্দু দিয়া ক চ রেখা খগএর সমান্তরাল করিয়া টান।



এখন ∠চকখ=∠ঘকগ, কারণ উভয়েই সমকোণ। এই উভয় কোণ হইতে তাহাদের সাধারণ অংশ চকগ কোণ বিয়োগ কর, তাহা হইলে অবশিষ্ট গকখ ও ঘকচ কোণদ্বয় পরস্পর সমান। অতএব ক চ ঘ ও ক খ গ ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে ক গ বাহু ক ঘ বাহুর সমান; গ ক খ ও ক খ গ কোণদ্বয় যথাক্রমে ঘ ক চ ও ক চ ঘ কোণদ্বয়ের সমান। সুতরাং ক খ=ক চ, এবং খ গ=চ ঘ (জ্যামিতি ১ম অ: ২৬ প্রঃ)।

আরও, ক খ=চ ঙ (জ্যাঃ ১মঃ অঃ ৩৪শ প্রঃ) সুতরাং খ গ+ক খ =চ ঘ+চ ঙ=ঙঘ।

পুনশ্চ, যেহেতুক ক খ=ক চ; এবং ক চ=খ ঙ (জ্যাঃ ১ম অঃ ৩৪ প্রঃ)

∴ ক খ=খ ঙ। কাজেই খ গ−ক খ=খ গ−খ ঙ=ঙ গ।

এখন, ক গ=ক ঘ; অতএব ঘগএর বর্গ কগএর বর্গের দ্বিগুণ

$$\text{অর্থাৎ} \quad \text{ঘগ}^{২}=২\times\text{কগ}^{২} \quad (\text{জ্যাঃ ১ম অঃ ৪৭শ প্রঃ})।$$

$$\text{আরও, ঘ গ}^{২}=\text{ঙ ঘ}^{২}+\text{ঙ গ}^{২} \quad (\text{জ্যাঃ ১ম অঃ ৪৭শ প্রঃ})$$

কিন্তু ঙ ঘ=খ গ+ক খ, এবং ঙ গ=খ গ−ক খ।

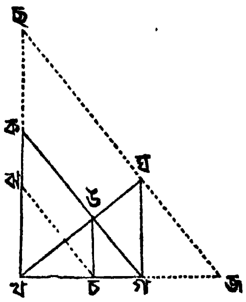
$$\therefore \quad \text{ঘগ}^{২}=(\text{খ গ}+\text{ক খ})^{২}+(\text{খ গ}-\text{কখ})^{২}$$

$$\text{কিন্তু} \quad \text{ঘগ}^{২}=২\times\text{কগ}^{২}$$

$$\therefore \quad ২\times\text{ক গ}^{২}=(\text{খ গ}+\text{ক খ})^{২}+(\text{খ গ}-\text{ক খ})^{২}$$

সুতরাং সমকোণী ত্রিভুজের কর্ণের বর্গের দ্বিগুণ বাহুদ্বয়ের সমষ্টির বর্গ ও অন্তরের বর্গের যোগফলের সমান। এই হেতু কর্ণের বর্গের দ্বিগুণ হইতে বাহুদ্বয়ের সমষ্টির বর্গ বিয়োগ করিলে বাহুদ্বয়ের অন্তরের বর্গ পাওয়া যায় এবং অন্তরের বর্গ বিয়োগ করিলে সমষ্টির বর্গ পাওয়া যায়।

২। নিম্নলিখিতরূপে ৫৩ অণুচ্ছেদের নিয়মটী সপ্রমাণ করা যাইতে পারে।



খগ সরল রেখার খ ও গ প্রান্তবিন্দুদ্বয় হইতে একই পার্শ্বে খক এবং গঘ দুইটী লম্ব উত্তোলন করা হইয়াছে। লম্ব দুইটীর পরিমাণ জানা আছে। কগ ও ঘখ সরল রেখাদ্বয়ের সম্পাত বিন্দু ঙ হইতে খগএর উপর ঙচ লম্বের পরিমাণ নির্ণয় করিতে হইবে।

ঘ বিন্দু দিয়া কগএর সমান্তরাল টান; খক ও খগকে বৃদ্ধি করিয়া ছ ও জ বিন্দুতে এই সমান্তরালের সহিত মিলিত করাও।

কগঘছ একটী সমান্তরাল ক্ষেত্র, কাজেই কছ = গঘ (জ্যাঃ ১ম অঃ ৩৪ প্রঃ)।

ছখজ ও কখগ ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সদৃশ

$$\therefore \text{ খছ : খক :: খজ : খগ।}$$

পুনশ্চ, ঘখজ ও ঙখগ ত্রিভুজদ্বয় পরস্পর সদৃশ

$$\therefore \text{ গঘ : ঙচ :: খজ : খগ (৫১ অণুচ্ছেদ দেখ)}$$

$$\therefore \text{ খছ : খক :: গঘ : ঙচ}$$

কিন্তু খছ = খক + কছ = খক + গঘ (প্রতিকৃতি দেখ)

$$\therefore \text{ খক} + \text{গঘ : খক :: গঘ : ঙচ}$$

$$\therefore \text{ ঙচ} = \frac{\text{খক} \times \text{গঘ}}{\text{খক} + \text{গঘ}} = \frac{\text{লম্বদ্বয়ের গুণফল}}{\text{লম্বদ্বয়ের সমষ্টি}}।$$

মন্তব্য। খক ও গঘ লম্বদ্বয়ের দূরতার পরিমাণের সহিত ঙচএর পরিমাণের কোনও সংশ্রব নাই। খগএর পরিমাণ অল্প হউক বা অধিক হউক তাহাতে ঙচএর পরিমাণের কোণ হ্রাস বৃদ্ধি হইবে না।

৩। ত্রিভুজের বাহু তিনটী জানা থাকিলে ক্ষেত্রফল নির্ণয় পূর্ব্বক তাহার দ্বিগুণকে ভূমি দ্বারা ভাগ করিলেই উন্নতি পাওয়া যায় (৯৯ অণুচ্ছেদ)।

কিন্তু ক্ষেত্রফল নির্ণয় না করিয়া কিরূপে উন্নতি নির্ণয় করা যাইতে পারে তাহা নিম্নে প্রদর্শিত হইতেছে। অনাবশ্যক হইলেও শিক্ষাপ্রদ বলিয়া বিষয়টী এ স্থলে সন্নিবিষ্ট হইল।

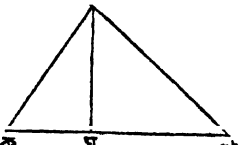
ত্রিভুজের শীর্ষকোণ হইতে ভূমির উপর লম্ব কখনও ত্রিভুজের মধ্য দিয়া পতিত হয়, কখনও বা ত্রিভুজের বহির্দ্দেশ দিয়া (ভূমির বর্দ্ধিতাংশের উপর) পতিত হয়।

(ক) যদি ত্রিভুজের ভূমিসংলগ্ন দুইটী কোণই সূক্ষ্ম হয় তবে শীর্ষ কোণ হইতে ভূমির উপর লম্ব ত্রিভুজটীর মধ্য দিয়া ভূমির উপর পতিত হয়।

(ক) যদি ত্রিভুজের ভূমিসং লগ্ন একটী কোণ স্থূলকোণ হয় তবে লম্বটী ত্রিভুজের বহির্দ্দেশ দিয়া ভূমির বর্দ্ধিতাংশের উপর পতিত হয়।

আমরা এই দুই প্রকারে পতিত লম্ব সম্বন্ধে পৃথক্ পৃথক্ আলোচনা করিব।

১°। গকখ ত্রিভুজের ক ও খ কোণ সূক্ষ্মকোণ, কাজেই গঘ লম্ব ত্রিভুজটীর মধ্য দিয়া কখ ভূমির উপর পতিত হইয়াছে। ত্রিভুজটীর তিনটী বাহু জানা আছে, গঘ লম্ব নির্ণয় করিতে হইবে।



শীর্ষকোণ হইতে পতিত লম্ব দ্বারা ভূমি যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হয় তন্মধ্যে বৃহত্তর বাহু সংলগ্ন খণ্ড লঘুতর বাহুসংলগ্ন খণ্ড হইতে বৃহত্তর, অর্থাৎ কগখ ত্রিভুজের গখ বাহু যদি গক বাহু হইতে বৃহত্তর হয় তবে খঘ ভূমিখণ্ডও কঘ ভূমিখণ্ড হইতে বৃহত্তর হইবে।

$$\text{এখন, গক}^2 - \text{কঘ}^2 = \text{গঘ}^2, \text{ এবং } \text{গখ}^2 - \text{খঘ}^2 = \text{গঘ}^2 \text{ ॥}$$

$$\therefore \text{গক}^2 - \text{কঘ}^2 = \text{গখ}^2 - \text{খঘ}^2 \text{ (১ম সতঃসিদ্ধ)।}$$

এই সমান বস্তুদ্বয়ের প্রত্যেকের সহিত খঘ² – গক² যোগ করিলে সমষ্টিদ্বয়ও পরস্পর সমান হইবে :

$$\therefore \text{খঘ}^2 - \text{গক}^2 + \text{গক}^2 - \text{কঘ}^2 = \text{গখ}^2 - \text{খঘ}^2 + \text{খঘ}^2 - \text{গক}^2 \text{ ।}$$

বাম পার্শ্বের $-$গক$^২+$গক$^২=$০, এবং দক্ষিণ পার্শ্বের $-$খঘ$^২+$খঘ$^২=$০

$$\therefore \text{খঘ}^২ - \text{কঘ}^২ = \text{গখ}^২ - \text{গক}^২$$

$\therefore$ (খঘ $+$ কঘ) $\times$ (খঘ $-$ কঘ) $=$ (গখ $+$ গক) $\times$ (গখ $-$ গক)$\cdots$(৮ অণুচ্ছেদ দেখ)।

খঘ $+$ কঘ $=$ কখ (প্রতিকৃতি দেখ)।

$$\therefore \text{কখ} \times (\text{খঘ} - \text{কঘ}) = (\text{গখ} + \text{গক}) \times (\text{গখ} - \text{গক})$$

$$\therefore \text{খঘ} - \text{কঘ} = \frac{(\text{গখ} + \text{গক}) \times (\text{গখ} - \text{গক})}{\text{কখ}}$$

$$\therefore \text{ভূমি খণ্ডদ্বয়ের অন্তর} = \frac{\text{বাহুদ্বয়ের সমষ্টি} \times \text{বাহুদ্বয়ের অন্তর}}{\text{ভূমি}}।$$

নিয়ম। বাহুদ্বয়ের সমষ্টি ও অন্তরের গুণফলকে ভূমি দ্বারা ভাগ করিলে ভূমির খণ্ডদ্বয়ের অন্তর পাওয়া যায়। ভূমির খণ্ডদ্বয়ের সমষ্টি (অর্থাৎ ভূমি) জানা আছে, সুতরাং ৬ অণুচ্ছেদের নিয়মে ভূমির খণ্ডদ্বয় নির্ণয় পূর্ব্বক বৃহত্তর বাহু এবং বৃহত্তর ভূমিখণ্ড অথবা লঘুতর বাহু এবং লঘুতর ভূমিখণ্ড হইতে সমকোণী ত্রিভুজের নিয়ম দ্বারা লম্বটী স্থির করা যাইতে পারে।

উদাহরণ :

(১) যে ত্রিভুজের বাহুদ্বয় ২৫ ও ১৭ এবং ভূমি ২৮ তাহার শীর্ষকোণ হইতে ভূমির উপর লম্বের পরিমাণ কত ?

ভূমিখণ্ডদ্বয়ের অন্তর $= \frac{(২৫+১৭)\times(২৫-১৭)}{২৮} = \frac{৪২\times৮}{২৮} = ১২$। ভূমিখণ্ডদ্বয়ের সমষ্টি (অর্থাৎ ভূমি) $=$ ২৮। $\therefore$ বৃহত্তর ভূমিখণ্ড $=$ (২৮ $+$ ১২)এর $\frac{১}{২}$ $=$ ৪০এর $\frac{১}{২}$ $=$ ২০। $\therefore$ লঘুতর ভূমিখণ্ড $=$ ২৮ $-$ ২০ $=$ ৮।

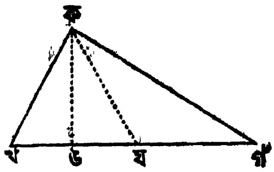
এখন, বৃহত্তর বাহু এবং বৃহত্তর ভূমিখণ্ড হইতে নির্ণেয় লম্ব

$$= \sqrt{(২৫+২০)\times(২৫-২০)} = \sqrt{৪৫\times৫} = \sqrt{৯\times৫\times৫} = ৩\times৫ = ১৫।$$

অথবা, লঘুতর বাহু এবং লঘুতর ভূমিখণ্ড হইতে নির্ণেয় লম্ব

$$= \sqrt{(১৭+৮)\times(১৭-৮)} = \sqrt{২৫\times৯} = ৫\times৩ = ১৫।$$

২°। কখগ ত্রিভুজের ভূমিসংলগ্ন কখগ কোণ স্থূলকোণ। সুতরাং কঙ লম্ব ত্রিভুজটীর বহির্দ্দেশ দিয়া গঘ ভূমির বর্দ্ধিতাংশের উপর পতিত হইয়াছে। ত্রিভুজটীর বাহু তিনটী জানা আছে, কঙ লম্ব নির্ণয় করিতে হইবে।



$কঘ^2 - ঘঙ^2 = কঙ^2$,

এবং $কগ^2 - গঙ^2 = কঙ^2$।

$\therefore\ কঘ^2 - ঘঙ^2 = কগ^2 - গঙ^2$

(১ম সতঃসিদ্ধ)।

এই সমান বস্তুদ্বয়ের প্রত্যেকের সহিত $গঙ^2 - কঘ^2$ যোগ করিলে সমষ্টিদ্বয়ও পরস্পর সমান হইবে :

$$\therefore\ গঙ^2 - কঘ^2 + কঘ^2 - ঘঙ^2 = কগ^2 - গঙ^2 + গঙ^2 - কঘ^2।$$

বামপার্শ্বের $-কঘ^2 + কঘ^2 = 0$, এবং দক্ষিণ পার্শ্বের $-গঙ^2 + গঙ^2 = 0$

$$\therefore\ গঙ^2 - ঘঙ^2 = কগ^2 - কঘ^2$$

$$\therefore\ (গঙ + ঘঙ) \times (গঙ - ঘঙ) = (কগ + কঘ) \times (কগ - কঘ)$$ ∴(৮ অণুচ্ছেদ)।

গঙ $-$ ঘঙ $=$ ঘগ (প্রতিকৃতি দেখ)।

$$\therefore\ (গঙ + ঘঙ) \times ঘগ = (কগ + কঘ) \times (কগ - কঘ)$$

$$\therefore\ গঙ + ঘঙ = \frac{(কগ + কঘ) \times (কগ - কঘ)}{ঘগ}$$

∴ ভূমির প্রান্তদ্বয় হইতে লম্বটীর ভিন্ন ভিন্ন দূরতার সমষ্টি

$$= \frac{\text{বাহুদ্বয়ের সমষ্টি} \times \text{বাহুদ্বয়ের অন্তর}}{\text{ভূমি}}।$$

নিয়ম। বাহুদ্বয়ের সমষ্টি ও অন্তরের গুণফলকে ভূমি দ্বারা ভাগ করিলে ভূমির প্রান্তদ্বয় হইতে লম্বটীর ভিন্ন ভিন্ন দূরতার সমষ্টি পাওয়া যায়। উক্ত দূরতা-দ্বয়ের অন্তর (অর্থাৎ ভূমি) জানা আছে, অতএব ৬ অণুচ্ছেদের নিয়মে দূরতাদ্বয় নির্ণয়পূর্ব্বক বৃহত্তর বাহু এবং বৃহত্তর দূরতা অথবা লঘুতর বাহু এবং লঘুতর দূরতা হইতে সমকোণী ত্রিভুজের নিয়ম দ্বারা লম্বটী স্থির করা যাইতে পারে।

উদাহরণ :

(১) কোন ত্রিভুজের বাহুদ্বয় ২০ ও ১৩, এবং ভূমি ১১ ; ত্রিভুজটীর শীর্ষ-কোণ হইতে ভূমির উপর লম্বের পরিমাণ কত?

ভূমির প্রান্তদ্বয় হইতে লম্বটীর ভিন্ন ভিন্ন দূরতার সমষ্টি

$$= \frac{(২০ + ১৩) \times (২০ - ১৩)}{১১} = \frac{৩৩ \times ৭}{১১} = ৩ \times ৭ = ২১।$$

উক্ত দূরতা দুইটীর অন্তর অর্থাৎ ভূমি = ১১।

∴ বৃহত্তর দূরতা = (২১ + ১১) এর $\frac{১}{২}$ = ৩২এর $\frac{১}{২}$ = ১৬।

∴ লঘুতর দূরতা = ২১ − ১৬ = ৫।

এখন, বৃহত্তর বাহু এবং বৃহত্তর দূরতা হইতে নির্ণেয় লম্ব

$$= \sqrt{(১৩+৫)\times(১৩-৫)} = \sqrt{১৮\times৮} = \sqrt{১৪৪} = ১২।$$

মন্তব্য। বাহুদ্বয়ের সমষ্টি ও অন্তরের গুণফলকে ভূমি দ্বারা ভাগ করিলে ভাগফল যদি ভূমি অপেক্ষা লঘুতর হয় তবে লম্বটী ত্রিভুজের মধ্যে পড়িবে, আর যদি ভূমি অপেক্ষা বৃহত্তর হয় তবে লম্বটী ত্রিভুজের বাহিরে পড়িবে।

উদাহরণ-মালা।

১। বাহুদ্বয় ১৫ ও ১৩, ভূমি ১৪।

২। বাহুদ্বয় ১৭ ও ১০, ভূমি ২১।

৩। বাহুদ্বয় ২৫ ও ১৭, ভূমি ২৮।

৪। বাহুদ্বয় ৫০ ও ৪১, ভূমি ৩৯।

৫। বাহুদ্বয় ২৬ ও ২৫, ভূমি ৩।

৬। বাহুদ্বয় ৩৫ ও ২৯, ভূমি ৮।

৭। বাহুদ্বয় ৩৭ ও ২০, ভূমি ১৯।

৮। বাহুদ্বয় ৩৯ ও ৩৫, ভূমি ১০।

উত্তর-মালা। ১। ১২। ২। ৮। ৩। ১৫। ৪। ৪০। ৫। ২৪। ৬। ২১। ৭। ১২। ৮। ৩৩·৬।

দ্বিতীয় পরিশিষ্ট।

মধ্য-ইংরেজী ও বাঙ্গলা ছাত্রবৃত্তি পরীক্ষার প্রশ্ন হইতে সংগৃহীত উদাহরণ-মালা।

প্রেসিডেন্সি বিভাগ।

১। কাঁটা-কম্পাসকে ৬ ইঞ্চ ফাঁক করিয়া ৪ ইঞ্চ রেখার উপর থিলান (চাপ) আঁকিলে, সে থিলানের থাড়াই (উচ্চতা) কত? এবং একটী চিত্র অঙ্কিত করিয়া দেখাও।

২। কখ ও গঘ দুইটী সরল বাঁশ লম্বভাবে কগ সমতল ক্ষেত্রে সংলগ্ন আছে। ভূমির সমতল হইতে কখ ১৫ ফুট ৪ ইঞ্চি এবং গঘ ১০ ফুট উচ্চ। উহাদের প্রান্তভাগদ্বয়ের অন্তর (অর্থাৎ খঘ সরলরেখা) ৬ ফুট ৮ ইঞ্চি, কগএর পরিমাণ স্থির কর।

৩। কোন বৃত্তের চাপের উন্নতি অর্থাৎ শর ২.২৮ গজ, চাপার্দ্ধের জ্যা ৭.১৫ গজ ; বৃত্তের ব্যাস ও ক্ষেত্রফল কত ?

৪। "তিন ফুট বর্গ" ও "তিন বর্গফুট" এই উভয়ের পরস্পর অন্তর কত ? দুইটী চিত্র অঙ্কিত করিয়া ইহাদের প্রভেদ স্পষ্ট করিয়া বুঝাইয়া দাও।

৫। একটী গৃহ ১২ হাত দীর্ঘ ; ইহার মেজ্যা বেত দিয়া মুড়িতে (প্রতি বর্গগজ ১ টাকার হিসাবে) ২৪ টাকা ব্যয় হইল এবং ভিতর দিকে ইহার দেও-রালগুলি কাগজ দিয়া মুড়িতে (প্রতি বর্গগজ ৷৹ আনা হিসাবে) ২৫ টাকা পড়িল, এই গৃহটীর প্রস্থ ও উচ্চতা কত ?

৬। একটী সমকোণী ত্রিভুজের কোটি ও ভূমির পরিমাণ যথাক্রমে ৩৬ ও ২৭ ফুট। সমকোণ হইতে কর্ণের উপর যদি লম্ব পাত করা যায়, তবে লম্বের পরিমাণ কত ?

৭। সপ্রমাণ কর যে সমবাহু ত্রিভুজের এক বাহুর পরিমাণকে .৮৬৬ দিয়া গুণ করিলেই উন্নতির পরিমাণ পাওয়া যাইবে।

৮। একটী বালক ১০০ হাত সুতা ছাড়িয়া ঘুড়ী উড়াইতে উড়াইতে ঘুড়ী-খানি একটী তালগাছের মাথায় বাধাইয়া ফেলিল, নাটাইটী মাটিতে নামাইয়া দেখিল সুতার একটী স্থান ৫ হাত উর্দ্ধে একটী প্রাচীরের মাথা স্পর্শ করিয়াছে, যদি স্পর্শ স্থান নাটাই হইতে ২০ হাত দূরে হয়, তবে তালগাছটীর উচ্চতা কত ?

৯। একটী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের পরিবেষ্টন ৩০৬ ফুট, এবং সমান বাহু দুই-টীর প্রত্যেকে তৃতীয় বাহুর $\frac{৫}{৮}$ এর সমান। ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল কত ?

১০। ইংলণ্ডের এক একার ভূমি আমাদের কত ভূমির সহিত সমান এইটী স্পষ্ট করিয়া দেখাইয়া দাও।

১১। একটী থামের ছায়া ৩৩ হাত লম্বা ; একটীমনুষ্য ছায়ার শেষ সীমা

হইতে ৩ হাত থামের দিকে দাঁড়াইলে তাহার ছায়ার অগ্রভাগ থামের ছায়ার অগ্রভাগের সহিত মিলিয়া যায়; মনুষ্য ৩॥০ হাত উচ্চ, থামের উচ্চতা কত?

১২। একটী ঘড়ীর কাঁটা ১৩ মিনিটে ২০ ইঞ্চ সরিয়া যায়; কাঁটাটী কত লম্বা?

১৩। একটী গোলাকার বাগানের ব্যাস ৫০ গজ এবং ইহার ঠিক মধ্যভাগে একটী গোলাকার কুপ আছে, যদি কুপের পরিমাণ বাগানের অবশিষ্টাংশের সমান হয় তবে কুপের পরিধি কত?

পূর্ব্ব-বাঙ্গালা বিভাগ।

১। যদি কখগঘ এই বিষম চতুর্ভুর্জ ক্ষেত্রের কখ ও খগ এই দুইটী ভুজের পরিমাণ ৬৪ ও ৫০ ফুট এবং (তাহাদের উপর পতিত) ঘঙ এবং ঘচ, এই দুইটী লম্বের পরিমাণ ১৫ ও ২৪ ফুট হয় তবে উহার ক্ষেত্রফল কত হইবে?

২। যে বিষম চতুর্ভুর্জের একটী কর্ণ ৭০ ফুট, এবং তদুপরি পতিত দুইটী লম্বের যোগফল ২৪ ফুট তাহার ক্ষেত্রফল কত?

৩। যে সমচতুর্ভুর্জ কাগজের কিনারা ১০ ইঞ্চি, তাহা হইতে ১০ ইঞ্চি ব্যাসের একটী বৃত্ত কাটিয়া লইলে কত বর্গ ইঞ্চি কাগজ নষ্ট হইবে?

৪। ১০০ হাত দীর্ঘ এবং ৭৫ হাত প্রস্থ একটী ক্ষেত্রে পাঁচ পাঁচ হাত অন্তর খেজুর গাছ রোপণ করিলে ঐ ক্ষেত্রে সমুদায়ে কত গাছ হইবে?

৫। তিনটী থাম এক সরল রেখাতে পোতা আছে। প্রথমটী হইতে দ্বিতীয়টী যতদুর, দ্বিতীয়টী হইতে তৃতীয়টী ততদুর; তিনটী থামের মাথায় একটী সরল বাঁশ বাঁধা আছে। প্রথম থামটী ১০ হাত উচ্চ, প্রথম থামের মাথা হইতে তৃতীয় থামের মাথা ৪ হাত উচ্চ; দ্বিতীয় অর্থাৎ মধ্যম থামের দৈর্ঘ্য কত?

৬। ১/ বিঘা জমিতে যদি আধ মণ বীজ ধান লাগে তবে কিনারা তিনটী ৪/, ৬/, ৮/ বিঘা এমন ত্রিকোণ জমিতে কত বীজ ধান লাগিবে?

৭। একটী বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ৬ ফুট, ঐ বৃত্তের অন্তর্গত সমচতুর্ভুর্জের এক বাহুর পরিমাণ কত?

৮। যে রম্বস্ বা বিষমকোণী চতুর্ভুজের এক বাহু ও এক কর্ণ প্রত্যেকের পরিমাণ ১$\frac{৬৭}{৮৬}$ ফুট, তাহার ক্ষেত্রফল ও অপর কর্ণের পরিমাণ কত ?

৯। অর্দ্ধ রতি স্বর্ণ পিটিয়া ৫৬ বর্গ ইঞ্চি পাত করিতে পারিলে যে ত্রিভুজের বাহুপরিমাণ ৭, ৯$\frac{১}{৬}$, ও ১১$\frac{১}{৬}$ গজ, তাহা উক্তরূপ পাতে দ্বারা পরিবেষ্টিত করিতে কত স্বর্ণের আবশ্যক হইবে ?

১০। ১০ হস্ত পরিমিত ব্যাসকে কর্ণ করিয়া বৃত্তের মধ্যে একটী বর্গক্ষেত্র অঙ্কিত করিলে যে চারিটী বৃত্তখণ্ড উৎপন্ন হয়, তাহাতে কত জমি ?

১১। ৯৮০১ বর্গফুট পরিমিত কোন এক বর্গক্ষেত্রের সীমারেখা হইতে আরম্ভ করিয়া সারি সারি ৯ ফুট অন্তর ফলের গাছ আছে, তাহাদের সংখ্যা নির্ণয় কর।

১২। ক ও খ এক সময়ে দুই পৃথক্ স্থান হইতে যথাক্রমে ঘণ্টায় ৩ মাইল ও ৪ মাইল হিসাবে ঠিক সোজাভাবে পশ্চিম ও উত্তর দিকে চলিয়া ৩ ঘণ্টা পরে পরস্পর মিলিত হইল, উহারা এইরূপ মোট ৭ ঘণ্টা চলিলে একে অন্য হইতে কত দূরে থাকিবে ?

১৩। ক খ গ ঘ ঙ একটী ক্ষেত্রের খ, গ, ঘ, কোণত্রয় সমকোণ, ক খ এর পরিমাণ ২০ গজ, খগ ১৮ গজ, গঘ ৩২ গজ, ঘঙ ১৩ গজ; কঙ বাহুর পরিমাণ কত, এবং ক্ষেত্রফল কত বিঘা কাঠা ছটাক ?

১৪। কোন ট্র্যাপিজএড ক্ষেত্রের পরিমাণ ফল ৪৭৫ বর্গফুট, দুই সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দূরত্ব ১৯ ফুট, সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের বিয়োগ ফল ৪ ফুট হইলে তাহাদের প্রত্যেকের দৈর্ঘ্য কত, এবং অসমান্তরাল বাহুদ্বয় বৃদ্ধি করিলে যে বিন্দুতে মিলিত হইবে সেই বিন্দু হইতে লঘুতর সরল রেখার দূরত্ব কত ?

রাজসাহী-বিভাগ।

১। একটী বর্গক্ষেত্রের কালি একটী বৃত্তের কালির সমান। বৃত্তক্ষেত্রের ব্যাসার্দ্ধ ১৪ হাত হইলে বর্গক্ষেত্রের এক বাহু কত হাত হইবে ?

২। একটী সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল একটী বিষমবাহু চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফলের অর্দ্ধেকের তুল্য। চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের কর্ণ রেখা যদি ৯৬ হস্ত লম্বা হয়, এবং কর্ণ রেখার সম্মুখবর্ত্তী কোণদ্বয় হইতে তদুপরি দুইটী লম্ব টানিলে তাহাদের দৈর্ঘ্য যদি ১৬ এবং ৩২ হাত হয়, তাহা হইলে উক্ত ত্রিভুজের বৃহত্তম বাহু কত হাত লম্বা হইবে?

৩। কোন ত্রিভুজের বাহুদ্বয়ের পরিমাণ ৫ ও ১৩ ফুট, এবং ভূমি ১২ ফুট; শীর্ষ কোণ হইতে লম্ব পাত করিতে হইলে লম্বটী ভূমির কোন স্থানে পড়িবে?

৪। দুই সমকোণী ত্রিভুজের প্রত্যেকের ভূমি ১২ ফুট, একটী ত্রিভুজের কর্ণ ও কোটীর সমষ্টি ১৮ ফুট, এবং অপরটীর কর্ণ ও কোটির অন্তরফল ৬ ফুট; এই উভয় ত্রিভুজের কোটিদ্বয়ের পরিমাণ, এবং কর্ণদ্বয়ের প্রভেদ কত?

৫। ১৩ হস্ত দীর্ঘ একটী রজ্জুর দুই মাথা ৩০ হস্ত উচ্চ একটী সরল গাছের ঠিক মধ্যভাগে ও ৩ হস্ত উচ্চ একটী বৃষের শৃঙ্গমূলে বান্ধিয়া বৃষটীকে ঐ গাছের চতুর্দ্দিকে ঘুরাইলে যে বৃত্তটী অঙ্কিত হইতে পারে তাহার পরিধি কত?

৬। কোন চাপার্দ্ধের জ্যার পরিমাণ ও উন্নতি বা ব্যাসের পরিমাণ জানা থাকিলে ব্যাস বা উন্নতির পরিমাণ কিরূপে নির্ণয় করিতে হয়, তাহা প্রদর্শন কর।

৭। ক খ গ একটী ত্রিভুজ; উহার ক খ গ কোণ, খ ক গ ও খ গ ক কোণদ্বয়ের সমষ্টির তুল্য; ক খ বাহু ৬ হাত, এবং ক গ বাহু ১০ হাত; খ গ বাহু কত হাত লম্বা?

৮। ক খ গ ত্রিভুজের খ কোণ এক সমকোণ; ক খ বাহু ১২ ফুট, এবং খ বিন্দু হইতে ক গ বাহুর উপর পতিত লম্বের পরিমাণ ৯·৬ ফুট; ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল স্থির কর।

৯। ৭২০ পরিমিত একটী জ্যা দ্বারা কোন বৃত্তের পরিধি দুই খণ্ডে বিভক্ত হইয়াছে, উহার ব্যাস ১৬৮১; ক্ষুদ্রতর ধনুর (চাপের) উন্নতি ও বৃহত্তর ধনুর অর্দ্ধেকের জ্যা নির্ণয় কর।

বর্দ্ধমান-বিভাগ।

১। ১২ হাত, ৬ হাত, ও ২২ হাত তিনটী বাঁশ যথাক্রমে ৯ ও ১২ হাত অন্তরে পোতা আছে; বাঁশগুলির মাথায় মাথায় একগাছি দড়ি লাগাইতে কত হাত দড়ির প্রয়োজন হইবে ?

২। একটী সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের কর্ণের পরিমাণ ১০০ হাত; ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল কত ?

৩। কলিকাতার ২০ মাইল উত্তরে শ্যামনগর; শ্যামনগরের ১৬ মাইল পশ্চিমে রাধানগর। কলিকাতার কত মাইল উত্তর হইতে উত্তর-পশ্চিম মুখে গেলে ঠিক রাধানগরের মধ্য দিয়া যাওয়া যায় ?

৪। যে বর্গক্ষেত্রের বাহু ৫ হাত তাহার বহির্বৃত্তের ব্যাস কত ?

৫। যদি কোন বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক ভুজের পরিমাণ ১০ ফুট হয় এবং চারিটী কোণের প্রত্যেক কোণের বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া বাহুর পরিমাণ ব্যাসার্দ্ধ লইয়া চারিটী বৃত্ত অঙ্কিত করা যায়, তবে চারিটী বৃত্তের সাধারণ খণ্ডের ক্ষেত্রফল কত ?

৬। যে সূতা ৬ অঙ্গুল ব্যাসের নাটাইয়ে ৫০০ ফের জড়ান আছে, সে সূতা ৮ অঙ্গুল (ব্যাসের) নাটাইয়ে কত ফের জড়ান যাইতে পারে ?

৭। কোন সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভুজ ভুমির দ্বিগুণ, ভূমি ১০, উচ্চতা কত ?

আসাম-বিভাগ।

১। একটী বর্গক্ষেত্রের বাহু চতুষ্টয়ের পরিমাণ সমষ্টি ৭২ ফুট। এই ক্ষেত্র-মধ্যে বাহু চতুষ্টয়কে স্পর্শ করিয়া একটী বৃত্ত আঁকা গিয়াছে, বৃত্তটীর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

২। কখগ একটী ত্রিভুজ, ঘঙ রেখা খগ বাহুর সমান্তরাল। যদি খগ = ২০ ইঞ্চ, ঘঙ = ১৬ ইঞ্চ, ঘখ = ৬ ইঞ্চ হয় তবে কখ বাহু কত হইবে ?

কলিকাতা বিশ্ববিদ্যালয়ের প্রবেশিকা (এণ্ট্রান্স) পরীক্ষার প্রশ্ন হইতে সংগৃহীত

উদাহরণ-মালা।

১। কোন ত্রিভুজের দুইটী বাহু ৯ ও ১২ ফুট, এই বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্ত্তী কোণ অন্য দুই কোণের সমষ্টির সমান; তৃতীয় বাহুটীর পরিমাণ নির্ণয় কর।

২। কখগঘ একটী চতুর্ভুজ ক্ষেত্র। ইহার ক্ষেত্রফল ৮৫৭৫ বর্গগজ, খকোণ সমকোণ, খঙ, কগএর উপর লম্ব, কঙ=৯০ গজ, গঙ=৪০ গজ; গকঘ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

প বিন্দু গঘএর মধ্য-বিন্দু এবং পফ গকএর সমান্তরাল; পফএর পরিমাণ নির্ণয় কর।

৩। কোন ত্রিভুজের বাহুত্রয় যথাক্রমে ৮, ৬, এবং ১০ ফুট; (ক) ত্রিভুজটীর ক্ষেত্রফল, (খ) ইহার চতুর্দ্দিকে অঙ্কিত বৃত্তের ব্যাস, (গ) এই বৃত্তের যে চাপ ৮ ফুট দীর্ঘ বাহু দ্বারা অবচ্ছিন্ন তাহার উন্নতি নির্ণয় কর।

৪। কোন চতুর্ভুজের তিন বাহুর প্রত্যেকে ১২০ গজ এবং চতুর্থ বাহু ১৬০ গজ। যদি বৃহত্তম বাহুর পার্শ্বস্থ একটী কোণ সমকোণ হয় তবে ক্ষেত্রটীর ক্ষেত্রফল কত হইবে?

৫। কোন বৃত্তের ব্যাসার্দ্ধ ১২ ফুট; এই বৃত্তটীর মধ্যে অঙ্কিত নিয়মিত ষোড়শভুজ ক্ষেত্রের বাহু নির্ণয় কর। তিন দশমিক স্থান পর্য্যন্ত গণনা করিতে হইবে।

৬। কোন ব্যক্তি বৃত্তাকার কোন ক্ষেত্রের ব্যাসের উপর দিয়া চলিয়া যাওয়াতে দেখিতে পাইল যে ক্ষেত্রের সীমার উপর দিয়া যে পথ আছে তাহা দিয়া চলিয়া গেলে যে সময় লাগিত এখন তাহা অপেক্ষা ৪৫ সেকেণ্ড সময় কম লাগিয়াছে। লোকটী প্রতি মিনিটে ৮০ গজ চলিলে ক্ষেত্রটীর ব্যাস কত ছিল?

৭। দুই চাকার একখানা গাড়ী বৃত্তাকার পথে চালান হইতেছে; চাকা দুইটীর পরস্পর দূরতা ৪ ফুট। মধ্যের চাকাটী একবার ঘুরিতে বাহিরের চাকাটী দেড়বার ঘোরে। বাহিরের চাকাদ্বারা যে বৃত্ত অঙ্কিত হয় তাহার পরিধি কত?

৮। ক স্থানস্থ কোন ব্যক্তি সোজাসুজি খ স্থানে যাইতে পারে না, কিন্তু নিম্নলিখিত প্রকারে যাইতে পারে :—সে প্রথম পূর্ব্বদিকে ১০০ ফুট যায়, তৎপর উত্তর-পূর্ব্ব দিকে ১২০ ফুট, তৎপর উত্তর-পশ্চিম দিকে ১৫০ ফুট এবং সর্ব্বশেষে দক্ষিণ-পশ্চিম দিকে ৬০ ফুট যাইয়া খ স্থানে পঁহুছে। ক হইতে খএর দূরতা নির্ণয় কর।

৯। কখগঘ চতুর্ভুজের কখ, খগ, ও গঘ বাহু যথাক্রমে ১০, ১৫, ও ১৬, এবং কখগ ও খগঘ কোণদ্বয় যথাক্রমে ১৩৫° ও ৯০°; কঘএর দৈর্ঘ্য তিন দশমিক স্থান পর্য্যন্ত শুদ্ধরূপে নির্ণয় কর।

১০। কোন ট্র্যাপিজএডের দুইটী সমান্তরাল বাহু ১২ ও ৬ এবং অন্য দুই বাহু ৭ এবং ৮; কর্ণদ্বয়ের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

১১। বৃত্তের কোন জ্যার পরিমাণ ১০০, এই জ্যার দুই প্রান্ত কেন্দ্রের সহিত সংযুক্ত করিলে কেন্দ্রেতে যে কোণটী উৎপন্ন হয় তাহার পরিমাণ ৬০° হইলে এই জ্যা দ্বারা বৃত্তটী যে দুই খণ্ডে বিভক্ত হয় তাহাদের পৃথক্ পৃথক্ ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

১২। যে প্রদেশের ক্ষেত্রফল ৬৭৬ বর্গমাইল সে প্রদেশের একখানা মানচিত্র, ৪ মাইলকে ১ ইঞ্চ ধরিয়া আঁকিলে মানচিত্রখানির আয়তন কত বড় হইবে?

উত্তরমালা।

উপক্রমণিকার উদাহরণ-মালা।

১। ১৭ ও ৮। ২। ২৮ ও ১০। ৩। ৫৬$\frac{১}{২}$ ও ৪৫$\frac{১}{২}$। ৪। ৮৩$\frac{১}{২}$ ও ৩৩$\frac{১}{২}$।
৫। ৩.৯৬ ও ১.৬৬। ৬। ১৪ ও ১১ হাত। ৭। ২৩। ৮। ৪$\frac{১}{৩}$।
৯। ৬৩১ ও ১২৫। ১০। ১০৬৮। ১১। ২০। ১২। ৪৫।

চতুর্থ উদাহরণ-মালা।

১। ২৫ ইঃ। ২। ৬১ ফুঃ। ৩। ৩৭ হাত। ৪। ৪৩৫ ফুঃ।
৫। ২৭৪১ ফুঃ। ৬। ৫৬৪৫ গজ। ৭। ৬৭৯৩ গজ। ৮। ১২৮১ ফুঃ ১ ইঃ।
৯। ১০৭ ফুঃ ১১ ইঃ। ১০। ৩৩৮ গজ ১ ফুট ৫ ইঞ্চ।
১১। ১৯৭ গজ ১ ফুঃ ১০ ইঃ। ১২। ২ মাঃ ৮১৩ গজ ১ ফুঃ।
১৩। ১৪১.৭ ফুঃ। ১৪। .৬৫ গজ। ১৫। ৫২৪.৩২ হাত।
১৬। ১.০১ ফুঃ। ১৭। ৩৩$\frac{১৬}{৪৪১}$ ফুঃ। ১৮। ১৩৮.০৩। ১৯। ৬১১২.২৫।
২০। ৪৪.৯৮। ২১। ২৯৪.৮৯। ২২। ৩১৩.১৭। ২৩। ১১৬৫.৮১।
২৪। .৬৩২৪ ...। ২৫। ৭৩.৫৩৮...ফুঃ। ২৬। ২৮২.৮৪...ফুঃ।
২৭। ৪২.৪২৬...ফুঃ। ২৮। ৯৭ মাইল। ২৯। ৩০ গজ। ৩০। ২৯ হাত।
৩১। ৬ফুঃ ১ইঃ, ৪ ফুঃ ৪ইঃ। ৩২। ৩৯ ফুঃ। ৩৩। ৫৯$\frac{১}{২}$ মাইল।
৩৪। ৫৩ মাইল। ৩৫। ২৫ হাত। ৩৬। ১৭+১৩=৩০ হাত।
৩৭। ১০ ফুঃ ৫ ইঃ। ৩৮। ২৬.৮৭...হাত। ৩৯। ২.০৭১০...মাইল।

৪০। কেন্দ্র হইতে জ্যার উপর লম্বই কেন্দ্র হইতে জ্যার দূরতা=২৮৬ ফুঃ। সহজেই প্রমাণ হয় যে এই লম্বদ্বারা জ্যাটী সমদ্বিখণ্ডিত। কেন্দ্র হইতে জ্যার এক প্রান্ত পর্য্যন্ত ব্যাসার্দ্ধ টানিয়া তাহার পরিমাণ নির্ণয় কর; তাহার দ্বিগুণই ব্যাস। উঃ ৪৮০ ফুঃ। ৪১। ৪৯ ফুঃ।

পঞ্চম উদাহরণ-মালা।

১। ৩৫ ফুঃ। ২। ৮০ ফুঃ। ৩। ১৩২ ফুঃ। ৪। ২০৮ ফুঃ।
৫। ৯৬৯ ফুঃ। ৬। ৪২৩১২ গজ। ৭। ৯৪ ফুঃ ৫ ইঃ।
৮। ৫০১ ফুঃ ৪ ইঃ। ৯। ২৩ পোল ২$\frac{১}{২}$ গজ। ১০। ১১৫২ গজ।
১১। ৩৬৫.৬৫। ১২। ৩৫২৫.৪৪। ১৩। ১৪৬.৩২। ১৪। ৩৫৩.২৩।
১৫। ২০.৭৮৪ হাত। ১৬। ৮৪ হাত। ১৭। ৯০ গজ। ১৮। ৬৮ ফুঃ।
১৯। ৫২০০ ফুঃ। ২০। ১৯৫ ফুঃ। ২১। ৭৫.৫২ ফুঃ। ২২। ১৬ ইঃ।
২৩। ৫ ফুঃ ১০ ইঃ। ২৪। ১১.৮৩২, ১১.৩১৪, ১০.৩৯২, ৮.৯৪৪, ৬.৬৩৩।
২৫। ৬ ফুঃ। ২৬। ৭২ ফুঃ। ২৭। ৮৭ ফুঃ। ২৮। ১৩১ ফুঃ।
২৯। ৮ ফুঃ। ৩০। ২৮ হাত। ৩১। ৩ ইঃ খাট হইবে। ৩২। ৯ ফুঃ।

ষষ্ঠ উদাহরণ-মালা।

১। ৪১ ও ৯ ফুঃ। ২। ২৩৩ ও ১০৫ ফুঃ। ৩। ২৫৫ ও ২২৫ ফুঃ।
৪। ৫৫৭ ও ৫৩২ ফুঃ। ৫। ১৬৪১৭ ও ১৪২০৮ ফুঃ।
৬। ২২ ফুঃ ৪$\frac{১}{১৩}$ ইঃ ও ১০ ফুঃ ১$\frac{৯}{১৩}$ ইঃ। ৭। ২৬৯ ফুঃ ৫ ইঃ ও ২৫০ ফুঃ ৮ ইঃ।
৮। ২৪১ গজ ২ ফুঃ ও ১১১ গজ। ৯। ৭৩ ও ৫৫ ফুঃ।
১০। ১৪৯ ফুঃ ও ৫১ ফুঃ। ১১। ৩৪৮৪৯ ও ৩৪৩২০ ফুঃ।
১২। ১৬৬ ফুঃ ১ ইঃ ও ১৪২ ফুঃ ১ ইঃ। ১৩। ২ ফুঃ ৮$\frac{১}{২}$ ইঃ ও ১ ফুঃ ৪$\frac{১}{২}$ ইঃ।
১৪। ৫ হাত ১৫ অঙ্গুলি ও ৪ হাত ১২ অঙ্গুলি।
১৫। ২ মাঃ ২৬২ গঃ ৩ ইঃ ও ১ মাঃ ৯৭৮ গঃ ২ ফুঃ ৩ ইঃ।
১৬। দেওয়ালের উচ্চতা ৪৫ ফুঃ ও মইএর দৈর্ঘ্য ৫৩ ফুঃ। ১৭। ১৭ ফুঃ।
১৮। ৩৬$\frac{১}{২}$ ফুঃ। ১৯। ১২ হাত। ২০। ৩$\frac{১}{৩}$ হাত। ২১। ৬ ফুঃ।

সপ্তম উদাহরণ-মালা।

১। ২০ ফুঃ ও ১৫ ফুঃ। ২। ৩০ হাঃ ও ১৬ হাঃ। ৩। ৭৭ গঃ ও ৩৬ গঃ।
৪। ১০০৮ ফুঃ ও ১৩৫ ফুঃ। ৫। ২৩.৪৫৬ ফুঃ ও ১৭.৯৯২ ফুঃ।
৬। ৪ ফুঃ ৭ ইঃ ও ৪ ফুঃ। ৭। ২৭৮ ফুঃ ৮ ইঃ ও ২৬২ ফুঃ ৬ ইঃ।
৮। ৪৮ ফুঃ ও ২০ ফুঃ। ৯। ৬০ ফুঃ ও ১১ ফুঃ।

১০। ১২৩ ফুঃ ৪ ইঃ ও ৮০ ফুঃ ৯ ইঃ। ১১। ·৯৯ গঃ ও ·২ গঃ।

১২। ২৫০ ফুঃ ৮ ইঃ ও ৯৮ ফুঃ ৯ ইঃ। ১৩। ১৬ ও ৩০ মাইল।

অষ্টম উদাহরণ-মালা।

১। ১৬ ফুঃ ও ৩০ ফুঃ। ২। ১৫ হাত ও ৩৬ হাত।

৩। ৩৮৪ ফুঃ ও ১১২ ফুঃ। ৪। ৮·৯৪...ফুঃ ও ৪·৪৭...ফুঃ।

৫। ৭·৭৬...ফুঃ ও ১১·৬৫...ফুঃ। ৬। ৫·৭ ইঃ ও ১ ফুঃ ৫·৬ ইঃ।

৭। ২৭ ফুঃ ও ৩৬ ফুঃ।

৮। একজন ৯·৭০...মাইল ও অপর জন ৩৮·৮০...মাইল।

নবম উদাহরণ-মালা।

১। ২৫ ও ২০ ফুঃ। ২। ৫২ ও ৪৮ হাত। ৩। ৫৯$\frac{১}{২}$ ও ৫২$\frac{১}{২}$ গজ।

৪। ১৪ ফুঃ ৭ ইঃ ও ১৪ ফুঃ। ৫। কর্ণ=৩·১৮...ফুঃ এবং বাহু=১·০৬ ফুঃ।

৬। কর্ণ=১·৬০...ফুঃ ও বাহু=১·০৭...ফুঃ। ৭। ১৭·৮২... গজ।

দশম উদাহরণ-মালা।

১। ৯$\frac{১}{৬}$। ২। ৯$\frac{১}{৩}$। ৩। ২২ ফুঃ ৬ ইঃ। ৪। ৩৯ ফুঃ ৬$\frac{৫}{৮}$ ইঃ।

৫। ১১। ৬। ২ ফুঃ ১০·৬৪ ইঃ। ৭। ২৮·৮৬৮...হাত।

৮। ১৭·৮৫৮১ ও ১৯·০০৪৭ ফুঃ। ৯। ৩·৫ ও ৬·৭৬১৬৫ ফুঃ।

১০। দৈর্ঘ্য=৪ ফুঃ ৭$\frac{৫}{৯}$ ইঃ, বিস্তার=৪ ফুঃ ২ ইঃ।

১১। ১ মাইলকে $\frac{১}{২৪}$ ইঃ ধরিয়া। ১২। ৬৬ মাঃ। ১৩। ২$\frac{১}{২}$ ইঃ।

১৪। ২১$\frac{১}{৩}$ ফুঃ। ১৫। ১২$\frac{১}{২}$ ফুঃ। ১৬। ২৮ ফুঃ। ১৭। ১৫ ও ১৮ ফুঃ।

১৮। ৫ ফুঃ। ১৯। ২৫, ৮৫$\frac{৭}{৮}$, ও ৮৯$\frac{৭}{৮}$ ফুঃ। ২০। ১২ ফুঃ।

২১। কখ=৭ ও কগ=২৪ ফুঃ। ২২। কখ=২৪ ও কগ=৩২ ফুঃ।

২৩। ৬০ হাত। ২৪। ৩০ ফুঃ ; ২৫$\frac{১}{২}$ ও ১৭ ফুঃ।

একাদশ উদাহরণ-মালা।

১। ৪৯ ফুঃ। ২। ৩৫·০৫৯...ফুঃ। ৩। $\frac{১}{২}$ ফুঃ। ৪। ·৬০৬...ফুঃ।

৫। ১৫ ফুঃ। ৬। ১৯·৪৪২...ফুঃ। ৭। ১১০ ফুঃ ৬ ইঃ।

৮। ২৭·৪২৫...ইঃ। ৯। ১৪ ফুঃ। ১০। ২৪ ফুঃ ৪·৫৮ ইঃ। ১১। ৯ ফুঃ।
১২। ৪·৮৭...ফুঃ। ১৩। ৭ ফুঃ। ১৪। ২৯·১৬...ফুঃ। ১৫। ·৩০ ফুঃ।
১৬। ২১·০৪...ফুঃ। ১৭। ১১৪ ফুঃ ১ ইঃ। ১৮। ১০০ ফুঃ।
১৯। যেটী কেন্দ্র হইতে ৪ ফুঃ দূরে। ২০। ২০ ফুঃ। ২১। ৫৭$\frac{১৭}{২১}$ ফুঃ।
২২। উন্নতি ৬৪ ফুঃ, জ্যা ২৫৫ ফুঃ। ২৩। ২২৫·০৬...ফুঃ। ২৪। ৮০ ফুঃ।
২৫। ·৭৬৫৩৬...ইঃ।

দ্বাদশ উদাহরণ-মালা।

১। ৬৬ ফুঃ। ২। ৯১ ফুঃ ৮ ইঃ। ৩। ১২৭ গঃ ২ ফুঃ ২ ইঃ।
৪। ৩ মাঃ ৪৪০ গঃ। ৫। ২২ মাঃ ২৩৪ গঃ ২ ফুঃ। ৬। ১০৬·৫৩১২ ফুঃ।
৭। ২৬৮·০৮৩২ গঃ। ৮। ৪৩০৬·৮৭১৮ ফুঃ। ৯। ১৩৯৮·০১২ গঃ।
১০। ৩·৫৭ মাইল। ১১। ২৮ ফুঃ। ১২। ১৭৫ গঃ। ১৩। ২৭৩ গঃ।
১৪। ৩ মাঃ ৩২০ গঃ। ১৫। ৬৩৭ গঃ। ১৬। ·৩১৮৩...ফুঃ।
১৭। ৯ ফুঃ ৬·৯০৯৫...ইঃ। ১৮। ২৫০০ মাঃ। ১৯। ৭৯৫৪ $\frac{৬}{১১}$ মাঃ।
২০। ২৭৭৫৮৩৪$\frac{৭}{৮}$ মাঃ। ২১। ১০৮৯$\frac{৭}{৬২}$ মাঃ। ২২। ১৮১৮$\frac{১}{১৮}$ মাঃ।
২৩। ৯৮২৸/৫$\frac{৭}{৮}$ গণ্ডা। ২৪। ৩৩৬১$\frac{৫১}{১১১}$ বার। ২৫। ৭০৬·৮৬ ফুঃ।
২৬। ১$\frac{১}{৩}$ ফুঃ। ২৭। ১২ ফুঃ। ২৮। ৭৫·৮৫৪৭...ফুঃ।
২৯। ২৩·৩৪৭০...ফুঃ। ৩০। ৪$\frac{১}{৩৫০}$ ইঃ। ৩১। ২২ হাত।

ত্রয়োদশ উদাহরণ-মালা।

১। ১·২৫৬৬৪ ইঃ। ২। ·২৭৪৮৯ ফুঃ। ৩। ৪·৫১৬০৫ ইঃ।
৪। ৩০°। ৫। ৫৭°·২৯৫৬...। ৬। ১২৬°। ৭। ১৬·৬৫৬৫...ফুঃ।
৮। ৩৭·১৭০৬...ফুঃ। ৯। ৭১·৪১৭৬ ইঃ। ১০। ১৭·৮৫৪ ইঃ।
১১। ৫·১৪১৬ ফুঃ। ১২। ৫ ফুঃ। ১৩। ২৫ ফুঃ। ১৪। ১৭৩°২০′।
১৫। ৯°৭′৫২″। ১৬। $\frac{১}{৩৬০ \times ৩৬০}$ অংশ। ১৭। ৩·১৪১৬ ফুঃ।

পঞ্চদশ উদাহরণ-মালা।

১। ২২৫। ২। ৮৪১। ৩। ১৭৯২$\frac{১}{২}$। ৪। ২৫২৪$\frac{১}{১৬}$।

৫। ৪০৫৭·৬৯। ৬। ৬৪২২·৪১৯৬। ৭। ৬৯ বর্গ গঃ ৪ বর্গ ফুঃ।

৮। ৬০৮ বর্গ গজ ৪ বর্গ ফুঃ। ৯। ৫৩ বর্গ গজ ৭ বর্গ ফুঃ।

১০। ১৪০৬ বর্গ গজ ২½ বর্গ ফুঃ। ১১। ৫৩০৪ বর্গ গজ ৬½ বর্গ ফুঃ।

১২। ১০১১৩ বর্গগজ ৫·৮৯ বর্গ ফুঃ। ১৩। ২৪৮ বর্গগজ ৭ বর্গ ফুট ৮১ বর্গ ইঞ্চ।

১৪। ১৪৮০ বর্গ গজ ১ বর্গফুট ১ বর্গ ইঞ্চ।

১৫। ৩৮৯২ বর্গগজ ৩ বর্গফুট ৫২ বর্গ ইঞ্চ।

১৬। ২৮২৩ বর্গগজ ৬ বর্গফুট ৯৭ বর্গ ইঞ্চ।

১৭। ২৪০৯ বর্গগজ ১ বর্গফুট ৮১ বর্গ ইঞ্চ।

১৮। ৩৬৩৬ বর্গগজ ৬ বর্গফুট ১২১ বর্গ ইঞ্চ।

১৯। ১০ একার ৩ রুড ১০·৫৬ বর্গ পোল।

২০। ২৫০ একার ২ রুড ·০৪ বর্গ পোল। ২১। ৪০৫ একার ·৭৯৩৬ বর্গ পোল।

২২। ১০২২ একার ২ রুড ৪·০৭০৪ বর্গ পোল।

২৩। ৯০৫ এঃ ১ রুঃ ·১৬৩৬ বঃ পোঃ। ২৪। ২৫৬৮ এঃ ১ বঃ পোঃ।

২৫। ১২৬৫০৪·৫ বর্গ ফুঃ। ২৬। ৩২৪ বঃ গঃ ৩ বঃ ফুঃ ১০৮·৫ বঃ ইঃ।

২৭। ৭১৩ বর্গ গজ ৫ বর্গ ফুট ৩২ বর্গ ইঞ্চ।

২৮। ১২১৬ বর্গ গজ ২ বর্গ ফুট ১১·৬৩৫২ বর্গ ইঞ্চ।

২৯। ১০ একার ২ রুড ১৫·৯৪৮৮ বর্গ পোল।

৩০। ২১ একার ২ রুড ১৭·৭৯২৮ বর্গ পোল।

৩১। ২৩ হাত। ৩২। ৭৫ গজ। ৩৩। ৩৪৫ গজ। ৩৪। ১·০০১ ইঃ।

৩৫। ৩৪ গজ ১ ফুট। ৩৬। ১৫ চেইন। ৩৭। ·০২৭ পোল।

৩৮। ৪০৫ গজ। ৩৯। ২০·৯৭৬। ৪০। ২৪·০১১। ৪১। ২·৯৮২।

৪২। ৫৯·৩২৯। ৪৩। ৬৯৫·৭০১। ৪৪। ১৩৬·৯৪৮। ৪৫। ৯১।

৪৬। ৮৬·২৬০। ৪৭। ১২১১·৭৬। ৪৮। ২৪৭৯·০৫৯।

৪৯। ২৫২ বর্গ গজ। ৫০। ৪৭০ বর্গ ফুঃ। ৫১। ১৬৯ বর্গ ফুঃ ১১৭ বর্গ ইঞ্চ।

৫২। ১১৮ বর্গ ফুঃ ১৮ বর্গ ইঃ। ৫৩। ২৮ বর্গ গজ ৩ বর্গ ফুঃ।

৫৪। ৪৬ বর্গ গজ ২ বর্গ ফুট ২৪ বর্গ ইঞ্চ।

৫৫। ৬৩ বর্গ গজ ১ বর্গ ফুট ১০৪ বর্গ ইঞ্চ।

৫৬। ৪০ বর্গ গজ ১ বর্গ ফুট ২৪ বর্গ ইঞ্চ। ৫৭। ৪৫ বর্গ গজ ৪ বর্গ ফুট।

৫৮। ৯৮ বঃ গঃ ৮ বঃ ফুঃ ২৩ বঃ ইঃ। ৫৯। ২ বঃ গঃ ৮ বঃ ফুঃ ৮৪ বঃ ইঃ।

৬০। ৫১ বর্গ গজ ৬ বর্গ ফুট ৭২ বর্গ ইঞ্চ।

৬১। ১ একার ৩২ পোল। ৬২। ৫ একার ৩০.৬৬৮৮ পোল।

৬৩। ৮ একার ৩ রুড ১২.৮৮ পোল। ৬৪। ২০৪ একার ৩.২ পোল।

৬৫। ৫৩১ একার ৩ রুড ৮.৬০৮ পোল। ৬৬। ৪৯ ফুট। ৬৭। ৪০ গজ।

৬৮। ৯৬৮ গজ। ৬৯। ২২ গজ। ৭০। ৮ চেইন ৫০ লিঙ্ক।

৭১। ৯০ গজ। ৭২। ৭ চেইন। ৭৩। ১ মাইল। ৭৪। ১ ১/২ মাইল।

৭৫। ৫১২ চেইন। ৭৬। ৬৬ মাইল। ৭৭। ১ ৩/৮ ইঞ্চ।

৭৮। ৭২৯ বঃ ফুঃ। ৭৯। রামের ৭১৭৷৷০ ও শ্যামের ৭০০৲।

৮০। ৮ চেইন। ৮১। ২০০৯২৮ বঃ ফুঃ। ৮২। ৮৫ ফুঃ।

৮৩। ১৪.৫২৫ ফুঃ। ৮৪। ১৮০ ও ৯০ গজ।

৮৫। ২০৬৪ ও ১৯৩৬ বঃ ফুঃ; ১৮৫৭.৬ ও ১৭৪২.৪ থানা ইট।

৮৬। ১৮৭ গজ। ৮৭। ৯১০০ বঃ ফুঃ; ৮৬০০ বঃ ফুঃ।

৮৮। ১১২০ গজ; ২৬২ ৪৪/১২১ একার। ৮৯। ১০০ ও ৩০০ গজ।

৯০। ১৪০০ গজ। ৯১। ১ ফুঃ ৯ ১/৩ ইঃ। ৯২। ২ : ৩। ৯৩। ২২ ১/২ ফুঃ।

৯৪। ১৫৯৬০ বঃ হাঃ। ৯৫। ১১০৮৮ বঃ গঃ। ৯৬। ১০ ৪/১১ ইঃ।

৯৭। ৩৯ থানা। ৯৮। ২৫৯২০। ৯৯। ২৯১৬। ১০০। ১২৮০।

১০১। ৪৫ ১/২ গজ। ১০২। ১৭৬ একার ২৫ ৮৫/১২১ পোল।

১০৩। ২৮ ১/২ থানা তক্তা। ১০৪। ২৮০ জন। ১০৫। ৬৬ জন।

১০৬। ১৬০০ আঁটি। ১০৭। ১০২৪টী গাছ। ১০৮। ১২ বিঘা।

১০৯। ৯ ফুঃ। ১১০। ১৮০ বঃ ফুঃ।

১১১। দৈর্ঘ্য = ২৯ ১/৪, বিস্তার = ৯ ৩/৪, ক্ষেত্রফল = ২৮৫ ৩/১৬ বর্গ ফুট।

১১২। ৩১ গজ। ১১৩। ৮ গজ। ১১৪। ৪৩ ৭/৮ গজ।

১১৫। ২ তোলা। ১১৬। ৬১৫৸/০। ১১৭। ৯৫০৲; ২২৭৷৷০।

১১৮। ২৪৬৶০। ১১৯। ৫১৪৷৷০; ১৩৭৮৵ টাকা অধিক।

১২০। ৩৩৭১৷৷৶ + ১৫৮৪ = ৪৯৫৫৷৷৶০। ১২১। ১২৯৸০।

১২২। ২১৫॥০। ১২৩। ২০১২॥০। ১২৪। ৮৩ টাকা।

১২৫। ১২৯৩৶/২॥। ১২৬। ২১৬ গজ, ৩৩৶০। ১২৭। ৫৭॥৩।/ ক্রান্তি।

১২৮। ৩২।৶৬॥// ক্রান্তি। ১২৯। ১২৩ টাকা। ১৩০। ১৬ ফুট।

ষোড়শ উদাহরণ-মালা।

১। ১২ বিঘা। ২। বিঃ ৫২॥০ কাঠা। ৩। বিঃ ১০৮।২॥ ছটাক।

৪। বিঃ ২০৭।২৶৪ গণ্ডা।। ৫। বিঃ ৩৬৭।৪৶৪ গণ্ডা।

৬। বিঃ ২৪২৭।৩ কাঠা। ৭। বিঃ ৪৯৯২॥০ কাঠা।

৮। বিঃ ১২১৮৮৶৪৶৶৮ গণ্ডা। ৯। বিঃ ১॥১।৶৩।৶ কাক।

১০। বিঃ ১১।৩।১৭॥৶ কাক। ১১। ৭৫৶২।/৫॥ গণ্ডা।

১২। বিঃ ৪৫।৩।৫।৶ কাক। ১৩। টাঃ ৮৪২৭৯/৭ গণ্ডা।

১৪। ১০।১ কাঠা।

সপ্তদশ উদাহরণ-মালা।

১। ১৬০০ বঃ গঃ। ২। ৪৬০ বঃ গঃ ২ বঃ ফুঃ।

৩। ৭৬৮৭ বঃ গঃ ৮ বঃ ফুঃ ৩১ বঃ ইঃ। ৪। ১৮৭৶২॥/১২।

৫। ৯ একার ৩৯.১২৪৮ পোল। ৬। ৪৩ গজ। ৭। ১২.৫ গজ।

৮। $\frac{২}{৩}$ চেইন। ৯। ১৮ গজ। ১০। ৩৫।১ কাঠা। ১১। ৮ গজ।

১২। ৪ ফুট ও ৫ ফুট। ১৩। ৩৪৬.৪...বঃ ফুঃ। ১৪। ৮৬৬০.০২...বঃফুঃ।

১৫। ২৩$\frac{২৯}{৪২}$ বা ৩০ $\frac{১}{২১}$ ফুট। ১৬। ১৩ ফুট উন্নতি ও ২৯ ফুট ভূমি।

১৭। ২০ ফুট।

অষ্টাদশ উদাহরণ-মালা।

১। ৩০০ বঃ ফুঃ। ২। ৫৯ বর্গগজ ৫$\frac{১}{২}$ বর্গফুট।

৩। ১৫৬ বঃ গঃ ১ বঃ ফুঃ ২২ বঃ ইঃ। ৪। ৪৬ এঃ ৩৪.৬৯২৮ বঃপোঃ।

৫। ৪৪॥৶/১২। ৬। ১৪৪৩ বঃ হাত। ৭। ১৮৩৮০ বঃফুঃ। ৮। ৬৮০৩৪ বঃগঃ।

৯। ৯০০.৯৯ বর্গহাত। ১০। ২২৮ চেইন ৫০ লিঙ্ক। ১১। ৭৩$\frac{১}{২}$ বর্গহাত।

১২। ৭৬৮.১৬৯৫৮৪ বর্গহাত। ১৩। ৭ হাত। ১৪। ৮ বিঘা। ১৫। ৬০।

১৬। ১৯২০। ১৭। ৩১২০। ১৮। ৭১৪০। ১৯। ৬২৮৩২।

২০। ৪৬৮। ২১। ৩২৪০। ২২। ৫১৩০। ২৩। ১০২৯০।

২৪। ১০৯৫০। ২৫। ৩০৩২৪। ২৬। ৩৩১৬৯.৫। ২৭। ১৭৪৮৪৩.৯।

২৮। ২৩১১.৮৭৫। ২৯। ১৪.৬৯৬। ৩০। ৩৪.১৯৭। ৩১। ২৯১.৮৪৯।

৩২। ৮৬৫.৬৫১। ৩৩। ২৯৮.৬৮৩। ৩৪। ৭৫৬.০০০। ৩৫। ২০৯১.৫৮৩।

৩৬। ৩১৭.৭৮১। ৩৭। .৪৩৩। ৩৮। ২৭০.৬২৫। ৪২। ৮৪ হাত।

৪৩। লম্ব ৫৬ হাঃ; ক্ষেত্রফল ২৫২০ ও ২৯৪০ বঃ হাঃ। ৪৪। ৪১১৬ বর্গহাত।

৪৫। ২০৪ ও ৯১ হাত। ৪৬। ১৩৭ হাত। ৪৭। ৩৫ হাত। ৪৮। ২৫ ফুট।

৪৯। ১৮৯ ও ৫৬৭ বঃ ফুঃ। ৫০। ২১০, ৬৩০, ও ১০৫০ বঃ হাঃ।

৫১। ১১০.৮৫১...বঃ ফুঃ। ৫২। ৪৪৩.৩৯২...বঃ ফুঃ।

৫৩। ২৪১.৬৬১ বঃ ফুঃ ন্যূন। ৫৪। ২৪ বঃ ফুঃ। ৫৫। ৩৬$\frac{৩}{৪}$ বঃ ইঃ।

৫৬। ২৩৯৪, ১০৮০, ২৭৩৬, ও ৪০৫০ বঃ ফুঃ।

৫৭। ২৪০০, ১৮০০, ২৬০০, ও ৩২০০ বঃ হাঃ।

৫৮। সদৃশ ত্রিভুজের সাহায্যে খঘ $= \sqrt{\text{কঘ} \times \text{ঘগ}} = \sqrt{৩৬ \times ৬৪}$ (৫৭ অনুচ্ছেদের (৫) উদাহরণ দেখ)। উঃ—২৪০০ বঃ ফুঃ।

৫৯। কখ $=$ ১৪$\frac{১}{১৬}$, খগ $=$ ২২$\frac{৩}{৪}$, কগ $=$ ২১$\frac{২}{৩}$; ক্ষেত্রফল $=$ ১৪৭$\frac{৭}{৮}$ বঃ ফুঃ।

৬০। ২১৬ ও ৩৮৪ বঃ হাঃ। ৬১। ১২ হাত। ৬২। ১৮ হাত।

৬৩। ৬৮ ফুট। ৬৪। ১০২৯ বঃ ফুঃ। ৬৫। ২০ ও ২১ ফুঃ।

৬৬। ৭ ও ২৪ ফুঃ। ৬৭। ১৭ পোল।

৬৮। ক্ষেত্রফল ২১০ বঃ ফুঃ; নির্ণেয় লম্ব ১৪$\frac{১৪}{২৯}$ ফুঃ।

ঊনবিংশ উদাহরণ-মালা।

১। ৩২৫। ২। ২৫৯.৫৮...। ৩। ৭৩.৬। ৪। ৪৩৪.৬।

৫। ৪৫.০৬। ৬। ৪৮.৫২। ৭। ৬। ৮। ১১.৮৫। ৯। ৫২.৫।

১০। ৪৮। ১১। ৭.৪৮। ১২। ১৫.৯০৪। ১৩। ১০$\frac{৫}{৮}$ মাইল।

বিংশ উদাহরণ-মালা।

১। ৮৪ বঃ ফুঃ। ২। ৭৫ বঃ ফুঃ। ৩। বিঃ ৩৬৫১ কাঠা।

৪। ২ একার ৩ রুড ৮·২৩৫২ পোল। ৫। ২ একার ৩ রুড ২৭·৫০৮৮ পোল।

৬। ১২০ বঃ ফুঃ, প্রত্যেক কর্ণ ১৭ ফুট।

৭। ৫৪০ বঃ ফুঃ, প্রত্যেক কর্ণ ৩৯ ফুট। ৮। ৩১৬ বঃ ফুঃ।

৯। ৯৭২ বঃ ফুঃ। ১০। ১৩৪১·৬ বঃ ফুঃ। ১১। ৫৬৭ বর্গফুট।

১২। ২৪ ও ১২ ফুট। ১৩। ৪৮৩ ও ৪১৩ বর্গফুট।

১৪। ৭২৬, ৭৯৯$\frac{১}{৩}$, ও ৮৭২$\frac{২}{৩}$ বর্গফুট। ১৫। ২৫৮৫ বর্গফুট।

১৬। উভয়ের ক্ষেত্রফলই ৯৭৫০ বর্গফুট। ১৭। ২৪ হাত।

একবিংশ উদাহরণ-মালা।

১। ৬৬ বর্গফুট। ২। ১৬৭৭৬ বর্গফুট। ৩। ২৮·৯৭ বর্গফুট।

৪। ৪৫৬ বর্গহাত। ৫। ৪৯৯·১৮৬৮ বঃ ফুঃ। ৬। ৪৫০ বঃ ফুঃ ১০০ বঃ ইঃ।

৭। ৮০॥২ কাঠা। ৮। ৬ একার ৪·৯০০৮ বর্গপোল।

৯। ১৩৯ বঃ গঃ ৭ বঃ ফুঃ। ১০। ১৬·৭৪ ও ১৩·১৪ চেইন।

১১। ২১৩৯৯·৫ বর্গফুট। ১২। ৬২৪০ বর্গ হস্ত। ১৩। ১৫৬৮ বর্গফুট।

১৪। ৪৫১০০·৫ ও ১০৪৩২·৫ বর্গফুট। ১৫। ২৩৪ বর্গফুট।

১৬। ১২৫৪ বর্গফুট। ১৭। ১৪২৮ বর্গফুট। ১৮। ২৮৮৬ বর্গফুট।

১৯। ৪ একার ১ রুড ৫·৭৯২ পোল, অথবা ৩ একার ৩ রুড ৩৬·২২ পোল।

২০। ১৮৬ একার। ২১। ১৩৫০ বর্গফুট। ২২। ৪৮·০৪৯...বর্গফুট।

২৩। ক্ষেত্রফল ৪১৪৯৬ বঃ ফুঃ, বাহু ২০৫ ফুঃ, উন্নতি ২০২$\frac{৮৬}{১০৫}$ ফুট।

২৪। অপর কর্ণ ৪৫০ ফুঃ, বাহু ৩৫৩ ফুঃ, উন্নতি ৩৪৬$\frac{১৬৬}{২৫৩}$ ফুট।

২৫। ৫৭৪·১৫৩...বর্গফুট। ২৬। ২৬ ফুট, ৫৯৮ বর্গফুট, ৩৪$\frac{১}{১৩}$ ফুট

দ্বাবিংশ উদাহরণ-মালা।

১। ১৫৮২·৫০২৪ বঃ ফুঃ। ২। ২০৮·১৮০৫ বঃ ফুঃ।

৩। ৫৮১৪·৪৮ বঃ ফুঃ। ৪। ৪৬৭·৮৯...বঃ ফুঃ।

৫। ৫৪৫·৮৬...বঃ ফুঃ। ৬। ১১টী বাহু। ৭। ১২টী বাহু

৮। ৬৪৯৫ বঃ ফুঃ। ৯। ১১৪৫·৭১৮ বঃ ফুঃ। ১০। ৬৯১২ বঃ ফুঃ।

১১। ২৮২·৮৪...বঃ ফুঃ; ৩০৬·১২...বঃ ফুঃ; [illegible]...বঃ ফুঃ।

ত্রয়োবিংশ উদাহরণ-মালা।

১। ৩৭৪ বঃ ফুঃ। ২। ৬০ বঃ হাঃ। ৩। ১৩৫.৪৫ বঃ হাঃ।
৪। ১৮৮.৮১ বঃ ফুঃ। ৫। ২৫.৫১৫ বঃ হাঃ। ৬। ৮৯.৬০১১...বঃ হাঃ।
৭। ৫১৬ বঃ ফুঃ। ৮। ১৩৯.৩ বর্গ হাত।

চতুর্ব্বিংশ উদাহরণ-মালা।

১। ৬১৬ বর্গ ফুট। ২। ৩৮৫০ বর্গ ফুট। ৩। ৪৬৫৮$\frac{১}{২}$ বর্গ ফুট।
৪। ৩৪২২৫৭$\frac{১}{৪}$ বর্গ ফুট। ৫। ১২৫৬.৬৪ বঃ ফুঃ।
৬। ২৯৫৫৯.৩১৪৪ বর্গ ফুট। ৭। ২১৬৪৭৫.৮৭৫ বঃ ফুঃ।
৮। ৮৭৫৮.২৭৮১৪৪ বর্গ ফুট। ৯। ৩$\frac{১}{২}$ ফুঃ। ১০। ৯১ ফুট।
১১। ১১৭.৭২...ফুট। ১২। ২৩১ ফুট। ১৩। ৫.৬৪ ফুট।
১৪। ৮.৫৩ ফুট। ১৫। ২৯৭৮.৯১ ফুট। ১৬। ১৯৫.২৬ ফুট।
১৭। ৩৪৬$\frac{১}{২}$ বঃ ফুঃ। ১৮। ৯৬২$\frac{১}{২}$ বঃ ফুঃ। ১৯। ৩৪৬৫০ বঃ ফুঃ।
২০। ১৩৮৬০০ বঃ ফুঃ। ২১। .৩১৮৩ বঃ ফুঃ। ২২। ৭১.৬১৯৫ বঃ ফুঃ।
২৩। ৩১৮৩.০৯১৪ বঃ ফুঃ। ২৪। .৭৮৫৪ বঃ ফুঃ। ২৫। ১ ফুট।
২৬। ২৯ ফুঃ। ২৭। ২২ রৈখিক বিঘা। ২৮। ১৬ চেইন।
২৯। ১৭.৭২৪৫ ফুট। ৩০। ৬.২৮৩২ ফুঃ। ৩১। ৩১.৪১৬ ফুঃ।
৩২। ১৫.৭০৮ ফুঃ। ৩৩। ৫০ বঃ ফুঃ। ৩৪। ৬১৬ বঃ ফুঃ।
৩৫। ২৫৪.৪৬৯৬ বঃ ফুঃ। ৩৬। ১৯৬৩.৫ বঃ ফুঃ। ৩৭। ৪৫.১২ হাত।
৩৮। ৫.২৫ হাত। ৩৯। ২০১.০৬২৪ বঃ হাঃ। ৪০। ৩৮৪৮.৪৬ বঃ হাঃ।
৪১। ২১.২৭...গজ। ৪২। ১৫.৫৫...ফুঃ। ৪৩। ৮৯.৪৪...ফুঃ।
৪৪। ১৩.২৯৩ ফুঃ। ৪৫। ৭.০৮৯৮...ফুঃ। ৪৬। ৭.৫৪৬ বঃ হাঃ।
৪৭। ৫৪ ফুঃ। ৪৮। ৭.৫, ১০.৬০৬..., ১২.৯৯...ফুঃ।
৪৯। ১৪৮।৷০ টাকা। ৫০। ৫১.০৬...ফুঃ। ৫১। ৩১৫.৩৬৫৩ বঃ ফুঃ।
৫২। ৮০১১.৮৬৫৪ বঃ ফুঃ। ৫৩। ২০.৭২৮...ফুঃ।
৫৪। বর্গক্ষেত্রটীর কর্ণই বৃত্তটীর ব্যাস। উঃ—৭৮.৫৪ বর্গ ফুট।
৫৫। বৃত্তটীর ব্যাস বর্গক্ষেত্রটীর বাহুর সমান। উঃ—৪৮.২৮৫ বর্গ ফুট।

৫৬। বৃত্তটীর ব্যাসই বর্গক্ষেত্রটীর কর্ণ। উঃ—১·২৪১৬ বর্গ ফুট।

৫৭। ৪৬·০৬৫ বর্গ ফুট। ৫৮। ১৯ ফুঃ ১০ ইঃ। ৫৯। ৩৩°।

৬০। ক ৬ ইঃ, খ ৪ ইঃ, গ ৮ ইঃ। ৬১। ৩৩১৮·৩১৫ বঃ ফুঃ; ২৮·২৭৪৪বঃ ফুঃ।

৬২। ৫৬৭৪·৫১৫ বঃ ফুঃ; ২৮·২৭৪৪ বঃ ফুঃ।

৬৩। ৩৩১৮·৩১৫ বঃ ফুঃ; ১১৩·০৯৭৬ বঃ ফুঃ।

৬৪। ১২২৭১·৮৭৫ বঃ ফুঃ; ১১৩·০৯৭৬ বঃ ফুঃ।

৬৫। ৩৩১৮·৩১৫ বঃ ফুঃ; ২৫৪ ৪৬৯৬ বঃ ফুঃ।

পঞ্চবিংশ উদাহরণ-মালা।

১। ১১০৫·৮৪৩২ বর্গ ফুট। ২। ৩১৪১৬ বর্গ ফুট। ৩। ১৭৬·৭১৫বঃফুঃ।

৪। ২৮ বর্গ হাত। ৫। ১৯০৯৮·৫৪ বর্গ হাত। ৬। ১৫৬ বর্গ ফুট।

৭। ২৭৭২ বর্গ ফুট। ৮। ৬৬·৮৪৪৮ বর্গ ফুট। ৯। ২৮৬·৪৭৭ বঃ ফুঃ।

১০। ৫০৩·৭৩৯২২৩৬৮ বর্গ ফুট। ১১। ৩৬৬·৪৬ বর্গ ফুট।

১২। ৮৯·৪৩৩৬ বর্গ ফুট। ১৩। ১৬৯·২৭৪৪ বঃ ফুঃ। ১৪। ১০০০ বঃ ফুঃ।

১৫। ১০ ফুট। ১৬। ৯ ফুট। ১৭। ৮ ও ৫ ফুট। ১৮। ১৪ ও ৬ ফুঃ।

১৯। ২৫৯·৭৭১০৫ বর্গ ফুট। ২০। ১০৮৬।৶১৫। ২১। ৭৬৩·৪০৮৮বঃ ফুঃ।

২২। ৫৫৯৫·৯৭৫ বর্গ ফুট। ২৩। ৩১৬৪·৩৭৬৬ বর্গ ফুট।

২৪। ৬·৪৫৭০...ও ৪·৯৫৪৬...ফুঃ। ২৫। ক্ষেত্রফল ৩০৮০বঃফুঃ; বিস্তার ১৪ফুঃ।

ষড়্বিংশ উদাহরণ-মালা।

১। ৩২৭·২৫ বঃ ফুঃ। ২। ১·৫৭০৮ বঃ গঃ। ৩। ১৫০·৯৫৩৮ বঃ ফুঃ।

৪। ·২৭৪২৬...বঃ মাঃ। ৫। ৩৮৪ বঃ গঃ। ৬। ২২·৫ বঃ ইঃ।

৭। ৯০ বঃ গঃ ৩ বঃ ফুঃ ৬১·৫ বঃ ইঃ। ৮। ·০০০০০২২২ বঃ ইঃ।

৯। ৩৮·৯৫ বঃ হাঃ। ১০। ৩১·৮০২৫...বর্গ ফুট।

১১। ৬৪৮১·৮৮৫৪...বঃ ফুঃ। ১২। ১০ বঃ ফুঃ। ১৩। ১০·৪৭২ বঃ ফুঃ।

১৪। ১২·৩৯...ফুঃ। ১৫। ৭৮·১৭...হাঃ। ১৬। ১৫°।

১৭। ৪৩·৪৭...ফুঃ। ১৮। ৮ ফুঃ। ১৯। ২৪ ফুঃ।

২০। ৯৬° ; ৪২·২০৬৩৪৮৮ ফুট।

সপ্তবিংশ উদাহরণ-মালা।

১। ২৯২·২৪৯৬ বর্গফুট। ২। ১৮·২৬৫৬ বর্গফুট। ৩। ৯২·৭৭৪৪ বর্গফুট।
৪। ·০৩৩১৪৭...বর্গফুট। ৫। ১·০৯...ও ৭৭·৪৫ বর্গফুট।
৬। ৮৪৯৪·০৯৬৪...বর্গফুট। ৭। ১২·০২৭ বর্গফুট। ৮। ১৯·২৩৬ বর্গফুট।
৯। ৪৮·০৭২৯ বর্গফুট। ১০। ১০০·২৭ বর্গফুট। ১১। ৬৪·৯২৬ বর্গফুট।
১২। ৭৪·০১ বর্গফুট।

অষ্টাবিংশ উদাহরণ-মালা।

১। ১০৯·৯৫৬ বর্গফুট। ২। ১২৫৬·৬৪ বর্গফুট। ৩। ১২৫·৬৬৪ বর্গফুট।
৪। ৩১৪১৬ বিঘা। ৫। ১২ ফুট।

উনত্রিংশ উদাহরণ-মালা।

১। ৮০ বর্গফুট। ২। ২৩০ বর্গফুট। ৩। বি, ৮।৪৴৪ গণ্ডা।
৪। ৩ একার ১ রুড ২৪ পোল। ৫। ৮ ফুট। ৬। ৪ চেইন।

ত্রিংশ উদাহরণ-মালা।

১। ২০৩ বর্গফুট। ২। ২৩৪ বর্গফুট। ৩। ১১০ বর্গফুট।
৪। ৫৬ বর্গফুট। ৫। ২১·৫৫ বর্গফুট। ৬। ১৩·৩৮০৪ বর্গফুট।
৭। ২৩১·৫ বর্গফুট। ৮। ৭·০৯০৩...বর্গফুট।

একত্রিংশ উদাহরণ-মালা।

১। ১/১৬ বর্গ ইঞ্চ। ২। ২½ বঃ ফুঃ। ৩। ২ মাইলকে ১ইঃ ধরিয়া।
৪। ২০ গজকে ১ অঙ্গুলি ধরিয়া। ৫। ১০·৭৩৩...ইঃ।
৬। ৩১৬·২২৭...ইঞ্চকে ১ইঃ ধরিয়া। ৭। ৮১ ও ১৮৯ ফুট।
৮। ৬৫ ও ৭৮ হাত। ৯। ১১৭,১২৩,১৫০ ফুট। ১০। ৩৬,৪০,৬৮ হাত।
১১। ৬·৮১...ফুট। ১২। ৫·০৪...ফুট। ১৩। ১১·৮৩...ফুঃ।
১৪। ২৫·৭৩...ফুঃ। ১৫। ১১·৫৪৭...ও ১৩·৩২৯...ফুঃ দূরে।
১৬। ৫, ২·০৭১..., ১·৫৯৩..., ১·৩৩৯...ফুঃ। ১৭। ১৬ ফুঃ।

১৮। ৩ ফুঃ ; ১৩ ফুঃ। ১৯। ২৪ ইঃ দীর্ঘ অংশ।

২০। কর্ণ হইতে অপর দুইটী সরল রেখার প্রত্যেকে ১·৮৩৬...ফুট দূরে; এবং এই দুইটী রেখার পরস্পর দূরতা ৩·৬৭২...ফুট।

ত্রয়োত্রিংশ উদাহরণ-মালা।

১। ১৫০, ৩৮৪, ৬০০, ৯৩৭$\frac{১}{২}$ বঃ ফুঃ। ২। ৩১৭$\frac{১}{২}$ বঃ ফুঃ।

৩ ৫২২০ বঃ ফুঃ। ৪। ২৬২·৭৬৪ বঃ ফুঃ। ৫। ৩২৯·৮৬৮ বঃ ফুঃ।

৬। ৯০·৮৫৫০৭২ বঃ ফুঃ।

৭। ৫০·২৬৫৬, ২৫৪·৪৬৯৬, ৩৮·৪৮৪৬, ৬৬·৪৭৬২৫৬ বর্গ ফুট।

৮। ৩৬০ বর্গফুট। ৯। ৬৯·৪২৯৩৬ বঃ ফুঃ। ১০। ১১৫৯·২৫০৪ বঃ ফুঃ।

১১। ৫২৭·৭৮৮৮ বর্গ ফুট। ১২। ১৪২০ বর্গ ফুট। ১৩। ২০০০ বর্গফুট।

১৪। ৯২৪ বর্গ ফুট।

পঞ্চত্রিংশ উদাহরণ-মালা।

১। ২ ঘনফুট ১৪৫৭ ঘন ইঞ্চ। ২। ১১২$\frac{১}{২}$ ঘনফুট। ৩। ১৪৪০০ থানা।

৪। ১০ ঘনফুট। ৫। ১$\frac{১৪৫}{৪৩২}$ ঘনইঞ্চ। ৬। ৪৩৩৪৪০ ঘনফুট।

৭। ১৫৫·৮৮০...ঘনফুট। ৮। ১৪৯৫·৪০১৬ ঘনফুট।

৯। ৪ ঘনফুট ১০০৪·৮৩২ ঘনইঞ্চ। ১০। ৩৮১·৭০৪৪ ঘনইঞ্চ।

১১। ৬৫·৪৫ ঘনফুট। ১২। ৩০৫৩·৬৩৫২ ঘনফুঃ।

১৩। ৩৭ ঘনফুট ১৫১৪ ঘনইঞ্চ। ১৪। ১৩১·৯৪৭২ ঘনফুট।

১৫। ৮২৯·৩৮২৪ ঘনফুট। ১৬। ২৩৫·৬২ ঘনফুঃ। ১৭। ৮৭৯·৪৮ ঘনফুঃ।

১৮। ১০০৫·৩১২ ঘনফুঃ। ১৯। ১১২০ ঘঃ ফুঃ। ২০। ৬২৬৮৮০ ঘঃ হাঃ।

২১। ৯৯৭·৪৫৮ ঘনফুট।

বিবিধ উদাহরণ-মালা।

১। ২$\frac{১}{২}$ ইঞ্চ। ২। ৭ হাত। ৩। ৪০ হাত। ৪। ১ হাত।

৫। ১২ ও ২০ হাত। ৬। ২২ ফুঃ ৩ ইঞ্চ। ৭। বাহু = ১৩, ভূমি = ২৪।

৮। ৩৫ ও ৩৭ ফুঃ ৯। ৭৫ ফুট। ১০। ২ ফুট। ১১। ১৪৫ফুট।

১২। রজ্জু = ২৫ ফুঃ, বাঁশ = ২৪ ফুঃ। ১৩। ১০০ হাত। ১৪। ৪২ হাত।

১৫। ব্যাস ৩৪ ও জ্যা ৩০ হাত। ১৬। ১৬·২৬...ফুঃ। ১৭। ১·১২।

১৮। ৯০·৫২...ফুট। ১৯। ৬৫ মাইল। ২০। ১৪ ফুঃ ; ৩৪ ফুঃ।

২১। ৪৬·১৮৮৯...ফুট। ২২। ৩ ঘণ্টা।

২৩। রাস্তার পরিসর = ৬৩ ফুঃ ; মই = ৪৫ ফুঃ।

২৪। অনির্দ্দিষ্ট বাহু + ৭৭ − ২৮ = অনির্দ্দিষ্ট বাহু + ৪৯ = কর্ণ ∴ কর্ণ ও অনির্দ্দিষ্ট বাহুর অন্তর = ৪৯। উঃ—৮৫ ও ৩৬ হাত।

২৫। ১৬ ফুঃ। ২৬। ৬০·৯২...ও ৭৪ হাত। ২৭। ১$\frac{৪}{৫}$ হাত।

২৮। ১৩$\frac{১}{৮}$ ইঞ্চ। ২৯। ৪০ ফুট। ৩০। ৫, ১০, ১৫ ফুট।

৩১। ১৫ ও ১৭$\frac{১}{২}$ ফুট। ৩২। প্রথম ত্রিভুজটীর বাহুদ্বয় ১৮ ও ১২ ফুট, দ্বিতীয় ত্রিভুজটীর বাহুদ্বয় ৪২ ও ২৮ ফুট।

৩৩। ১২ অঙ্গুলি। ৩৪। ২ হাত ১৮ অঙ্গুলি। ৩৫। ৩ হাত।

৩৬। প্রদীপের উচ্চতা ৬$\frac{১}{২}$ হাত, শঙ্কুটী ৪ হাত দূরে প্রথম ধরা হইয়াছিল।

৩৭। কগ এর উপর ঘঙ লম্ব পাত কর। ঘঙ = ঘথ = ২৪। কঙঘ ও কথগ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ। উঃ—৮৫, ৭৫, ৪০ ফুট। ৩৮। বাহু ও কর্ণের অনুপাত ১ : ১·৪১৪২ ধরিলে বাহু ২০ ফুট এবং কর্ণ ২৮·২৮৪ ফুট হয়।

৩৯। ৩০ একার। ৪০। ৭ হাত। ৪১। ১৪৪ ও ৭২ বঃ ফুঃ।

৪২। ১৪৩০০ বঃ হাঃ। ৪৩। ২ একার ১ রুড্ ·৯৬ বঃ পোঃ।

৪৪। ১০ গঃ ১ ফুঃ। ৪৫। ১·৩৯৶ আনা। ৪৬। ১২৯৯০ বঃ গঃ।

৪৭। ৮০৩০ গজ। ৪৮। ৶১৩।/ = $\frac{১}{৬}$ টাকা। উঃ—১৭৬৮·৮৯ টাকা।

৪৯। ৩৭৶০। ৫০। ৩০৭৫ বঃ ফুঃ। ৫১। ২ ফুঃ। ৫২। ৭$\frac{১}{১২}$ ইঃ।

৫৩। ৩৬ ও ২৪ গঃ। ৫৪। ৭ ও ১৪ ফুঃ। ৫৫। ৮৬৭ বঃ হাঃ।

৫৬। ৮$\frac{১}{২}$ ফুঃ। ৫৭। ৪৪৬॥৶০ ; $\frac{১}{২}$ ফুট।

৫৮। বিস্তার ১৮ ফুট, উচ্চতা ১৫ ফুট। ৫৯। ১৩২ বঃ ফুঃ।

৬০। ক্ষেত্রফল ১৭১৬ বর্গ ফুট, কঙ = ১৭ ফুট। ৬১। ৫০৩০৬৮ বঃ ফুঃ।

৬২। ৮৭৫ বঃ ফুঃ। ৬৩। ৩৫ ও ৪২ ফুঃ। ৬৪। ২১·০৮ ফুঃ।

৬৫। ৯·৭৭৫ ফুঃ (৫৩ অণুচ্ছেদ দেখ)।

৬৬। $৯\frac{৯}{১৩}$ ফুঃ (খগঘ ও গঘঙ ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ)। ৬৭। $৬৬\frac{৬৬}{১৬৯}$ বঃ ফুঃ।

৬৮। সমকোণ হইতে কগএর উপর লম্ব $=\sqrt{৮\times১৮}$। উঃ—৩৫১ বঃ ফুঃ।

৬৯। ১৬৪ গজ। ৭০। বাহু ১০ ফুঃ, উন্নতি ৮.৬৬ ফুঃ। ৭১। বাহু ও কর্ণের অনুপাত ১ : ১.৪১৪২ ধরিলে বাহু ১৬ ফুঃ ও কর্ণ ২২.৬২৭২ ফুঃ।

৭২। $২\frac{৮}{১২১}$ একার; ২০০০ ও ৮০০০ বর্গ গজ (৫৭ অণুঃ (২) উদাঃ ও ১৩৭ অণুঃ দেখ)। ৭৩। কখ$=৩১\frac{১}{৪}$ ফুট; খগ$=২৬\frac{১}{২৪}$ ফুট, গক$=২৬\frac{১}{২৪}$ ফুঃ; ক্ষেত্রফল $৩২৫\frac{৩৫}{৪৮}$ বঃ ফুঃ। ৭৪। ২৫.৯৮...একার।

৭৫। ৩০ ও ৪০ ফুঃ। ৭৬। ১৬.২ ও ২৮.৮ ফুঃ। ৭৭। $১\frac{১}{২}$ ও $২\frac{১}{২}$ ফুঃ।

৭৮। ১৫ ও ২০ ফুঃ। ৭৯। খালের বিস্তার $৭\frac{১}{২}$ হাঃ, দেওয়ালের উচ্চতা ১০ হাঃ।

৮০। ২৪ হাত। ৮১। মাস্তুলের উচ্চতা $=$ ১২ হাত; অগ্রভাগ হইতে ৫ হাত দূরে। ৮২। ৭০.৭১...গজ। ৮৩। $৯\frac{১}{২}$, ১০, ও $১৮\frac{১}{২}$।

৮৪। ১৫ ফুট। ৮৫। ১৩ ও ১৫ ফুট। ৮৬। ৫ ও ১৬ ফুট।

৮৭। ২৩০.৯৪...বর্গফুট। ৮৮। ৬, ৮, ১০ ফুঃ। ৮৯। ১৩.১৬...ফুট।

৯০। বাহুদ্বয় ১৫ ও ২০ ফুট; ক্ষেত্রফল ১৫০ বর্গফুট।

৯১। বাহু $=$ ১৬.৯ ফুট, ক্ষেত্রফল $=$ ১০১.৪ বর্গফুট।

৯২। ক ও ঘ বিন্দু হইতে খগএর উপর কঙ ও ঘচ লম্ব পাত কর এবং ঘ হইতে কঙ এর উপর ঘছ লম্ব টান। কঙগ ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল হইতে কছঘ, ছঙচঘ, ও ঘচগএর ক্ষেত্রফল বিয়োগ করিলে কঘগএর ক্ষেত্রফল পাওয়া যাইবে। তৎপর সমগ্র ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল হইতে কঘগ ও খঘগএর ক্ষেত্রফল বিয়োগ করিলে কঘখএর ক্ষেত্রফল পাওয়া যাইবে। উঃ—ঘখগ $=$ ৯২৪ বর্গফুট, কঘগ $=$ ৪২০ বর্গফুট, কঘখ $=$ ৯৬৬ বর্গফুট। ৯৩। ১২ হাঃ।

৯৪। ক্ষেত্রফল ৩.৪৬৪ বঃফুঃ, বাহু ৩.৪৬৪...ফুঃ। ৯৫। $৭\frac{২}{১৩}$ ও $১৮\frac{৪}{১৩}$ ফুঃ।

৯৬। ৩৯ ফুঃ। ৯৭। ৬০০ বঃফুঃ (১৭৪ অণুঃ দেখ)। ৯৮। ৭৬.৮৩৭...গঃ।

৯৯। ৬ ফুঃ। ১০০। ১৪৯ হাঃ। ১০১। ৩৭ ও ২৭.৭৩...হাঃ।

১০২। ক্ষেত্রফল ৩৫.৩৫ বঃ ফুঃ; ভূমি ৭.৬৫... ফুঃ। ১০৩। $৯\frac{১}{২}$ হাত।

১০৪। ১২ মাইল। ১০৫। ৩.৮৮৯৮...ফুঃ। ১০৬। ১৩.৭৩... ও ৮৬.২৭...ফুঃ।

১০৭। ৪৯ ফুঃ। ১০৮। ১৯.৭৯৮...হাত। ১০৯। ৪২০ বার।

১১০। ৭৮০০ মাইল। ১১১। [illegible] ডিগ্রী। ১১২। প্রথম ব্যক্তি ·২৭৬...ফুঃ, দ্বিতীয় ·৩৫৮...ফুঃ, তৃতীয় ·৮৬৬...ফুঃ ক্ষয় করিবে।

১১৩। ২০·৫৬৬৪ ফুঃ। ১১৪। ·২১৪৬ বঃ ইঃ। ১১৫। ৪৪ ফুঃ।

১১৬। ১১·৭০৭২... বঃ ফুঃ। ১১৭। ৯ হাঃ। ১১৮। ৬২·৮৩২ ফুঃ।

১১৯। ২ গঃ ১ ফুঃ। ১২০। ১২ ও ২৭ ফুঃ। ১২১। ৪৩·২৫ ফুঃ।

১২২। ১$\frac{১}{৬}$ ইঃ। ১২৩। ১৯·৬২...গঃ। ১২৪। ১·২২৮৪...বঃ ফুঃ।

১২৫। বাহু ও কর্ণের অনুপাত ১ : ১·৪১৪২ ধরিলে বাহু ৮·২৮৪৩ ও কর্ণ ১১·৭১৫৭ ফুঃ। ১২৬। বাহু ২৪·১৪২৯, কর্ণ ৩৪·১৪২৯ ফুঃ।

১২৭। ১৫ ও ২০ হাতি। ১২৮। ২৪ ফুঃ।

১২৯। সমবাহু ত্রিভুজ, বর্গক্ষেত্র, ও বৃত্তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ক্রমান্বয়ে ৪৮১·১১..., ৬২৫, ও ৭৯৫·৭৭...বর্গ ফুট ∴ বৃত্তের ক্ষেত্রফল সর্ব্বাপেক্ষা অধিক।

১৩০। ১৬·৪৫...হাঃ। ১৩১। ৮৬·৯৯...গজ। ১৩২। ৮৯, ১১৬, ১২৩।

১৩৩। ১০ ফুঃ। ১৩৪। (১) ১১৮৮০ বর্গ হাত, (২) ১৮৫ ও ২২৯ ফুঃ।

১৩৫। ১০০ ও ২২০ বঃ ফুঃ।

মধ্য-ইংরেজী ও বাঙ্গালা ছাত্রবৃত্তি পরীক্ষার প্রশ্ন হইতে সংগৃহীত উদাহরণ-মালা।

প্রেসিডেন্সি বিভাগ।

১। ·৩৫...ইঃ। ২। ৪ ফুঃ। ৩। ব্যাস ২২·৪২...গঃ, ক্ষেত্রফল ৩৯৪·৭৮৬৩৩৬৫৬ বঃ গঃ। ৪। ৬ বর্গ ফুঃ।

৫। প্রস্থ ৮ ফুঃ, উচ্চতা ৫ ফুঃ। ৬। ২১·৬ ফুঃ। ৮। ২৪·২৬...হাঃ।

৯। ৩৪৬৮ বঃ ফুঃ। ১০। বিঃ ৩ ৷৷০ ছটাক। ১১। ৩৮$\frac{১}{২}$ হাত।

১২। ১৪·৬৯...ইঃ। ১৩। ১১১·০৭২...গজ।

পূর্ব্ববাঙ্গালা বিভাগ।

১। ১০৮০ বঃ ফুঃ। ২। ৮৪০ বঃ ফুঃ। ৩। ২১·৪৬ বঃ ইঃ।

৪। ৩৩৬টী। ৫। ১২ হাঃ। ৬। প্রায় ৫।২।৶ ছটাক।

৭। ৮·৪৮৫...ফুঃ ৮। ক্ষেত্রফল ১[illegible] বঃ ফুঃ, কর্ণ ২ ফুঃ।

৯। ৩৭৭·৩৪ রতি। ১০। ২৮·৫৪ বঃ হাঃ। ১১। ১৪৪টী।

১২। ২০ মাইল। ১৩। কাঃ ।১৶/৪ গণ্ডা। ১৪। ২৩ ও ২৭ ফুঃ, ১০৯·২৫ফুঃ।

রাজসাহী বিভাগ।

১। ২৪·৮১.. হাঃ। ২। ৬৭·৮৮... হাঃ। ৩। যেহেতুক $৫^২ + ১২^২ = ১৩^২$

∴ ১৩ ফুট বাহুর সম্মুখস্থ কোণ সমকোণ, সুতরাং শীর্ষকোণ হইতে লম্ব পাত করিলে তাহা ৫ ফুট বাহুর সহিত মিলিয়া যাইবে।

৪। কোটীদ্বয় ৫ ও ৯ ফুঃ; কর্ণদ্বয়ের প্রভেদ ১৫ − ১৩ = ২ ফুঃ।

৫। ৩১·৪১৬ হাঃ। ৭। ৮ হাঃ। ৮। ৯৬ বঃ ফুঃ। ৯। ৮১; ১৬৪০।

বর্দ্ধমান বিভাগ।

১। ৩০·৮১...হাত। ২। ২৫০০ বঃহাঃ। ৩। ৪ মাইল। ৪। ৭·০৭১...হাঃ।

৫। ৩১·৫২ বঃ ফুঃ। ৬। ৩৭৫ ফের। ৭। ১৯·৩৬...।

আসাম বিভাগ।

১। ২৫৪·৪৬৯৬ বঃ ফুঃ। ২। ৩০ ইঃ।

কলিকাতা বিশ্ববিদ্যালয়ের প্রবেশিকা (এণ্ট্রান্স) পরীক্ষার প্রশ্ন হইতে সংগৃহীত উদাহরণ-মালা।

১। ১৫ ফুঃ। ২। সদৃশ ত্রিভুজের সাহায্যে খঙ = $\sqrt{৯০ \times ৪০}$। উঃ—৪৬৭৫ বঃ গঃ; ৬৫ গজ।

৩। (ক) ২৪ বঃ ফুঃ; (খ) ১০ ফুঃ; (গ) ২ ফুঃ। ৪। ১৬২৩৩·২৪...বঃগঃ।

৫। ৪·১৩৬...ফুঃ। ৬। ১০৫·১১৫...গজ। ৭। ৭৫·৩৯৮৪ ফুঃ।

৮। ক বিন্দু দিয়া ১৫০ ফুট বাহুর সমান্তরাল টান এবং ১২০ ও ৬০ ফুট বাহুদ্বয় বৃদ্ধি করিয়া এই সমান্তরালের সহিত মিলিত কর। তৎপর সমকোণী ত্রিভুজের নিয়ম প্রয়োগ কর। উঃ—১৫২·৮৭৯...ফুঃ।

৯। ক বিন্দু হইতে গঘ বাহুর উপর কঙ লম্ব ও খ বিন্দু হইতে কঙএর উপর খচ লম্ব টান। কচ = চখ = $\sqrt{\frac{১০^২}{২}}$ = ৭·০৭১। কঙ = ৭·০৭১ + ১৫ এবং ঙঘ = ১৬ − ৭·০৭১। উঃ—২৩·৮০৮...।

১০। ১২·২৮... ও ১০·২৯...। ১১। ৯০৬ ও ৩০৫১০। ১২। ৪২½ বঃইঃ।

সম্পূর্ণ।